

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱- اگر f و g و h سه تابع باشد کدام گزینه درست است؟ (f, g) حاصلضرب داخلی دو تابع است.

۱. $(f, g) = -(g, f)$ ۲. $(f, g + h) = (f, g) + h$

۳. $(f, g) = (g, f)$ ۴. $(f, g + h) = (f, g) + (h, f)$

۲- اگر دنباله توابع $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه متعامد باشد کدام گزینه درست است؟

۱. $(f_n, f_n) = 0$ ۲. $(f_n + f_m) = 1, m \neq n$

۳. $(f_n, f_m) = 0, m \neq n$ ۴. $(f_n, f_m) = 1, m \neq n$

۳- اگر f_n یک چند جمله ای از درجه n باشد به دنباله چند جمله ای های $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک گوییم.

۱. مجموعه ساده از چند جمله ای ها ۲. دنباله چند جمله ای متعامد

۳. مجموعه از چند جمله ای های یک ۴. دنباله متعامد یک ساده

۴- کدام گزینه ترکیب خطی سه تابع 1 و x و $x^2 - \frac{1}{3}$ برای تابع x^2 است؟

۱. $x^2 = 0(1) + \frac{1}{3}(x) - 1(x^2 - \frac{1}{3})$ ۲. $x^2 = \frac{1}{3}(1) + 1(x) - 1(x^2 - \frac{1}{3})$

۳. $x^2 = 2(1) + \frac{1}{3}(x) + 0(x^2 - \frac{1}{3})$ ۴. $x^2 = \frac{1}{3}(1) + 0(x) + 1(x^2 - \frac{1}{3})$

۵- چند جمله ای های لژاندر است.

۱. بر بازه $(-1, 1)$ متعامد یک ۲. بر بازه $(-1, 1)$ متعامد ساده

۳. بر بازه $(-\infty, \infty)$ متعامد یک ۴. بر بازه $(-\infty, \infty)$ متعامد ساده

۶- خود الحاق معادله دیفرانسیل $(1-x^2)u'' - 2xu' + n(n+1)u = 0$ روی بازه $(-1, 1)$ کدام است؟

۱. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 0$ ۲. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 1$

۳. $(1-x^2)\frac{du}{dx} - 2x\frac{du}{dx} + n(n+1)u = 0$ ۴. $-2x\frac{du}{dx} + n(n+1)u = 1$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۷- رونسکینی دو تابع u و v در $x=a$ کدام است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. \begin{vmatrix} u''(a) & u'(a) \\ v''(a) & v'(a) \end{vmatrix} & ۲. \begin{vmatrix} u(a) & u'(a) \\ v(a) & v'(a) \end{vmatrix} & ۳. \begin{vmatrix} u(a) & u^2(a) \\ v(a) & v^2(a) \end{vmatrix} & ۴. \begin{vmatrix} u^2(a) & u(a) \\ v^2(a) & v(a) \end{vmatrix} \end{array}$$

۸- برای مسئله $u'' + \pi^2 u = 0$ با $u(0) = u(1) = 0$ ، تابع $u(x) = \sin \pi x$

۱. یک جواب بدیهی است.

۲. یک جواب برای معادله ناهمگن است.

۳. یک جواب غیر بدیهی است.

۴. جواب نمی تواند باشد.

۹- اگر سری فوریه تابع f به صورت $\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ و $-\pi \leq x \leq \pi$ باشد a_n کدام است؟

$$۲. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx \, dx$$

$$۱. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin x \, dx$$

$$۴. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx \, dx$$

$$۳. a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos x \, dx$$

۱۰- اگر $f(x) = |x|$ و $-\pi \leq x \leq \pi$ باشد. مقدار a_0 در سری فوریه کدام است؟

$$۴. \frac{\pi}{2}$$

$$۳. \pi$$

$$۲. 0$$

$$۱. 1$$

۱۱- اگر دو تابع f و g به C_p متعلق باشد کدام گزینه درست است؟

$$۲. |f + g| \leq \|f\| + \|g\|$$

$$۱. (f, g) \leq \|f\| \cdot \|g\|$$

$$۴. \|f\| + \|g\| \leq \|f + g\|$$

$$۳. |(f, g)| \leq \|f\| \cdot \|g\|$$

۱۲- کدام معادله خطی است؟

$$۲. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)^2$$

$$۱. \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)^2 = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$۴. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

$$۳. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱۳- معادله دیفرانسیل $2Z_x - 3Z_y = x$ را در نظر بگیرید. جواب عمومی معادله همگن کدام است؟

۱. $Z_h = f(-3x - 2y)$ ۲. $Z_h = f(-3x + 2y)$ ۳. $Z_h = f(2x + 3y)$ ۴. $Z_h = f(2x - 3y)$

۱۴- معادله $(y-x)p + (y+x)q = \frac{x^2 + y^2}{z}$ را در نظر بگیرید. معادله کمکی کدام است؟

۱. $\frac{dx}{y+x} = \frac{dy}{y-x} = \frac{zdz}{x^2 + y^2}$ ۲. $\frac{dx}{y+x} = \frac{dy}{y-x} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$
۳. $\frac{dx}{y-x} = \frac{dy}{y+x} = \frac{zdz}{x^2 + y^2}$ ۴. $\frac{dx}{y-x} = \frac{dy}{y+x} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$

۱۵- سطح انتگرالی از معادله $(y+xz)p + (x+yz)q = z^2 - 1$ که از سهمی $x=t$ ، $y=1$ و $z=t^2$ می گذرد کدام است؟

۱. $(\frac{z-1}{x+y} + 1)^2 = \frac{z-1}{x+y} \cdot \frac{z+1}{x-y}$ ۲. $(\frac{z+1}{x+y} - 1)^2 = \frac{z-1}{x-y} \cdot \frac{z+1}{x+y}$
۳. $(\frac{z+1}{x+y} + 1)^2 = \frac{z-1}{x-y} \cdot \frac{z+1}{x+y}$ ۴. $(\frac{z+1}{x-y} + 1)^2 = \frac{z+1}{x-y} \cdot \frac{z-1}{x+y}$

۱۶- اگر $LZ = (D_x^2 - D_y^2 + 2D_x + 1)z$ باشد آنگاه L را می توان به صورت تجزیه کرد.

۱. $L = (D_x - D_y + 1)(D_x + D_y - 1)$ ۲. $L = (D_x + D_y + 1)(D_x + D_y - 1)$
۳. $L = (D_x - D_y + 1)(D_x + D_y + 1)$ ۴. $L = (D_x - D_y + 1)(D_x - D_y - 1)$

۱۷- یک جواب خصوصی معادله دیفرانسیل معمولی $Z'' - Z = -y^2$ کدام است؟

۱. $Z_p = Ay^3 + By^2 + Cy$ ۲. $Z_p = Ay^2 + By + C$
۳. $Z_p = Ay + B$ ۴. $Z_p = Ay + B + \cos y$

۱۸- مبین معادله $(1-x^2)Z_{xx} - 2xyZ_{xy} + (1-y^2)Z_{yy} + xZ_x + 3x^2yZ_y - 2Z = 0$ کدام است؟

۱. $(1-x^2)(1+y^2)$ ۲. $-1+x^2+y^2$ ۳. $(1-x^2)(1-y^2)$ ۴. $1-x^2-y^2$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱۹- معادله $u_t = 5(u_{xx} + u_{yy})$ یک است.

۱. معادله گرمای دو بعدی

۲. معادله گرمای سه بعدی

۳. معادله موج دو بعدی

۴. معادله موج سه بعدی

۲۰- کدام معادله دیفرانسیل یک معادله موج یک بعدی است؟

۱. $u_{tt} = 9u_x$

۲. $u_t = 9(u_{xx} + u_{yy})$

۳. $u_{tt} = 9u_{xx}$

۴. $u_{tt} = 9(u_{xx} + u_{yy})$

سوالات تشریحی

۱- اگر $T_n(x)$ چند جمله ای چبیشف باشد نشان دهید در معادله دیفرانسیل $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\frac{dy}{dx} + n^2y = 0$ صدق می کند.

۲- جواب مسئله غیرهمگن زیر را به دست آورید.

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \pi^2u = 1$$

$$u(0) = 0, \quad u(1) = 0$$

۳- سری مثلثاتی کلی فوریه تابع زیر را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x \leq 0 \\ 1, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ را پیدا کنید.

۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3\cos 2y$ را به دست آورید.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
1	ج	عادي
2	ج	عادي
3	الف	عادي
4	د	عادي
5	ب	عادي
6	الف	عادي
7	ب	عادي
8	ج	عادي
9	د	عادي
10	ج	عادي
11	ج	عادي
12	د	عادي
13	الف	عادي
14	ج	عادي
15	الف	عادي
16	ج	عادي
17	ب	عادي
18	ب	عادي
19	الف	عادي
20	ج	عادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱- برای توابع $f(x) = x$ و $g(x) = x^2$ ، حاصلضرب داخلی نسبت به تابع وزن $w(x) = \sqrt{x}$ بر بازه $[0, 1]$ کدام است؟

۴. $\frac{2}{3}$

۳. $\frac{2}{9}$

۲. $\frac{3}{7}$

۱. $\frac{2}{5}$

۲- اگر $p(x)$ یک چندجمله ای باشد که به ازای هر عدد صحیح نامنفی n داشته باشیم $(p(x), x^n) = 0$ ، آنگاه $p(x)$:

۱. تابع صفر است. ۲. تابع درجه n است. ۳. تابع ثابت است. ۴. تابع خطی است.

۳- با توجه به فرمول رد ریگز $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ، حاصل $P_2(x)$ کدام است؟

۴. $\frac{1}{3}(2x^2 + 1)$

۳. $\frac{1}{2}(3x^2 - 3)$

۲. $\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$

۱. x^2

۴- برای چندجمله ای های لژاندر کدام یک از موارد زیر نادرست است؟

۱. $P_n(1) = 1$ ۲. $P_n(0) = 0$ ۳. $P_n(-1) = (-1)^n$ ۴. $\|P_n\| = \sqrt{\frac{2}{2n+1}}$

۵- کدام دسته از چندجمله ایهای زیر نسبت به تابع وزن $w(x) = e^{-x}$ بر $(0, \infty)$ متعامد است؟

۱. لژاندر ۲. هرمیت ۳. چبیشف ۴. لاگر

۶- چندجمله ایهای لژاندر و چبیشف از دسته چه نوع چندجمله ایهایی می باشند؟

۱. ژاکوبی ۲. هرمیت ۳. بسل ۴. لاگر

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۷- مسئله با مقدار اولیه
$$\begin{cases} u'' + \frac{1}{4}u = 0 \\ u(0) = u(\pi) = 0 \end{cases}$$
 دارای چه نوع جوابی می باشد؟

۱. جواب غیر بدیهی $u = c \sin x$
۲. جواب غیر بدیهی $u = c \sin \frac{x}{2}$

۳. جواب غیر بدیهی $u = c_1 \cos \frac{x}{2} + c_2 \sin \frac{x}{2}$
۴. مسئله فقط جواب بدیهی دارد.

۸- تابع گرین برای مسئله با مقدار مرزی
$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dx^2} = f(x), & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}$$
 کدام است؟

۱. $G(x, \xi) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi & \xi \leq x \leq 1 \end{cases}$
۲. $G(x, \xi) = \begin{cases} x(\xi - 1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x - 1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases}$

۳. $G(x, \xi) = \begin{cases} x^2 - \xi^2 & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi^2 - x^2 & \xi \leq x \leq 1 \end{cases}$
۴. $G(x, \xi) = \begin{cases} x - 1 & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi - 1 & \xi \leq x \leq 1 \end{cases}$

۹- جواب مسئله غیرهمگن
$$\begin{cases} \frac{d^2 u}{dx^2} + \pi^2 u = 1 \\ u(0) = u(1) = 0 \end{cases}$$
 کدام است؟

۱. $u(x) = 1 + c_1 \sin \pi x$
۲. $u(x) = c_1 \sin \pi x$

۳. $u(x) = c_1 \cos \pi x$
۴. مسئله جواب ندارد.

۱۰- مقادیر ویژه مسئله
$$\begin{cases} y''(x) + \lambda y(x) = 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ y(0) = 0, & y'(\pi) = 0 \end{cases}$$
 کدام است؟

۱. $\lambda_n = (2n - 1)^2, n = 1, 2, \dots$
۲. $\lambda_n = (2n)^2, n = 1, 2, \dots$

۳. $\lambda_n = \left(\frac{2n - 1}{2}\right)^2, n = 1, 2, \dots$
۴. $\lambda_n = n^2, n = 1, 2, \dots$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱۱- اگر f تابع دلخواه بر بازه $[a, b]$ باشد و $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ یک مجموعه متعامد بر (a, b) با تابع وزن W باشد و

$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \varphi_n(x)$ ، در اینصورت ضرایب C_n (ضرایب سری فوریه تابع f) کدام است؟

۱. $C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|^2}$ ۲. $C_n = \frac{(f, \varphi_n^2)}{\|\varphi_n\|}$ ۳. $C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|}$ ۴. $C_n = \frac{(f, \varphi_n^2)}{\|\varphi_n\|^2}$

۱۲- با توجه به سری فوریه $x^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx$ ، حاصل سری عددی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi^2}{3}$ ۲. $\frac{\pi^2}{6}$ ۳. $\frac{\pi^2}{8}$ ۴. $\frac{\pi^2}{12}$

۱۳- سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ با دوره تناوب $T = 2$ در $x=1$ به چه عددی همگرا است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. $\frac{3}{2}$ ۴. $\frac{1}{2}$

۱۴- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $x^2 = (u_x)^2 - u_{xy} + u_{xx}$ چه نوع معادله ای است؟

۱. خطی ۲. شبه خطی ۳. تقریباً خطی ۴. کاملاً خطی

۱۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ کدام است؟

۱. $z = e^{-x} f(y) + x - 1$ ۲. $z = e^x f(y) + x + 2$ ۳. $z = e^{-x} f(y) + x^2 + 1$ ۴. $z = e^x f(y) + 1$

۱۶- یک انتگرال معادله کمکی برای معادله $xz p + yz q = -(x^2 + y^2)$ کدام است؟

۱. $x^2 y^2 = c_1$ ۲. $x^2 + y^2 = c_1$ ۳. $xy = c_1$ ۴. $\frac{y}{x} = c_1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱۷- جواب عمومی معادله $2u_x - u_y + 4u_z + u = 0$ کدام است؟

۱. $u = e^{\frac{x}{2}} f(2x - y + 4z)$ ۲. $u = e^{-x} f(x + y + z)$

۳. $u = e^{-2x} f(x + 2y - z)$ ۴. $u = e^x f(3x + y + 2z)$

۱۸- جواب عمومی معادله $z_{xx} - z_{yy} = 0$ کدام است؟

۱. $z = f(xy) + g\left(\frac{x}{y}\right)$ ۲. $z = f(x + y) + g(x - y)$

۳. $z = f(x^2 + y^2) + g(xy^2)$ ۴. $z = f(x + y) + g\left(\frac{y}{x}\right)$

۱۹- معادله دیفرانسیل $4z_{xx} - 8z_{xy} + 4z_{yy} = 1$ چه نوع معادله ای است؟

۱. هذلولوی ۲. بیضوی ۳. سهموی ۴. استوانه ای

۲۰- معادله $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ چه معادله ای است؟

۱. گرمای یک بعدی ۲. موج یک بعدی ۳. گرمای دو بعدی ۴. موج دو بعدی

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- چند جمله ایهای φ_0 ، φ_1 و φ_2 از یک مجموعه ساده از چند جمله ایها که نسبت به تابع وزن $w(x) = \sqrt{x}$ در بازه $(0,1)$ متعامدند را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره

۲- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0 & y(1) + y'(1) = 0 \end{cases}$ را پیدا کنید.

۱.۲۰ نمره

۳- انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ را محاسبه کنید و به کمک آن حاصل انتگرال

را به دست آورید. $\int_0^\infty \frac{\sin 2x}{x} dx$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۶۹۳

۱.۲۰ نمره

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $u_x - x u_y + xy u_z = xyz u$ را پیدا کنید.

۱.۲۰ نمره

۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $2u_{xx} + u_{xy} + 2u_{xz} - u_{yy} - u_{yz} = x^2 + y^2 + z^2$

را پیدا کنید.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت گليد
1	ج	عمادي
2	الف	عمادي
3	ب	عمادي
4	ب	عمادي
5	د	عمادي
6	الف	عمادي
7	د	عمادي
8	ب	عمادي
9	د	عمادي
10	ج	عمادي
11	الف	عمادي
12	ب	عمادي
13	ج	عمادي
14	ب	عمادي
15	الف	عمادي
16	د	عمادي
17	الف	عمادي
18	ب	عمادي
19	ج	عمادي
20	ب	عمادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- فرض کنیم f یک تابع باشد. در این صورت f را نرمال شده گویند هرگاه

۱. $(f, f) = 0$. ۲. $(f, f) \neq 1$. ۳. $\|f\| = 1$. ۴. $\|f\| = 0$

۲- دنباله $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ که در آن برای هر $f_n(x) = \sin(nx), 0 \leq x \leq \pi$

۱. متعامد ساده است. ۲. فقط متعامد است. ۳. متعامد غیر ساده است. ۴. غیر متعامد ولی ساده است.

۳- تابع مولد دنباله توابع $\{(x(x-1)\dots(x-n+1))/n!\}_{n=1}^{\infty}$ کدام است؟

۱. $(1+t)^x$. ۲. $(1-t)^x$. ۳. $(1+tx)^x$. ۴. $(1-tx)^x$

۴- توابع $f_n(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j x^{n+2j}}{2^{n+2j} j! \Gamma(n+j+1)}$ به کدام توابع معروف هستند؟

۱. هرمیت . ۲. بسل . ۳. لاگرانژ . ۴. لاگر

۵- جواب معادله دیفرانسیل $(1-x^2)y'' - 2xy' + 12y = 0$ کدام است؟

۱. $P_1(x)$. ۲. $P_3(x)$. ۳. $T_4(x)$. ۴. $T_3(x)$

۶- فرض کنید T_n, Π -مین چند جمله ای چبیشف نوع اول باشد. در این صورت ضرایب سری فوریه - چبیشف نوع اول تابع دلخواه f کدام است؟

۱. $\frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} f(x) T_n(x) dx$ که در آن $n \geq 0$. ۲. $\frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} [f(x) + T_n(x)] dx$ که در آن $n \geq 0$

۳. $\frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{f(x) T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx$ که در آن $n \geq 0$. ۴. $\frac{2}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{f(x) T_n(x)}{\sqrt{1+x^2}} dx$ که در آن $n \geq 0$

۷- ضرایب a_n در سری مثلثاتی فوریه $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{a})$ برای تابع دلخواه f کدام است؟

۱. $a_n = \frac{1}{a} \int_0^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx$ که در آن $n \geq 0$. ۲. $a_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^a f(x) \sin \frac{n\pi x}{a} dx$ که در آن $n \geq 0$

۳. $a_n = \frac{1}{a} \int_0^a f(x) \cos \frac{n\pi x}{a} dx$ که در آن $n \geq 0$. ۴. $a_n = \frac{1}{a} \int_{-a}^a f(x) \cos \frac{n\pi x}{a} dx$ که در آن $n \geq 0$

۸- سری فوریه f در میانگین به f همگراست اگر و تنها اگر

۱. $\|f\| \leq \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2$. ۲. $\|f\| = \sum_{k=1}^{\infty} c_k$. ۳. $\|f\| = \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2$. ۴. $\|f\| \leq \sum_{k=1}^{\infty} c_k$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۹- مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ با استفاده از سریهای فوریه کدام است؟

۱. $\frac{\pi}{3}$ ۲. $\frac{\pi}{2}$ ۳. $\frac{\pi}{4}$ ۴. π

۱۰- بسط سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 < x \leq +\pi \end{cases}$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$ ۲. $\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$
۳. $\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ ۴. $\frac{1}{2} + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$

۱۱- اگر f تابعی فرد باشد، آنگاه ضریب $B(s)$ در انتگرال فوریه $f(x) = \int_0^{\infty} [A(s)\cos(sx) + B(s)\sin(sx)]ds$ از کدام روابط حاصل می شود؟

۱. ۰ ۲. $\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} f(\xi) \sin(s\xi) d\xi$ ۳. $\int_0^{+\infty} f(\xi) \sin(s\xi) d\xi$ ۴. $\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} f(\xi) \sin(s\xi) d\xi$

۱۲- یک معادله دیفرانسیل یا مشتقات جزئی را خطی گویند هرگاه.....

۱. فقط متغیرهای وابسته در معادله بصورت خطی ظاهر شوند.

۲. متغیرهای وابسته و مشتقات آنها در معادله بصورت خطی ظاهر شوند.

۳. جوابهای آن بصورت یک تابع خطی باشند.

۴. جوابهای آن با کلیه توابع خطی مستقل باشند.

۱۳- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام صفحات مماس بر بیضی گون $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4$ را که بر صفحه عمود نیستند، کدام است؟

۱. $xp + yq - z = -(1 + 4p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}}$ ۲. $xp + yq - z = 1 + 4p^2 + q^2$

۳. $xp + yq - z = -(1 + 4p^2 + q^2)$ ۴. $xp + yq - z = -(1 + 4p^2 + q^2)^{\frac{1}{4}}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $u_x + xu_y + xyu_z = xyz u$ کدام است؟

۲. $F(y - \frac{x^2}{2}, z - \frac{y^2}{2}, ue^{\frac{-z^2}{2}}) = 0$

۱. $F(y + \frac{x^2}{2}, z - \frac{y^2}{2}, ue^{\frac{-z^2}{2}}) = 0$

۴. $F(y + \frac{x^2}{2}, z + \frac{y^2}{2}, ue^{\frac{-z^2}{2}}) = 0$

۳. $F(y - \frac{x^2}{2}, z + \frac{y^2}{2}, ue^{\frac{-z^2}{2}}) = 0$

۱۵- جواب عمومی z در معادله دیفرانسیل $\frac{\sigma^2 z}{\sigma x^2} - \frac{\sigma^2 z}{\sigma y^2} = 4x + 3\cos(2y)$ برابر کدام گزینه است؟

۲. $f(x-y) + g(x+y) + \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{4}\sin(2y)$

۱. $f(x-y) + g(x+y) + \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{4}\cos(2y)$

۴. $f(x-y).g(x+y) + \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{4}\sin(2y)$

۳. $f(x-y).g(x+y) + \frac{2x^3}{3} + \frac{3}{4}\cos(2y)$

۱۶- عملگر L را در نقطه (x, y) هذلولوی می گوئیم هرگاه

۲. $\Delta(x, y) = 0$

۱. $\Delta(x, y) < 0$ یا $\Delta(x, y) = 0$

۴. $\Delta(x, y) > 0$

۳. $\Delta(x, y) < 0$

۱۷- کدام گزینه مربوط به معادله کلی گرما در حالت دو بعدی میباشد؟

۴. $u_t = K(u_{xx} + u_{yy})$

۳. $u_t = K(u_{xx} + u_{yy})$

۲. $u_{tt} = K(u_{xx} + u_{yy})$

۱. $u_{tt} = K(u_{xx} + u_{yy})$

۱۸- صورت قطبی معادله لاپلاس کدام است؟

۲. $\Delta u = u_{rr} + u_r + u_{\theta\theta} = 0$

۱. $\Delta u = u_{rr} + u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$

۴. $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$

۳. $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + u_{\theta\theta} = 0$

۱۹- معادله $yz_{xx} + (x+y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ روی خط $y = x$ کدام است؟

۲. بیضی

۱. فقط یک نقطه است

۴. سهمی

۳. هذلولوی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۲۰- معادلات کمکی معادله دیفرانسیل $(z^2 + 2yz - y^2)p + (xy + xz)q = xy - xz$ کدام است؟

$$1. \frac{dx}{z^2 + 2yz - y^2} = \frac{dy}{xy + xz} = \frac{dz}{xy - xz}$$

$$2. \frac{dx}{z^2 - y^2} = \frac{dy}{xy + xz} = \frac{dz}{xy - xz}$$

$$3. \frac{dx}{z^2 - y^2} = \frac{dy}{xy} = \frac{dz}{xy}$$

$$4. \frac{dx}{z^2 + 2yz - y^2} = \frac{dy}{xy + xz} = \frac{dz}{xy + xz}$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنیم $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چند جمله ایهای متعامد بوده و Q_m یک چندجمله ای دلخواه از

درجه m باشد. ثابت کنید $Q_m = c_0 f_0 + c_1 f_1 + \dots + c_m f_m$ که در آن $c_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|f_k\|^2}$ برای $k = 0, 1, 2, \dots, m$

۲- ثابت کنید اگر دنباله $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چند جمله ایها باشد که نسبت به تابع وزن w بر بازه (a, b) متعامد باشد، آنگاه هر چندجمله ای درجه n یعنی $f_n(x)$ در بازه (a, b) دارای n صفر متمایز است.

۳- تابع گرین و جواب مسأله با مقدار مرزی $\frac{d^2 u}{dx^2} + \pi^2 u = 1$ ، $u(1) = u(0) = 0$ را پیدا کنید.

۴- سری فوریه تابع $f(x) = |x|$ ، $-\pi \leq x \leq \pi$ را نوشته و به کمک آن مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ را به دست آورید.

۵- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام صفحات مماس بر بیضی گون $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4$ را که بر صفحه عمود نیستند، را بدست آورید.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت گلبه
1	ج	همادي
2	الف	همادي
3	الف	همادي
4	ب	همادي
5	ب	همادي
6	ج	همادي
7	د	همادي
8	ج	همادي
9	ج	همادي
10	ب	همادي
11	د	همادي
12	ب	همادي
13	الف	همادي
14	ب	همادي
15	الف	همادي
16	د	همادي
17	ج	همادي
18	د	همادي
19	د	همادي
20	الف	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- فرض کنیم دنباله توابع $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty} = \{\sin(nx)\}_{n=1}^{\infty}$ بر بازه $[0, \pi]$ تعریف شده باشند. در این صورت $\|f_n(x)\|$ کدام است؟

۱. π ۲. $\sqrt{\pi}$ ۳. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ۴. $\frac{\pi}{2}$

۲- فرض می کنیم $\{\phi_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چندجمله ایها باشد که در بازه (a, b) نسبت به تابع وزن w متعامد است. در این صورت چندجمله ای ϕ_n (از درجه n) بر بازه (a, b) دارای چند صفر متمایز است؟

۱. $n-1$ ۲. n ۳. $n+1$ ۴. مشخص نیست.

۳- یک جواب از معادله دیفرانسیل $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{dy}{dx}] + 12y = 0$ عبارت است از $P_n(x)$ چند جمله ای لژاندر است:

۱. $P_2(x)$ ۲. $P_3(x)$ ۳. $P_4(x)$ ۴. $P_1(x) - P_2(x)$

۴- تابع مولد دنباله توابع $\{(x(x-1)\cdots(x-n+1))/n!\}_{n=1}^{\infty}$ کدام است؟

۱. $(1+t)^x$ ۲. $(1-t)^x$ ۳. $(1+tx)^x$ ۴. $(1-tx)^x$

۵- فرض کنید P_n نشان دهنده n -امین چندجمله ای لژاندر باشد. در این صورت $P_n(-1)$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. -۱ ۳. ۰ ۴. $(-1)^n$

۶- کدام یک از روابط زیر مربوط به فرمول رد ریگز در مورد چندجمله ای های لژاندر است؟

۱. $P_n(x) = \frac{1}{2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ۲. $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$
۳. $P_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ۴. $P_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x - 1)^n$

۷- فرض کنید P_n بیانگر n -امین چندجمله ای لژاندر باشد. در این صورت مقدار $\|P_n\|^2$ برای $n \geq 0$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{2n}$ ۲. $\frac{1}{2n+1}$ ۳. $\frac{2}{2n+1}$ ۴. ۰

۸- نقاط $\{-1, +1\}$ برای معادله دیفرانسیل لژاندر چه نقاطی هستند؟

۱. تحلیلی ۲. منفرد منظم ۳. منفرد نامنظم ۴. نامنفرد

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۹- کدام گزینه در مورد تابع گرین برای مسئله ناهمگن
$$\begin{cases} Lu = \frac{d}{dx} \left[p(x) \frac{du}{dx} \right] + q(x)u = f(x) \\ u(a) = 0 \quad u(b) = 0 \end{cases}$$
، که مسئله همگن آن

فقط دارای جواب بدیهی است، صحیح نیست؟

۱. تابع گرین در $x = \xi$ پیوسته است.

۲. تابع گرین در $x = \xi$ مشتق پذیر است.

۳. تابع گرین در شرایط مرزی مسئله صدق می کند.

۴. برای عملگر خود الحاق داریم $G(x, \xi) = G(\xi, x)$.

۱۰- کدام گزینه در مورد مقادیر ویژه و توابع ویژه یک مسئله خود الحاق صحیح نیست؟

۱. توابع ویژه متناظر با مقادیر ویژه متمایز متعامداند.

۲. همه مقادیر ویژه یک مسئله خود الحاق حقیقی است.

۳. مقادیر ویژه یک مسئله خود الحاق دنباله ای صعودی با حد بینهایت تشکیل می دهند.

۴. همه مقادیر ویژه یک مسئله خود الحاق مثبت می باشند.

۱۱- جواب غیربدیهی مساله با مقدار اولیه
$$\begin{cases} u'' + u = 0 \\ u(\pi) = u(0) = 0 \end{cases}$$
 کدام است؟

۲. $u(x) = c(\pi - x)\sin(x)$

۱. $u(x) = c\sin(x)$

۴. $u(x) = \cosh(x)$

۳. $u(x) = c\cos(x)$

۱۲- جواب مساله غیرهمگن $\frac{d^2u}{dx^2} + \pi^2u = 1$ با شرایط $u(1) = u(0) = 0$ کدام است؟

۴. جواب ندارد.

۳. $\frac{1}{\pi^2} \cos \pi x + \frac{2x-1}{\pi^2}$

۲. $\frac{1}{\pi^2} \sin x + \cos x$

۱. $\frac{1}{\pi^2} \cos x + \sin x$

۱۳- مقادیر ویژه منفی مساله $y''(x) + \lambda y(x) = 0$ برای $0 \leq x \leq \pi$ با شرط $y'(\pi) = y(0) = 0$ کدام است؟

۲. $\left(\frac{2n+1}{2}\right)^3$ که در آن n یک عدد صحیح مثبت است.

۱. $\left(\frac{2n-1}{2}\right)^3$ که در آن n یک عدد صحیح مثبت است.

۴. مساله دارای مقادیر ویژه منفی نمی باشد.

۳. $\frac{2n+1}{2}$ که در آن n یک عدد صحیح مثبت است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۴-

سری فوریه کلی مثلثاتی تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 4 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ با $f(x+2\pi) = f(x)$ در نقطه $x=0$ به چه مقداری

همگراست؟

۱. 1 ۲. $\frac{1}{2}$ ۳. 0 ۴. 2

۱۵- ضرائب سری فوریه - لژاندر برای تابع دلخواه کدام است؟

۱. $C_n = \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$ ۲. $C_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$
۳. $C_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 P_n(x) dx$ ۴. $C_n = \frac{n-1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$

۱۶- با استفاده از سری فوریه تابع $f(x) = x^2$ با دوره تناوب 2π در بازه $-\pi \leq x \leq +\pi$ که به صورت

$\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos nx$ است، مقدار سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi^2}{8}$ ۲. $\frac{\pi^2}{6}$ ۳. $\frac{\pi^2}{12}$ ۴. $\frac{\pi^2}{3}$

۱۷- سری مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \leq x \leq 0 \\ +1, & 0 \leq x \leq +\pi \end{cases}$ با فرض $f(x) = f(x+2\pi)$ کدام است؟

۱. $\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ ۲. $\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$
۳. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ ۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$

۱۸- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام سطوح دوار حول محور z کدام است؟

۱. $yp = 0$ ۲. $xq = 0$ ۳. $yp - xq = 0$ ۴. $yp = xq = 0$

۱۹- منحنی های شاخص معادله $yz_{xx} + (x+y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ کدام است؟

۱. $\xi = y - x, \eta = y^2 + x^2$ ۲. $\xi = y + x, \eta = y^2 + x^2$
۳. $\xi = y - x, \eta = y^2 - x^2$ ۴. $\xi = y + x, \eta = y^2 - x^2$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸)

۲۰- صورت قطبی معادله لاپلاس کدام است؟

$$\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \quad ۲.$$

$$\Delta u = u_{rr} + u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0 \quad ۱.$$

$$\Delta u = u_{rr} + u_r + u_{\theta\theta} = 0 \quad ۴.$$

$$\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + u_{\theta\theta} = 0 \quad ۳.$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنیم λ یک عدد حقیقی باشد. در این صورت مقادیر ویژه و توابع ویژه مساله $y''(x) + \lambda y(x) = 0$ برای $0 \leq x \leq \pi$ با شرایط $y(0) = 0$ و $y'(\pi) = 0$ را پیدا کنید.

۲- سری فوریه تابع $f(x) = |x|$ در بازه $-\pi \leq x \leq +\pi$ را نوشته و به کمک آن مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ را به دست آورید.

۳- معادله دیفرانسیل $x^2 p - xy q + yz = 0$ را حل کنید.

۴- سطح انتگرالی از معادله $(y + zx)p + (x + yz)q = z^2 - 1$ که از سهمی $x = t, y = 1, z = t^2$ می گذرد را به دست آورید.

۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3 \cos 2y$ را به دست آورید.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت گلبه
1	ج	همادي
2	ب	همادي
3	ب	همادي
4	الف	همادي
5	د	همادي
6	ب	همادي
7	ج	همادي
8	ب	همادي
9	ب	همادي
10	د	همادي
11	الف	همادي
12	د	همادي
13	د	همادي
14	ب	همادي
15	ب	همادي
16	ب	همادي
17	الف	همادي
18	ج	همادي
19	ج	همادي
20	ب	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- در صورتی که توابع $\varphi_0(x) = 1$ و $\varphi_1(x) = x + a$ نسبت به تابع وزن $w(x) = \sqrt{x}$ بر بازه $(0, 1)$ متعامد باشند، مقدار a کدام است؟

۴. $\frac{2}{3}$

۳. $-\frac{2}{3}$

۲. $\frac{3}{5}$

۱. $-\frac{3}{5}$

۲- در مورد چند جمله ای های لژاندر $(P_n(x))$ کدام گزینه نادرست است؟

۱. $P_n(1) = 1$

۲. $P_n(-1) = (-1)^n$

۳. $P_{2n+1}(0) = (-1)^{n+1}$

۴. $P_{2n}(0) = \frac{(-1)^n (2n)!}{2^{2n} (n!)^2}$

۳- جوابی از معادله دیفرانسیل $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{dy}{dx}] + 2xy = 0$ کدام است؟

۱. $P_2(x)$

۲. $P_1(x)$

۳. $P_0(x)$

۴. $P_3(x)$

۴- چندجمله ای های چبیشف نوع اول حالت خاصی از کدام نوع چندجمله ای ها می باشند؟

۱. هرمیت

۲. لژاندر

۳. لاگر

۴. ژاکوبی

۵- اگر $T_n(x)$ چندجمله ای های چبیشف نوع اول باشند، کدام رابطه صحیح است؟

۱. $T_0(x) = 0$

۲. $T_1(x) = 2x$

۳. $T_2(x) = 2x^2 - 1$

۴. $T_3(x) = x^3$

۶- کدام دسته از چندجمله ای های زیر بر $(-1, 1)$ متعامد ساده اند؟

۱. لژاندر

۲. چبیشف نوع اول

۳. چبیشف نوع دوم

۴. هرمیت

۷- مسئله با مقدار اولیه $\begin{cases} u'' + \frac{1}{4}u = 0 \\ u(0) = u(\pi) = 0 \end{cases}$ دارای چه نوع جوابی است؟

۱. غیر بدیهی $u = c \sin x$

۲. غیر بدیهی $u = c \sin \frac{x}{2}$

۳. غیر بدیهی $u = c_1 \cos \frac{x}{2} + c_2 \sin \frac{x}{2}$

۴. این مسئله فقط جواب بدیهی دارد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۸- تابع گرین برای مسئله با مقدار مرزی $\frac{d^2 u}{dx^2} = f(x)$ ، $0 \leq x \leq 1$ ، $u(0) = u(1) = 0$ کدام است؟

$$G(x; \xi) = \begin{cases} x(\xi - 1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x - 1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۲$$

$$G(x; \xi) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۱$$

$$G(x; \xi) = \begin{cases} x - 1 & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi - 1 & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۴$$

$$G(x; \xi) = \begin{cases} x^2 - \xi^2 & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi^2 - x^2 & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۳$$

۹- همه مقادیر ویژه یک مسئله خود الحاق...

۲. مثبت اند.

۱. حقیقی اند.

۴. در حالت کلی چیزی نمی توان گفت.

۳. منفی اند.

۱۰- با فرض اینکه y, y' متناهی اند وقتی $x \rightarrow 0^+$ ، توابع ویژه مسئله منفرد $x^2 y'' + xy' + \lambda y = 0$ ، $y(1) = 0$ کدام است؟ α

عدد حقیقی و مثبت است.

$$y = c \sin(\alpha \ln x) \quad ۲$$

$$y = c \sin \alpha x \quad ۱$$

$$y = c \cos \alpha x \quad ۴$$

$$y = c \cos(\alpha \ln x) \quad ۳$$

۱۱- فرض کنید تابع دلخواه f بر بازه $[a, b]$ تعریف شده است و $\{\varphi_k(x)\}_{n=1}^{\infty}$ یک مجموعه متعامد از توابع بر بازه

(a, b) با تابع وزن $w(x)$ باشد. اگر f را به صورت سری فوری $\sum_{n=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x)$ بنویسیم، ضرایب c_k چگونه به

دست می آیند؟

$$c_k = \frac{(f, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2} \quad ۴$$

$$c_k = \frac{(f, \varphi_k)}{\|f\|^2} \quad ۳$$

$$c_k = \frac{(f, \varphi_k)}{\|f\|} \quad ۲$$

$$c_k = \frac{(f, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|} \quad ۱$$

۱۲- در صورتی که بدانیم $|x| = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos((2n-1)x)}{(2n-1)^2}$ ، حاصل سری عددی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$ کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{4} \quad ۴$$

$$\frac{\pi^2}{8} \quad ۳$$

$$\frac{\pi}{8} \quad ۲$$

$$\frac{\pi}{4} \quad ۱$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۳- سری فوریه تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < 1 \\ 2 & 1 \leq x < 2 \end{cases}$ با دوره تناوب $T = 2$ در نقطه $x = 2$ به چه عددی همگراست؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. $\frac{1}{2}$ ۴. $\frac{3}{2}$

۱۴- کدام یک از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی زیر خطی اند؟

۱. $u u_y u_{xxx} = \sin u$ ۲. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$
۳. $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 = u$ ۴. $\frac{u_x}{u_y} + u = 1$

۱۵- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده همه سطوح دوار حول محور z کدام است؟

۱. $yu_x - xu_y = 0$ ۲. $xu_x + yu_y = 0$
۳. $(u_x)^2 + (u_y)^2 = u$ ۴. $xu_x - yu_y = 0$

۱۶- جواب عمومی معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $z_x + 2z_y + z = 0$ کدام است؟

۱. $z = e^{-2x} f(2x - y)$ ۲. $z = e^x f(2x + y)$
۳. $z = e^{-x} f(2x - y)$ ۴. $z = e^{2x} f(x - 2y)$

۱۷- جواب عمومی معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $2u_x - u_y + 4u_z + u = 0$ کدام است؟

۱. $u = e^x f(3x + y + 2z)$ ۲. $u = e^{-2x} f(x + 2y - z)$
۳. $u = e^{-x} f(x + y + z)$ ۴. $u = e^{\frac{-x}{2}} f(x + 6y + z)$

۱۸- معادله $(1-x^2)z_{xx} - 2xy z_{xy} + (1-y^2)z_{yy} + x z_x + 3x^2 y z_y - 2z = 0$ در ناحیه $x^2 + y^2 > 1$ چگونه است؟

۱. بیضوی ۲. سهموی ۳. هذلولوی ۴. استوانه‌ای

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۹- معادله گرمای یک بعدی چه نوع معادله ای است؟

۱. بیضوی ۲. سهموی ۳. هذلولوی ۴. استوانه ای

۲۰- معادله $u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$ چه نوع معادله ای است؟

۱. لاپلاس قطبی ۲. موج دکارتی ۳. موج قطبی ۴. موج دکارتی

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- با توجه به فرمول ردیگز برای چندجمله ای های لژاندر $(P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n)$ ، چهار عضو اول چندجمله ای های لژاندر را محاسبه کنید.

۱.۲۰ نمره

۲- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0 & 0 \leq x \leq \pi \\ y(0) = 0, & y'(\pi) = 0 \end{cases}$ را پیدا کنید.

۱.۲۰ نمره

۳- انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ را محاسبه کنید و به کمک آن حاصل انتگرال $\int \frac{\sin 2s}{s} ds$ را به دست آورید.

۱.۲۰ نمره

۴- معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $x^2 z_x - xy z_y + y z = 0$ را حل کنید.

۱.۲۰ نمره

۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی $z_{xx} - z_{yy} = 4x + 3 \cos 2y$ را پیدا کنید.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وصفیت کلبه
1	الف	همادي
2	ج	همادي
3	ب	همادي
4	د	همادي
5	ج	همادي
6	الف	همادي
7	د	همادي
8	ب	همادي
9	الف	همادي
10	ب	همادي
11	د	همادي
12	ج	همادي
13	د	همادي
14	ب	همادي
15	الف	همادي
16	ج	همادي
17	د	همادي
18	ج	همادي
19	ب	همادي
20	الف	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- مجموعه ساده از چندجمله ای ها مانند $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ نسبت به تابع وزن w بر بازه (a, b) متعامد است هرگاه به ازای هر

عدد صحیح و مثبت n و به ازای هر $m = 0, 1, \dots, n-1$ حاصل $\int_a^b w(x)f_n(x)x^m dx$ برابر باشد با

۱. ۱ -۱

۳. صفر ۴. هر عدد غیر صفر مخالف ۱ و -۱

۲- مقدار عبارت $(\phi_n(x), x^n)$ که در آن $\phi_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$ یک چندجمله ای از درجه n است که نسبت به تابع وزن w بر بازه (a, b) متعامد می باشد کدام است؟

۱. $\|\phi_n(x)\|$ ۲. $\|\phi_n(x)\|^2$ ۳. $\frac{1}{a_n} \|\phi_n(x)\|^2$ ۴. $\frac{1}{a_n} \|\phi_n(x)\|$

۳- فرمول رد ریگز در مورد چندجمله ای های لژاندر $(P_n(x))$ کدام است؟

۱. $P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ۲. $P_n(x) = \frac{1}{2n!} \frac{d^n}{dx^n} (x-1)^n$

۳. $P_n(x) = \frac{1}{n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$ ۴. $P_n(x) = \frac{1}{2^n} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$

۴- تابع وزنی که چندجمله ای لژاندر نسبت به آن روی بازه $[a, b]$ متعامد است کدام است؟

۱. $w(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ ۲. $w(x) = 1$ ۳. $w(x) = -1$ ۴. $w(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$

۵- چندجمله ای های چبیشف نوع دوم نسبت به چه تابع وزنی روی بازه $(-1, 1)$ متعامد هستند؟

۱. $w(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ ۲. $w(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ ۳. $w(x) = (1+x^2)^{-\frac{1}{2}}$ ۴. $w(x) = (1+x^2)^{\frac{1}{2}}$

۶- کدام گزینه در مورد تابع گرین $G(x, \xi)$ نادرست است؟

۱. مشتق تابع گرین در $x = \xi$ پیوسته است.

۲. تابع گرین در $x = \xi$ پیوسته است.

۳. تابع گرین در شرایط مرزی مسأله صدق می کند.

۴. تابع گرین تابعی متقارن برای عملگر خودالحاق نسبت به متغیرهای x و ξ است.

۷- کدام گزینه در مورد مقادیر ویژه یک مسأله خودالحاق درست است؟

۱. همه مقادیر ویژه یک مسأله خودالحاق حقیقی هستند. ۲. همه مقادیر ویژه یک مسأله خودالحاق مختلط هستند.

۳. یک مسأله خودالحاق مقدار ویژه غیر صفر ندارد. ۴. همه مقادیر ویژه یک مسأله خودالحاق مثبت هستند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۸- ضرایب سری فوریه چند جمله ای های لاگر یعنی $\{L_n\}_{n=0}^{\infty}$ برای تابع دلخواه f کدام است؟

$$c_n = \int_0^{\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx \quad .2$$

$$c_n = \int_0^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx \quad .1$$

$$c_n = \int_0^{\infty} e^x f(x) L_n(x) dx \quad .4$$

$$c_n = \int_0^{\infty} e^{x^2} f(x) L_n(x) dx \quad .3$$

۹- فرض کنید دنباله توابع $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ و تابع f به فضای $C_p[a, b]$ متعلق باشند. گوییم دنباله $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ نسبت به تابع وزن W بر $[a, b]$ در میانگین به f همگرا است اگر

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (f_n(x) - f(x)) = 0 \quad .2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \|f_n\| = 0 \quad .1$$

$$f(x) = 0 \quad .4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_a^b w(x) (f_n(x) - f(x))^2 dx = 0 \quad .3$$

۱۰- تابع f بر بازه بسته $[a, b]$ قطعه ای هموار است هرگاه:

۲. f و f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشند.

۱. f بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۴. f در نقطه a مشتق چپ داشته باشد.

۳. f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۱۱- فرض کنید تابع f با $\|f\| = 0$ به فضای توابع قطعه ای پیوسته متعلق باشد. گزینه درست در مورد f کدام است؟

۱. f در همه نقاط صفر است.

۲. f تنها در نقاط ناپیوستگی صفر است.

۳. f هیچ جا صفر نیست.

۴. f در تمام نقاط به جز احتمالاً در نقاط ناپیوستگی خود صفر است.

۱۲- فرض کنید f بر هر بازه متناهی قطعه ای هموار باشد و $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} (f(x))^2 dx$ موجود باشد. در این صورت سری چندجمله ای

های هرमित برای $f(x)$ به ازای هر x

۲. به $f(x^+) + f(x^-)$ همگرا است.

۱. به $f(x)$ همگرا است.

۴. واگرا است.

۳. به $\frac{1}{2}(f(x^+) + f(x^-))$ همگرا است.

۱۳- یک جواب خصوصی برای معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ کدام است؟

$$z_p = 1 \quad .4$$

$$z_p = e^{-x} \quad .3$$

$$z_p = x \quad .2$$

$$z_p = x - 1 \quad .1$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۴- یک جواب $z = \varphi(x, y)$ از معادله $yp - xq = 0$ به قسمی که $\varphi(x, 0) = x^2$ کدام است؟

۱. $z = x^4$ ۲. $z = y^4$

۳. $z = f(x^2 + y^2)$ که در آن f یک تابع دلخواه است. ۴. $z = (x^2 + y^2)^2$

۱۵- مبین معادله $(1-x^2)z_{xx} - 2xyz_{xy} + (1-y^2)z_{yy} + xz_x + 3x^2yz_y - 2z = 0$ کدام است؟

۱. $x^2 + y^2$ ۲. $x^2 + y^2 - 1$ ۳. $1 - x^2$ ۴. $1 - y^2$

۱۶- معادله دیفرانسیل جزئی که همه توابع مجزا به صورت $z = f(x)g(y)$ در آن صدق می کنند کدام است؟

۱. $z \cdot z_{xy} - z_x \cdot z_y = 0$ ۲. $z \cdot z_{xy} + z_x \cdot z_y = 0$

۳. $z \cdot z_{xx} + z_x \cdot z_y = 0$ ۴. $z \cdot z_{xy} - z_x \cdot z_{xy} = 0$

۱۷- جوابی از نوع نمایی برای معادله موج $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ در فضای یک متغیره X کدام است؟

۱. $u = e^{h(x \pm ct)}$ ۲. $u = e^{ih(x+t)}$ ۳. $u = e^{-wx}$ ۴. $u = e^{-wt}$

۱۸- عملگر L با معادله $Lz = 0$ در نقطه (x, y) بیضوی است هرگاه $\Delta(x, y)$:

۱. صفر باشد. ۲. منفی باشد.

۳. مثبت باشد. ۴. عدد ثابت غیر صفر باشد.

۱۹- معادله دیفرانسیل $yz_{xx} + (x+y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ بر روی خط $y = x$ چه نوع معادله ای است؟

۱. هذلولوی ۲. بیضوی ۳. سهموی ۴. هیچکدام

۲۰- جواب عمومی مسئله همگن $z_x + z = 0$ کدام است؟

۱. $z_h = e^x f(y)$ ۲. $z_h = e^{-x} f(y)$ ۳. $e^x f(x+y)$ ۴. $z_h = e^x f(x-y)$

سوالات تشریحی

۱- مطلوب است محاسبه $P_n(1)$ که در آن P_n ، Π امین چندجمله ای لژاندر است. ۱،۲۰ نمره

۲- مقادیر ویژه مثبت و منفی، همچنین توابع ویژه متناظر با آنها را برای مسأله $y'' + \lambda y = 0$ با شرایط $y(0) = 0$ و $y'(\infty) = 0$ متناهی هستند در صورت وجود به دست آورید. ۱،۲۰ نمره

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱،۲۰ نمره

۳- بسط سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ را به دست آورید.

۱،۲۰ نمره

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $u_x + xu_y + xyu_z = xyz$ را به کمک روش لاگرانژ پیدا کنید.

۱،۲۰ نمره

۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3 \cos 2y$ را پیدا کنید.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت گليد
1	ج	عادي
2	ج	عادي
3	الف	عادي
4	ب	عادي
5	الف	عادي
6	الف	عادي
7	الف	عادي
8	الف	عادي
9	ج	عادي
10	ب	عادي
11	د	عادي
12	ج	عادي
13	الف	عادي
14	د	عادي
15	ب	عادي
16	الف	عادي
17	الف	عادي
18	ب	عادي
19	ج	عادي
20	ب	عادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- تابع f را نرمال شده می‌گوییم هرگاه

۱. $\|f\| = 0$ ۲. $\|f\| = 1$ ۳. $\forall g, (f, g) = 1$ ۴. $\forall g, (f, g) = 0$

۲- فرض کنید دنباله توابع $\varphi_n(x) = \sin x$ بر بازه $[0, \pi]$ تعریف شده باشند. در این صورت $\|\varphi_n\|$ کدام است؟

۱. π ۲. 2π ۳. $\sqrt{\pi}$ ۴. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

۳- فرض کنید $\{\varphi_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چند جمله‌ایهای متعامد بوده و φ_m یک چند جمله‌ای دلخواه از درجه m باشد. در این صورت داریم:

$$Q_m = \sum_{i=0}^m C_i \varphi_i \text{ که در آن --}$$

۱. $C_k = \frac{(Q_m, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2}$ ۲. $C_k = \frac{(Q_m, \varphi_k)}{\|\varphi_m\|^2}$ ۳. $C_k = \frac{(Q_m, \varphi_m)}{\|\varphi_k\|^2}$ ۴. $C_k = \frac{(Q_k, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2}$

۴- حاصل $P_s(1)$ که در آن P_s پنجمین چند جمله‌ای لژاندر می‌باشد کدام است؟

۱. ۵ ۲. -۱ ۳. ۱ ۴. صفر

۵- به ازای کدام یک از مقادیر زیر چند جمله‌ای‌های چبیشف نوع دوم دسته خاصی از چند جمله‌ای‌های ژاکوبی هستند.

۱. $\alpha = \beta = 0$ ۲. $\alpha = \beta = -\frac{1}{2}$ ۳. $\alpha = \beta = 1$ ۴. $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$

۶- صورت خود الحاق معادله دیفرانسیل $(1-x^2)u'' - 2xu' + n(n+1)u = 0$ روی $-1 < x < 1$ کدام است؟

۱. $\frac{d}{dx}[(1+x^2)\frac{du}{dx}] + n(n-1)u = 0$ ۲. $\frac{d}{dx}[(3-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n-1)u = 0$
۳. $C_k = \frac{(Q_m, \varphi_k)}{\|\varphi_k\|^2}$ ۴. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 0$

۳. $\frac{d}{dx}[(3-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 0$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۷- کدام یک از تساوی های زیر فرمول گرین است؟

$$\int_a^b [uLv + vLu] dx = [P(u \frac{dv}{du} - v \frac{du}{dx})]_a^b \quad .2$$

$$\int_a^b [uLv - vLu] dx = [P(u \frac{dv}{du} + v \frac{du}{dx})]_a^b \quad .1$$

$$\int_a^b [uLv - vLu] dx = [P(v \frac{dv}{du} - u \frac{du}{dx})]_a^b \quad .4$$

$$\int_a^b [uLv - vLu] dx = [P(u \frac{dv}{du} - v \frac{du}{dx})]_a^b \quad .3$$

۸- مقادیر ویژه مساله $y'' + \lambda y = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$ کدام است؟
 $y(1) + y'(1) = 0 \quad y(0) = 0$

۱. $\lambda_n = K_n^2$ ، $n = 1, 2, 3, \dots$ که در آن K_n ریشه مثبت n ام معادله $K = -\tan K$ است.

۲. $\lambda_n = 2K_n^2$ ، $n = 1, 2, 3, \dots$ که در آن K_n ریشه مثبت n ام معادله $K = -\tan K$ است.

۳. $\lambda_n = 2\sin(K_n^2)$ ، $n = 1, 2, 3, \dots$ که در آن K_n ریشه مثبت n ام معادله $K = -\tan K$ است.

۴. $\lambda_n = \sin(K_n^2)$ ، $n = 1, 2, 3, \dots$ که در آن K_n ریشه مثبت n ام معادله $K = -\tan K$ است.

۹- کدام مورد برای مساله $y''(x) + (\lambda r + q)y(x) = 0$ با شرایط $y(0) - y'(1) = 0, y'(0) + y(1) = 0$ صحیح است؟

۱. خود الحاق است

۲. خود الحاق است با شرایط مرزی جداشدنی.

۳. تحت شرایطی خود الحاق است.

۴. بستگی به پارامترهای λ, r, q دارد.

۱۰- چند جمله ای های هرمیت H_n نسبت به تابع وزن ----- متعامدند.

۲. e^{-2x} بر مجموعه اعداد طبیعی

۱. e^{-x} بر مجموعه اعداد حقیقی

۴. xe^{-x^2} بر بازه مثبت اعداد حقیقی

۳. e^{-x^2} بر مجموعه اعداد حقیقی

۱۱- سری سینوسی فوریه تابع دلخواه f کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos \frac{n\pi x}{a} \quad .4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{a} \quad .3$$

$$\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{a} \quad .2$$

$$\frac{c_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sin \frac{n\pi x}{a} \quad .1$$

۱۲- مقدار $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos S \sin S}{S} dS$ چه عددی است؟

۴. $\frac{1}{2}$

۳. ۲

۲. ۱

۱. ۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۳- یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی را شبه خطی گویند هرگاه....

۱. معادله نسبت به بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.

۲. معادله نسبت به پایین ترین توان مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.

۳. معادله نسبت به متغیرهای مستقل که در معادله ظاهر می شوند خطی باشد.

۴. معادله نسبت به متغیرهای وابسته که در معادله ظاهر می شوند خطی باشد.

۱۴- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام سطوح دوار حول محور Z کدام است؟

۱. $yp + x^2q = 0$ ۲. $yp + xq = 0$ ۳. $yp - xq = 0$ ۴. $ypxq = 0$

۱۵- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ کدام است؟

۱. $z = x$ ۲. $z = x - 1$ ۳. $z = x + 1$ ۴. $z = x + 2$

۱۶- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $2Z_x - 3Z_y = 0$ کدام است؟

۱. $Z_h = f(-3x - 2y)$ ۲. $Z_h = f(-3x + 2y)$ ۳. $Z_h = f(3x + 2y)$ ۴. $Z_h = f(x + 2y)$

۱۷- معادلات کمکی معادله دیفرانسیل $u_x + xu_y + xyu_z = xyz u$ کدام است؟

۱. $\frac{dx}{1} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{xy} = \frac{du}{xyzu}$ ۲. $\frac{dx}{1} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{xy} = \frac{du}{xy - zu}$

۳. $\frac{dx}{1} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{x+y} = \frac{du}{xy - zu}$ ۴. $\frac{dx}{z} = \frac{dy}{x} = \frac{dz}{x+y} = \frac{du}{xy - zu}$

۱۸- معادله همگن وابسته به معادله $r - t + 2p + z = y^2 + 2\sin(2x + y) - x^2y$ کدام است؟

۱. $(D_x^2 - D_y^2 + 2D_x)z = 0$ ۲. $(D_x^2 - D_y^2 + 2D_x + 1)z = 0$

۳. $(D_x^2 - D_y^2 + D_x + 1)z = 0$ ۴. $(D_x^2 - D_y^2 + D_x - 1)z = 0$

۱۹- مبین معادله $(1-x^2)Z_{xx} - 2xyZ_{xy} + (1-y^2)Z_{yy} + xZ_x + 3x^2yZ_y - 2Z = 0$ کدام است؟

۱. $-1 + x^2 + y^2$ ۲. $1 - x + y$ ۳. $1 - x^2 + y^2$ ۴. $1 + x^2 + y^2$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۲۰- تابع وزنی که چند جمله ای های چبیشف نوع دوم نسبت به آن روی بازه $(-1, 1)$ متعامد باشند کدام است؟

۱. $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ ۲. $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ ۳. $(1+x^2)^{\frac{1}{2}}$ ۴. $(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}$

سوالات تشریحی

۱- معادله دیفرانسیل $y'' + a_1(x)y' + a_0(x)y = 0$ را در نظر بگیرید. نشان دهید که این معادله را می توان به صورت $(p(x)y')' + q(x)y = 0$ نوشت، که در آن
 $p(x) = e^{\int a_1(x)dx}$, $q(x) = a_0(x)e^{\int a_1(x)dx}$

۲- سری فوریه تابع قدرمطلق رادر فاصله $[-\pi, \pi]$ بدست آورید.

۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2p - xyq + yz = 0$ را بدست آورید

۴- با استفاده از روش لاگرانژ جواب عمومی معادله $xzp + yzq = -(x^2 + y^2)$ را پیدا کنید.

۵- جوابهایی از معادله موج یک بعدی $u_{xx} = c^{-2}u_{tt}$ را که به صورت حاصلضرب تابعی از x تنها در یک تابع که تنها به وابستگی دارد پیدا کنید

شماره سوال	پاسخ صحيح	وصفیت کلبه
۱	ب	همادي
۲	د	همادي
۳	الف	همادي
۴	ج	همادي
۵	د	همادي
۶	د	همادي
۷	ج	همادي
۸	الف	همادي
۹	الف	همادي
۱۰	ج	همادي
۱۱	ج	همادي
۱۲	د	همادي
۱۳	الف	همادي
۱۴	ج	همادي
۱۵	ب	همادي
۱۶	الف	همادي
۱۷	الف	همادي
۱۸	ب	همادي
۱۹	الف	همادي
۲۰	ب	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- تابع مولد چند جمله ایهای لژاندار عبارت است از

۱. $(1-2xt+t^2)^{-\frac{1}{2}}$ ۲. $(1-2xt+t^2)$ ۳. $(1-2xt-t^2)^{\frac{1}{2}}$ ۴. $(1+2xt-t^2)^{\frac{1}{2}}$

۲- چند جمله ای های هرمیت H_n در کدام معادله دیفرانسیل زیر صدق می کند؟

۱. $y'' + 2ny = 0$ ۲. $y'' - 2xy + 2ny = 0$ ۳. $y'' - 2xy' + 2ny = 0$ ۴. $y'' + 2xy' + 2ny = 0$

۳- تابع وزنی که چند جمله ای لژاندر نسبت به آن روی بازه $(-1,1)$ متعامد است کدام است؟

۱. ۱ ۲. x ۳. $1-x$ ۴. $1+x$

۴- چند جمله ای های هرمیت H_n نسبت به تابع وزن ----- بر تمامی اعداد حقیقی متعامدند.

۱. e^x ۲. e^{-x^2} ۳. e^{-x} ۴. e^{x^2}

۵- معادله دیفرانسیل لژاندر از مرتبه α کدام است.

۱. $\alpha y + (1-x^2)y'' + 2xy' = 0$ ۲. $\alpha(\alpha+1)y + (1-x^2)y'' + 2xy' = 0$ ۳. $\alpha(\alpha+1)y + (1-x^2)y'' - 2xy' = 0$ ۴. $\alpha(\alpha+1)y + (1+x^2)y'' - 2xy' = 0$

۶- چند جمله ای های لژاندر دسته خاصی از چند جمله ایهای ژاکوبی به ازای (α, β) برابر با..... هستند.

۱. $(0,0)$ ۲. $(1,0)$ ۳. $(1,1)$ ۴. $(-1,1)$

۷- در مورد تابع گرین $G(x, \xi)$ کدامیک از موارد زیر صحیح می باشد؟

۱. مشتق تابع گرین در $x = \xi$ پیوسته است.
۲. تابع گرین برای عملگر خود الحاقی نسبت به متغیرهای x, ξ نا متقارن است.
۳. تابع گرین در $x = \xi$ پیوسته است.
۴. تابع گرین در شرایط مرزی صدق نمی کند.

۸- کدام یک از گزینه های زیر یک جواب مسأله $\frac{d^2u}{dx^2} = 1, 0 \leq x \leq 1, u(1) = 0, u(0) = 0$ است؟

۱. $u(x) = x(x-1) + \frac{x(x-1)}{2}$ ۲. $u(x) = x(x+1) + \frac{x(x-1)}{2}$ ۳. $u(x) = \frac{x(x+1)}{2}$ ۴. $u(x) = \frac{x(x-1)}{2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۹- فرض کنید u و v دارای مشتق دوم پیوسته باشند و در شرایط مرزی داده شده صدق کنند. شرط خود الحاق بودن برای مسائل غیر منفرد عبارت است از

$$\int_a^b [uLv + vLu]dx = 1 \quad .4 \quad \int_a^b [uLv - vLu]dx = -1 \quad .3 \quad \int_a^b [uLv - vLu]dx = 1 \quad .2 \quad \int_a^b [uLv - vLu]dx = 0 \quad .1$$

۱۰- ضرایب فوریه تابع f نسبت به مجموعه متعامد $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$ کدام است؟

$$\|\phi_n\| \quad .1 \quad \frac{\|\phi_n\|}{(f, \phi_n)} \quad .2 \quad \frac{(f, \phi_n)}{\|\phi_n\|^2} \quad .3 \quad \frac{(f, \phi_n)}{\|\phi_n\|} \quad .4$$

۱۱- سری فوریه f در میانگین به تابع f همگراست اگر و تنها اگر

$$\|f\| = 2 \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \quad .1 \quad \|f\| < \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \quad .2 \quad \|f\| > \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \quad .3 \quad \|f\| = \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \quad .4$$

۱۲-

فرض کنید f تابعی متناوب با دوره متناوب 2π بوده و بر بازه $[-\pi, \pi]$ قطعه ای هموار باشد. در این صورت در هر نقطه x_0 سری فوریه وابسته به f به همگراست.

$$\frac{f(x_0^+) + f(x_0^-)}{2} \quad .1 \quad \frac{f(x_0^+) - f(x_0^-)}{2} \quad .2 \quad \frac{f(x_0^-) - 2f(x_0^-)}{2} \quad .3 \quad \frac{f(x_0^-) - f(2x_0^-)}{2} \quad .4$$

۱۳- فرمول انتگرال تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}$ کدام است؟

$$F(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ \frac{1}{2} & |x| = 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad .1 \quad F(x) = \begin{cases} 1 & |x| < 1 \\ -\frac{1}{2} & |x| = 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad .2 \quad F(x) = \begin{cases} -1 & |x| < 1 \\ -\frac{1}{2} & |x| = 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad .3 \quad F(x) = \begin{cases} -1 & |x| < 1 \\ \frac{1}{2} & |x| = 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases} \quad .4$$

۱۴- مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{\sin S \cos S}{S} ds$ کدام است؟

$$\frac{\pi}{2} \quad .1 \quad \frac{\pi}{4} \quad .2 \quad -\frac{\pi}{4} \quad .3 \quad 0 \quad .4$$

۱۵- یک معادله دیفرانسیل را ----- می گوئیم اگر معادله شبه خطی بوده و ضرایب ----- مرتبه مشتقهایی که در معادله ظاهر می شوند، فقط به متغیرهای مستقل بستگی داشته باشند.

۱. خطی-بالاترین
۲. تقریباً خطی-بالاترین
۳. خطی-پایین ترین
۴. شبه خطی قوی-پایین ترین

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷)، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

۱۶- مجموعه R را ناحیه نامیم هرگاه

۱. باز و فشرده باشد ۲. باز و ناهمبند باشد ۳. بسته و ناهمبند باشد ۴. باز و همبند باشد.

۱۷- کدامیک از گزینه های زیر جواب معادله $z_{xy} = 0$ است؟

۱. $Z = f_1(x) \cdot f_2(y)$ ۲. $Z = f_1(x) + f_2(y)$
۳. $Z = f_1(x) + xyf_2(y)$ ۴. $Z = x^n f_1(x) + xyf_2(y)$

۱۸- عملگر L با معادله $LZ = 0$ در نقطه (x, y) بیضوی است هرگاه L ----

۱. مثبت باشد. ۲. صفر باشد ۳. منفی باشد ۴. دقیقاً یک باشد

۱۹- معادله $yZ_{xx} + (x+y)Z_{xy} + xZ_{yy} = 0$ خارج از خط $y = x$ کدام است؟

۱. هذلولوی ۲. بیضوی ۳. سهموی ۴. فقط یک نقطه است.

۲۰- صورت خودالحاق معادله دیفرانسیل $(1-x^2)u'' - 2xu' + n(n+1)u = 0$ روی $-1 < x < 1$ کدام است؟

۱. $(1-x^2)\frac{du}{dx} - 2x + n(n+1)u = 0$ ۲. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] - 2x + n(n+1)u = 0$
۳. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + 2x + n(n+1)u = 0$ ۴. $\frac{d}{dx}[(1-x^2)\frac{du}{dx}] + n(n+1)u = 0$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- فرض کنید به ازای $\phi_n(x) = \sin nx, 0 \leq x \leq \pi$. نشان دهید که دنباله $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$ بر بازه $[0, \pi]$ متعامد ساده است. همچنین نرم هر یک از توابع ϕ_n را پیدا کنید.

۱.۲۰ نمره

۲- مفاهیم زیر را تعریف کنید:
الف. متعامد بودن دو تابع نسبت به تابع وزن بر یک بازه
ب. تساوی پارسوال

۱.۲۰ نمره

۳- مقادیر ویژه و توابع ویژه مساله زیر را پیدا کنید.

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0, 0 \leq x \leq \pi$$

$$y(0) = 0, y'(\pi) = 0$$

۱.۲۰ نمره

۴- بسط سری فوریه مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi < x < 0 \\ 1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ را پیدا کنید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷)، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

۱،۲۰ نمره

۵- جواب عمومی معادله $xzp + yzq = -(x^2 + y^2)$ را با استفاده از روش لاگرانژ پیدا کنید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) - ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

- ۱- مجموعه ساده از چند جمله ایها مانند $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ نسبت به تابع وزن W بر بازه (a, b) متعامد است اگر و تنها اگر به ازای هر عدد صحیح و مثبت n و به ازای هر $m = n-1, \dots, 0, 1$ داشته باشیم:

$$\int_a^b w(x) f_n(x) x^m dx = -1 \quad .2$$

$$\int_a^b w(x) f_n(x) x^m dx = 1 \quad .1$$

$$\int_a^b w(x) f_n(x) x^m dx \neq 0 \quad .4$$

$$\int_a^b w(x) f_n(x) x^m dx = 0 \quad .3$$

- ۲- تابع وزنی که چند جمله ایهای لژاندر نسبت به آن روی بازه $[-1, +1]$ متعامد است کدام است؟

$$-1 \quad .4$$

$$1 \quad .3$$

$$(1-x^2)^{\frac{1}{2}} \quad .2$$

$$(1-x^2)^{\frac{1}{2}} \quad .1$$

- ۳- تابع مولد چند جمله ایهای لژاندر کدام است؟

$$(1-2xt+t^2)^{\frac{1}{2}} \quad .4$$

$$(1-2xt+t^2)^{-\frac{1}{2}} \quad .3$$

$$1-2xt+t^2 \quad .2$$

$$(1-xt^2)^{\frac{1}{2}} \quad .1$$

- ۴- فرض کنیم $\{T_n\}_{n=0}^{\infty}$ چند جمله ای چبیشف نوع اول باشد. در این صورت حاصل $\|T_1(x)\|$ کدام است؟

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad .4$$

$$\frac{\pi}{2} \quad .3$$

$$\sqrt{\pi} \quad .2$$

$$\pi \quad .1$$

- ۵- همه مقادیر ویژه یک مسأله خود الحاق.....

۲. مختلط هستند.

۱. حقیقی هستند.

۴. یک مساله خودالحاق مقادیر ویژه ندارد.

۳. برخی حقیقی و برخی مختلط هستند.

- ۶- فرض کنید L_n ، n -مین چند جمله ای لاکر باشد. در این صورت ضرایب سری فوریه - لاکر تابع دلخواه f کدام است؟

$$\int_0^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx \quad \text{که در آن } n \geq 0 \quad .2$$

$$\int_0^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx \quad \text{که در آن } n \geq 0 \quad .1$$

$$\int_0^{\infty} e^{-f(x)} L_n(x) dx \quad \text{که در آن } n \geq 0 \quad .4$$

$$\int_0^{\infty} e^{f(x)} L_n(x) dx \quad \text{که در آن } n \geq 0 \quad .3$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۷- اگر یک مجموعه از توابع متعامد در فضای $C_p[a, b]$ کامل باشد و تابعی مانند f بر هر عضو این مجموعه عمود باشد، آنگاه

۱. در هر نقطه این بازه داریم: $f(x) = 0$

۲. در هر نقطه این بازه به غیر از تعداد متناهی از نقاط داریم: $f(x) = 0$

۳. در هر نقطه این بازه به غیر از تعداد نامتناهی از نقاط داریم: $f(x) = 0$

۴. در هر نقطه این بازه داریم: $f(x) \neq 0$

۸- با فرض آنکه
$$\int_0^{\infty} \frac{S \sin s \cos sx}{s} ds = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{\pi}{4} & x = 1 \\ 0 & x \geq 1 \end{cases}$$
 مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{S \sin 2s}{s} ds$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi}{2}$ ۲. $-\frac{\pi}{2}$ ۳. $\frac{\pi}{4}$ ۴. $-\frac{\pi}{4}$

۹- اگر f تابعی فرد باشد، آنگاه ضریب $A(s)$ در انتگرال فوریه $f(x) = \int_0^{\infty} [A(s) \cos(sx) + B(s) \sin(sx)] ds$ برابر است با

۱. $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) \sin(s\xi) d\xi$ ۲. $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} f(\xi) \sin(s\xi) d\xi$
۳. $\int_0^{\infty} f(\xi) \sin(s\xi) d\xi$ ۴. این ضریب برابر با صفر است.

۱۰- یک معادله دیفرانسیل یا مشتقات جزئی را شبه خطی گویند هرگاه.....

۱. معادله نسبت به بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.
۲. معادله نسبت به بالاترین توان مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.
۳. معادله نسبت به متغیرهای مستقل که در معادله ظاهر می شوند خطی باشد.
۴. معادله نسبت به متغیرهای وابسته که در معادله ظاهر می شوند خطی باشد.

۱۱- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ کدام است؟

۱. $z = x$ ۲. $z = x - 1$
۳. $z = x + 1$ ۴. $z = x + C$ برای عدد دلخواه حقیقی C

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۲- معادله همگن وابسته به معادله دیفرانسیل $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3\cos(2y)$ کدام است؟

۱. $(D_x^2 - D_y^2)Z = 0$ ۲. $(D_x^2 + D_y^2)Z = 0$ ۳. $(D_x - D_y)Z = 0$ ۴. $(D_x + D_y)Z = 0$

۱۳- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل $2Z_x - 3Z_y = x$ کدام است؟

۱. $Z = \frac{1}{4}x^2$ ۲. $Z = \frac{1}{2}x^2$ ۳. $Z = \frac{1}{4}x^4$ ۴. $Z = \frac{1}{2}x^4$

۱۴- کدام معادله به معادله سه بعدی لاپلاس معروف است.

۱. $\Delta u = u_{xx} = 0$ ۲. $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} = 0$ ۳. $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} = 0$ ۴. $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz} + u_{ww} = 0$

۱۵- مبین معادله $(1-x^2)z_{xx} - 2xyz_{xy} + (1-y^2)z_{yy} + xz_x + 3x^2yz_y - 2z = 0$ کدام است؟

۱. $x^2 + y^2 - 1$ ۲. $x^2 + y^2 + 1$ ۳. $x^2 + y^2$ ۴. $x^2 - y^2$

۱۶- معادلات کمکی معادله دیفرانسیل $(y-x)p + (y+x)q = \frac{x^2+y^2}{z}$ کدام است؟

۱. $\frac{dx}{y-x} = \frac{dy}{y+x} = \frac{zdz}{x^2+y^2}$ ۲. $\frac{dx}{y+x} = \frac{dy}{y-x} = \frac{dz}{x^2+y^2}$ ۳. $\frac{dx}{x^2+y^2} = \frac{dy}{y+x} = \frac{dz}{x^2+y^2}$ ۴. $\frac{dx}{z^2-y^2} = \frac{dy}{yx} = \frac{dz}{xy}$

۱۷- جوابهای متناوب معادله موج $u_{tt} = c^2 u_{xx}$ که بفرم نمایی هستند کدام است؟

۱. $u = e^{iw(x-ct)}$ برای هر مقدار مثبت w ۲. $u = e^{iwct}$ برای هر مقدار مثبت w ۳. $u = e^{iw(x^2+ct^2)}$ برای هر مقدار مثبت w ۴. $u = e^{iw(x^2-ct^2)}$ برای هر مقدار مثبت w

۱۸- عملگر L با معادله $Lz = 0$ در نقطه (x, y) سهموی است هرگاه مبین L باشد.

۱. مثبت باشد. ۲. منفی باشد. ۳. صفر باشد. ۴. دقیقاً یک باشد.

۱۹- حاصلضرب داخلی دو تابع $f(x) = x^2 + 1$ و $g(x) = x^3$ که در بازه $[0, 1]$ تعریف شده اند نسبت به تابع وزن $w(x) = x$ کدام است؟

۱. $\frac{12}{35}$ ۲. $\frac{7}{25}$ ۳. $\frac{5}{12}$ ۴. ۰

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸)

۲۰- سری مثلثاتی فوریه تابع دلخواه f کدام است؟

$$1. \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{2a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{2a} \right)$$

$$2. \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{a} \right)$$

$$3. a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{2a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{2a} \right)$$

$$4. a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{n\pi x}{a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{a} \right)$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید P_n ، $-n$ -مین چند جمله ای لژاندر باشد. در این صورت مقدار $P_n(1)$ را محاسبه کنید. ۱.۴۰ نمره

۲- مقادیر ویژه منفی و توابع ویژه مسأله $y''(x) + \lambda y(x) = 0$ با شرایط $y(a) = y(-a)$ و $y'(a) = y'(-a)$ را در صورت وجود پیدا کنید. ۱.۴۰ نمره

۳- بسط سری فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x < 0 \\ 1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ را بدست آورید. ۱.۴۰ نمره

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $2Z_x - 3Z_y = x$ را بدست آورید. ۱.۴۰ نمره

۵- مسأله $\frac{\partial w}{\partial x} + x \frac{\partial w}{\partial t} = 0$ را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید. $w(x, 0) = 0$ ۱.۴۰ نمره

نمبر سوال	ياسخ صحيح	وصيفت كلبد
1	ج	همادي
2	ج	همادي
3	ج	همادي
4	د	همادي
5	الف	همادي
6	الف	همادي
7	ب	همادي
8	الف	همادي
9	د	همادي
10	الف	همادي
11	ب	همادي
12	الف	همادي
13	الف	همادي
14	ج	همادي
15	الف	همادي
16	الف	همادي
17	الف	همادي
18	ج	همادي
19	الف	همادي
20	الف	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- فرض کنیم دنباله توابع $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty} = \{\sin(nx)\}_{n=1}^{\infty}$ بر بازه $[0, \pi]$ تعریف شده باشند. در این صورت $\|f_n(x)\|$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi}{2}$ ۲. π ۳. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ ۴. $\sqrt{\pi}$

۲- اگر $\{\phi_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چندجمله‌ای‌های متعامد و P_m یک چندجمله‌ای دلخواه از مرتبه m باشد بطوریکه

$$P_m = C_0\phi_0 + C_1\phi_1 + \dots + C_m\phi_m$$

باشد، آنگاه

۱. $C_k = \frac{(P_m, \phi_k)}{\|\phi_k\|^2}, \quad k = 0, 1, \dots, m$ ۲. $C_k = \frac{(P_m, \phi_k)}{\|\phi_m\|^2}, \quad k = 0, 1, \dots, m$
۳. $C_k = \frac{(P_m, \phi_m)}{\|\phi_k\|^2}, \quad k = 0, 1, \dots, m$ ۴. $C_k = \frac{(P_m, \phi_m)}{\|\phi_m\|^2}, \quad k = 0, 1, \dots, m$

۳- فرض کنید $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ و $P_n(x)$ چندجمله‌ای لژاندر باشد. در این صورت مقدار

$$\int_{-1}^1 f(x)P_n(x)dx$$

برابر است با

۱. ۰ ۲. $\frac{2}{2n+1}$ ۳. $\frac{(-1)^n}{2^n} \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n dx$ ۴. $\frac{(-1)^n}{n!2^n} \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n dx$

۴- کدام یک از عبارات زیر در مورد چندجمله‌ای‌های لژاندر درست است؟

۱. تابع مولد چندجمله‌ای‌های لژاندر $(1+2xt+t^2)^{-\frac{1}{2}}$ است.
۲. تابع مولد چندجمله‌ای‌های لژاندر $(1-2xt+t^2)^{-\frac{1}{2}}$ است.
۳. فرمول ردیگز مربوط به چندجمله‌ای‌های لژاندر $\frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (1-x^2)^n$ است.
۴. فرمول ردیگز مربوط به چندجمله‌ای‌های لژاندر $\frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2-1)^n$ است.

۵- تابع وزنی که چندجمله‌ایهای چبیشف نوع دوم نسبت به آن روی بازه $(-1, 1)$ متعامد باشند کدام است؟

۱. $(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ ۲. $(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ ۳. $(1+x^2)^{\frac{1}{2}}$ ۴. $(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۶- تابع گرین مربوط به مسئله مقدار مرزی $\begin{cases} u'' = f(x), & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0) = 0, & u(1) = 0 \end{cases}$ کدام گزینه می تواند باشد.

$$G(x, \xi) = \begin{cases} x^2(\xi - 1), & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x - 1)^2, & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۲.$$

$$G(x, \xi) = \begin{cases} x(\xi - 1), & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x - 1), & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۱.$$

$$G(x, \xi) = \begin{cases} x(\xi - 1)^2, & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi^2(x - 1), & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۴.$$

$$G(x, \xi) = \begin{cases} x(\xi + 1), & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x + 1), & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \quad ۳.$$

۷- مقادیر ویژه مسئله مقدار مرزی $\begin{cases} u''(x) + \lambda u(x) = 0, & 0 \leq x \leq 2\pi \\ u(0) = u'(2\pi) = 0 \end{cases}$ کدام گزینه است؟

$$\lambda_n = \left(\frac{2n-1}{4}\right)^2 \quad ۴.$$

$$\lambda_n = \left(\frac{2n-1}{3}\right)^2 \quad ۳.$$

$$\lambda_n = \left(\frac{2n-1}{2}\right)^2 \quad ۲.$$

$$\lambda_n = (2n-1)^2 \quad ۱.$$

۸- کدام یک از عبارات زیر در ارتباط با یک مسئله خودالحاق درست است؟

۱. مقادیر ویژه یک مسئله خودالحاق حقیقی اند.

۲. مقادیر ویژه یک مسئله خودالحاق موهومی محض اند.

۳. مقادیر ویژه یک مسئله خودالحاق حقیقی و نامنفی اند.

۴. مقادیر ویژه یک مسئله خودالحاق یک دنباله بینهایت مرتب که از لحاظ اندازه نزولی می باشند را تشکیل می دهند.

۹- فرض کنید P_n - امین چندجمله ای لژاندر باشد. حاصل $\int_{-1}^1 P_4^2(x) dx$ کدام است؟

$$9 \quad ۴.$$

$$\frac{9}{2} \quad ۳.$$

$$\frac{1}{9} \quad ۲.$$

$$\frac{2}{9} \quad ۱.$$

۱۰- کدام یک از مسائل زیر منفرد نیست؟

$$\frac{d}{dx}[(1+x^2)u'] + \lambda u = 0, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad ۲.$$

$$\frac{d}{dx}[(1-x^2)u'] + \lambda u = 0, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad ۱.$$

$$\frac{d}{dx}[(1+x)u'] + \lambda u = 0, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad ۴.$$

$$\frac{d}{dx}[(1-x)u'] + \lambda u = 0, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad ۳.$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۱- با فرض اینکه دنباله $w(x) = 1$ ، $\left\{ \sin \frac{n\pi x}{a} \right\}_{n=1}^{\infty}$ در بازه $[0, a]$ یک دنباله متعامد ساده است، کدام یک از دنباله‌های زیر یک دنباله توابع متعامد یکه با همان تابع وزن در بازه $[0, a]$ است؟

۱. $\left\{ \frac{a}{2} \sin \frac{n\pi x}{a} \right\}_{n=1}^{\infty}$ ۲. $\left\{ \frac{2}{a} \sin \frac{n\pi x}{a} \right\}_{n=1}^{\infty}$ ۳. $\left\{ \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a} \right\}_{n=1}^{\infty}$ ۴. $\left\{ \sqrt{\frac{a}{2}} \sin \frac{n\pi x}{a} \right\}_{n=1}^{\infty}$

۱۲- یک جواب از معادله دیفرانسیل $\frac{d}{dx} \left[(1-x^2) \frac{dy}{dx} \right] + 20y = 0$ کدام است؟

۱. $P_1(x)$ ۲. $P_3(x)$ ۳. $P_5(x)$ ۴. $P_7(x)$

۱۳- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi < x \leq 0 \\ 1 & 0 < x \leq \pi \end{cases}$ تابعی متناوب باشد که سری فوریه مثلثاتی آن $f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ باشد. در این صورت سری فوریه مثلثاتی تابع $g(x) = |x|$ در بازه $(-\pi, \pi]$ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱. $g(x) = \frac{4}{\pi} |x| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ ۲. $g(x) = \frac{4}{\pi} |x| \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$ ۳. $g(x) = \pi + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$ ۴. $g(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{(2n-1)^2}$

۱۴- فرض کنید f بر بازه $[0, C]$ قطعه‌ای هموار باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. سری سینوسی فوریه تابع f به ازای $x \in (0, C)$ به $\frac{1}{2}[f(x^+) - f(x^-)]$ همگراست و در $x=0$ به صفر همگراست. ۲. سری سینوسی فوریه تابع f به ازای $x \in (0, C)$ به $\frac{1}{2}[f(x^+) + f(x^-)]$ همگراست و در $x=0$ به صفر همگراست. ۳. سری کسینوسی فوریه تابع f به ازای $x \in (0, C)$ به $\frac{1}{2}[f(x^+) - f(x^-)]$ همگراست و در $x=0$ به صفر همگراست. ۴. سری کسینوسی فوریه تابع f به ازای $x \in (0, C)$ به $\frac{1}{2}[f(x^+) + f(x^-)]$ همگراست و در $x=0$ به صفر همگراست.

۱۵- کدام یک از توابع زیر جوابی از معادله $Z_{xy} = 0$ نیست؟

۱. $Z(x, y) = 6e^x \sin x + \ln(1 + \cos y)$ ۲. $Z(x, y) = x^4 - \sin x + \ln(\sin y + \cos y)$ ۳. $Z(x, y) = 2 \cos x \sin x + \ln(\sin x \cos y)$ ۴. $Z(x, y) = 2xy + \ln(\sin x + \cos y)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۶- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $2z_x - 3z_y = 0$ کدام گزینه است؟

۱. $z(x, y) = f(-3x - 2y)$ که در آن f تابعی بطور پیوسته مشتق پذیر است.

۲. $z(x, y) = f(-3x + 2y)$ که در آن f تابعی بطور پیوسته مشتق پذیر است.

۳. $z(x, y) = f(2x - 3y)$ که در آن f تابعی بطور پیوسته مشتق پذیر است.

۴. $z(x, y) = f(2x + 3y)$ که در آن f تابعی بطور پیوسته مشتق پذیر است.

۱۷- جواب عمومی $xzz_x + yzz_y = -(x^2 + y^2)$ عبارت است از

۱. $\frac{y}{x} = f(x^2 + y^2 + z^2)$ ۲. $\frac{y}{x} = f(x^2 - y^2 - z^2)$ ۳. $\frac{x}{y} = f(x^2 + y^2 - z^2)$ ۴. $\frac{y}{x} = f(x^2 + y^2 - z^2)$

۱۸- جواب عمومی معادله $(aD_x + bD_y + c)^2 u = 0$ برابر است با

۱. $u = e^{\frac{c}{a}x} (f(bx - ay) + g(bx - ay))$ ۲. $u = e^{\frac{c}{a}x} (f(bx - ay) + g(bx - ay))$

۳. $u = e^{\frac{c}{a}x} (xf(bx - ay) + g(bx - ay))$ ۴. $u = e^{\frac{c}{a}x} (xf(bx - ay) + g(bx - ay))$

۱۹- معادله $(1 - x^2)Z_{xx} - 2xyZ_{xy} + (1 - y^2)Z_{yy} + xZ_x + 3x^2yZ_y - 2Z = 0$

۱. داخل دایره ای به مرکز $(0,0)$ و شعاع ۱، بیضوی است. ۲. روی ناحیه $R^2 - \{(0,0)\}$ سهموی است.

۳. روی ناحیه R^2 بیضوی است. ۴. روی ناحیه R^2 سهموی است.

۲۰- معادله لاپلاس در مختصات قطبی کدام گزینه است؟

۱. $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r^2}u_r + \frac{1}{r}u_{\theta\theta} = 0$ ۲. $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + u_{\theta\theta} = 0$

۳. $\Delta u = u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$ ۴. $\Delta u = \frac{1}{r}u_{rr} + u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنیم n ، یک عدد صحیح نامنفی باشد. در اینصورت چند جمله ای T_n از درجه n وجود دارد، به

قسمی که $\cos n\theta = T_n(\cos \theta)$

۲- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسئله زیر را بیابید.

$$\begin{cases} u'' + \lambda u = 0 & , \quad 0 \leq x \leq 1 \\ u(0) = 0 & , \quad u(1) + u'(1) = 0 \end{cases}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

نمره ۱.۴۰

۳- الف) فرمول انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ را بدست آورید.

ب) به کمک قسمت (الف) حاصل $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2s}{s} ds$ را محاسبه نمایید.

نمره ۱.۴۰

۴- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام صفحات مماس بر بیضی گون $x^2 + 4y^2 + 4z^2 = 4$ را که بر صفحه xy عمود نیستند را پیدا کنید.

نمره ۱.۴۰

۵- معادله موج یک بعدی $U_{xx} = C^{-2}U_{tt}$ را به روش متغیرهای جداشدنی (روش حاصل ضرب) حل کنید.

نمبر سوال	پاسخ صحيح	وصفیت کلبه
۱	ج	عمادي
۲	الف	عمادي
۳	ج	عمادي
۴	د	عمادي
۵	الف	عمادي
۶	الف	عمادي
۷	د	عمادي
۸	الف	عمادي
۹	الف	عمادي
۱۰	ب	عمادي
۱۱	ج	عمادي
۱۲	الف	عمادي
۱۳	د	عمادي
۱۴	ب	عمادي
۱۵	د	عمادي
۱۶	الف	عمادي
۱۷	الف	عمادي
۱۸	ج	عمادي
۱۹	الف	عمادي
۲۰	ج	عمادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- توابع f و g را نسبت به تابع وزن w بر بازه (a, b) متعامد (orthogonal) گوییم هر گاه:

$$1. (f, g) = (g, f) \quad 2. \|f\| = \|g\| = 1 \quad 3. (f, g) = 0 \quad 4. \|f\| = \|g\|$$

۲- فرض کنید چندجمله ای دلخواه از درجه m ، Q_m به فرم ترکیب خطی از مجموعه ساده از چندجمله ای های متعامد

$\{\varphi_n\}_{n=0}^{\infty}$ باشد. ضرایب در این ترکیب عبارتند از:

$$1. k = 0, 1, \dots, m, c_k = (Q_m, \varphi_k) \quad 2. k = 0, 1, \dots, m, c_k = \| \varphi_k \|^2$$

$$3. k = 0, 1, \dots, m, c_k = \frac{(Q_m, \varphi_k)}{\| \varphi_k \|^2} \quad 4. k = 0, 1, \dots, m, c_k = \frac{(Q_m, \varphi_k)}{\| \varphi_k \|}$$

۳- چند جمله ای ساده و متعامد φ_3 بر بازه (a, b) نسبت به تابع وزن w را در نظر بگیرید. این چندجمله ای بر بازه (a, b)

چند صفر متمایز دارد؟

۱. حداکثر ۳ صفر متمایز دارد.

۲. دقیقاً ۳ صفر متمایز دارد.

۳. صفری در این بازه ندارد.

۴- تابع مولد چندجمله ای های لژاندر عبارت است از:

$$1. F(x, t) = (1 - 2xt + t^2)^{-\frac{1}{2}} \quad 2. F(x, t) = (1 - 2xt + t^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$3. F(x, t) = (1 - 2xt + t^2)^{\frac{1}{2}} \quad 4. F(x, t) = (1 - 2xt + t^2)^2$$

۵- اگر P_n ، n امین چندجمله ای لژاندر باشد آنگاه برای $n \neq m$ ، $\int_{-1}^1 P_m(x) P_n(x) dx$ برابر است با:

$$1. صفر \quad 2. \frac{2}{2n+1} \quad 3. \sqrt{\frac{2}{2n+1}} \quad 4. 1$$

۶- چندجمله ای های هرمیت H_n از درجه n نسبت به کدام یک از توابع وزن زیر بر بازه $(-\infty, \infty)$ متعامد هستند؟

$$1. w(x) = e^{-x} \quad 2. w(x) = e^{x^2} \quad 3. w(x) = e^{-x^2} \quad 4. w(x) = e^x$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۷- اگر u و v بر بازه $[a, b]$ دو بار به طور پیوسته مشتق پذیر باشند آنگاه $\int_a^b (uLv - vLu) dx$ برابر است با:

۱. $[pw(x; u, v)]_a^b$ ۲. $[p(uv' - vu')]_a^b$

۳. $p(b) - p(a)$ ۴. ۱ و ۲ هر دو

۸- $Ly = -\lambda r(x)y$

فرض کنید λ_1 و λ_2 دو مقدار ویژه مساله خودالحاق $u_1(y) = 0$ و دو تابع y_1 و y_2 توابع ویژه متناظر با آنها باشند.
 $u_2(y) = 0$

کدام گزینه درست است؟

۱. y_1 و y_2 نسبت به تابع وزن r بر بازه $[a, b]$ متعامد هستند.

۲. λ_1 و λ_2 مختلط هستند.

۳. y_1 و y_2 بر بازه $[a, b]$ متعامد ساده هستند.

۴. نظیر مقادیر ویژه λ_1 و λ_2 برای مساله خودالحاق داده شده، تابع ویژه وجود ندارد.

۹- فرض کنید f تابعی دلخواه باشد که بر بازه $[a, b]$ تعریف شده است و $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ یک مجموعه متعامد از توابع بر بازه (a, b)

با تابع وزن w باشد. ضرائب فوریه تابع f نسبت به مجموعه متعامد $\{\varphi_n\}_{n=1}^{\infty}$ عبارت است از:

۱. (f, φ_n) ۲. $\frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|}$ ۳. $\|\varphi_n\|$ ۴. $\frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|^2}$

۱۰- ضرائب فوریه در سری فوریه چند جمله ای های لاگر برای تابع دلخواه f کدام است؟

۱. $\int_0^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx$ ۲. $\int_0^{\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx$

۳. $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx$ ۴. $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۱- اگر f و g به C_p متعلق باشند (فضای توابعی که بر بازه قطعه ای پیوسته هستند) آنگاه کدام یک از نامساوی های زیر به نامساوی شوارتز معروف است؟

۱. $\|f\| \leq \|f, g\|$ ۲. $\|f+g\| \leq \|f\| + \|g\|$ ۳. $\|f, g\| \leq \|f\| \cdot \|g\|$ ۴. $\|f+g\| \leq \|f\| + \|g\|$

۱۲- سری فوریه تابع f در میانگین به تابع f همگرا است هرگاه:

۱. دنباله مجموع جزئی آن یعنی S_n در میانگین به f همگرا باشد.

۲. $\lim_{n \rightarrow \infty} \|S_n - f\| = 0$

۳. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 0$

۴. ۲ و ۱

۱۳- تابع f بر بازه بسته $[a, b]$ قطعه ای هموار است هرگاه

۱. f بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۲. f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۳. f و f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۴. f بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته و f' بر $[a, b]$ پیوسته نباشد.

۱۴- نرم چند جمله ای های لاگریتمی $\{L_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. $\frac{2}{2n+1}$ ۳. n ۴. e^{-n}

۱۵- فرض کنید f بر بازه $[-\pi, \pi]$ قطعه ای هموار باشد. سری فوریه مثلثاتی f به ازای هر $x \in (-\pi, \pi)$ به کدام یک از مقادیر زیر همگرا است؟

۱. $f(x)$ ۲. $\frac{1}{2}f(x^+)$

۳. $\frac{1}{2}(f(-\pi^+) + f(\pi^-))$ ۴. $\frac{1}{2}(f(x^+) + f(x^-))$

۱۶- اگر تابع f که بر بازه $[a, b]$ تعریف شده است فرد باشد آنگاه $\int_{-a}^a f(x) dx$ برابر است با:

۱. $2 \int_0^a f(x) dx$ ۲. $\int_0^a f(x) dx$ ۳. $\int_{-a}^a f(x) dx$ ۴. صفر

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۷- یک جواب معادله $y_{xx} = 4x$ عبارت است از:

۴. $y = 4$

۳. $y = \frac{2}{3}x^3$

۲. $y = 4x$

۱. $y = 2x^2$

۱۸- معادله دیفرانسیل $Lz = Az_{xx} + 2Bz_{xy} + Cz_{yy} + M(x, y, z, z_x, z_y) = 0$ را در نظر بگیرید. فرض کنید Δ مبین عملگر L باشد.

عملگر L در نقطه (x, y) هذلولوی است هر گاه:

۴. $\Delta > 0$

۳. $\Delta \neq 0$

۲. $\Delta < 0$

۱. $\Delta = 0$

۱۹- مبین معادله $yZ_{xx} + (x+y)Z_{xy} + xZ_{yy} = 0$ کدام است؟

۴. $\frac{x-y}{4}$

۳. $\frac{(x-y)^2}{4}$

۲. $4xy$

۱. $\frac{(x+y)^2}{4}$

۲۰- معادله دیفرانسیل $(1-x^2)Z_{xx} - 2xyZ_{xy} + (1-y^2)Z_{yy} + xZ_x + 3x^2yZ_y - 2z = 0$ در ناحیه ای که $x^2 + y^2 > 1$ می باشد چه شکلی است؟

۴. یک خط راست است.

۳. هذلولوی است.

۲. سهموی است.

۱. بیضوی است.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- $u'' + u = 0$

آیا مساله با مقدار اولیه $u(0) = 0$ جواب غیر بدیهی دارد؟ در صورت مثبت بودن جواب، جواب را پیدا

$u(\pi) = 0$

کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- $y''(x) + \lambda y(x) = 0$

$0 \leq x \leq \pi$

را در حالتی که $\lambda > 0$ باشد پیدا کنید.

$y(0) = 0$

$y'(\pi) = 0$

مقادیر ویژه و توابع ویژه مساله

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱.۴۰ نمره

۳- تابع $f(x) = \begin{cases} -1; -\pi < x \leq 0 \\ 1; 0 < x \leq \pi \end{cases}$ با دوره تناوب 2π را در نظر بگیرید. نشان دهید که سری مثلثاتی کلی فوریه تابع f عبارت است از:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$$

۱.۴۰ نمره

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ را پیدا کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- مساله $\frac{\partial w}{\partial x} + x \frac{\partial w}{\partial t} = 0$ را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.
 $w(x, 0) = 0$
 $w(0, t) = t, t \geq 0$

نمبر سوال	پاسخ صحيح	وصييت ګلبډ
۱	ج	همادي
۲	ج	همادي
۳	ب	همادي
۴	الف	همادي
۵	الف	همادي
۶	ج	همادي
۷	د	همادي
۸	الف	همادي
۹	د	همادي
۱۰	الف	همادي
۱۱	ج	همادي
۱۲	د	همادي
۱۳	ج	همادي
۱۴	الف	همادي
۱۵	د	همادي
۱۶	د	همادي
۱۷	ج	همادي
۱۸	د	همادي
۱۹	ج	همادي
۲۰	ج	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

سوالات تشریحی

۱- مثال ۱-۲-۷ صفحه ۶۶

۱،۴۰ نمره

۲- قسمتی از مثال ۲-۴-۳ صفحه ۸۷

۱،۴۰ نمره

۳- قسمتی از مثال ۳-۴-۱۳ صفحه ۱۵۸.

۱،۴۰ نمره

۴- مثال ۴-۳-۷ صفحه ۲۰۵

۱،۴۰ نمره

۵- مثال ۶-۷-۱ صفحه ۳۱۹

۱،۴۰ نمره

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱- کدام یک از عبارات زیر در مورد نرم تابع f یعنی $\|f\|$ برقرار است؟

۲. $\|f\| = (f, f)^2$

۱. $\|f\| = \frac{1}{(f, f)^2}$

۳. $\|f\| = (f, f)$

۴. $\|f\| = (f + f, f + f)$

۲- تابع دو متغیره F برای مجموعه توابع $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک تابع مولد است هرگاه:

۲. $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(t) x^n$

۱. $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) t^n$

۴. $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n$

۳. $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$

۳- حاصل $P_5(1)$ که در آن P_5 پنجمین چند جمله ای لژاندر می باشد کدام است؟

۴. صفر

۳. ۱

۲. -۱

۱. ۵

۴- چند جمله ای های چبیشف نوع دوم دسته خاصی از چند جمله ای های ژاکوبی به ازای کدام یک از مقادیر α و β است؟

۴. $\alpha = \beta = \frac{1}{2}$

۳. $\alpha = \beta = 1$

۲. $\alpha = \beta = -\frac{1}{2}$

۱. $\alpha = \beta = 0$

۵- کدام گزینه جزء معادلات منفرد است؟

۴. همه موارد

۳. معادله هرمیت

۲. معادله لاگر

۱. معادله لژاندر

۶- فرض کنید C_n ضرایب فوریه تابع f نسبت به مجموعه متعامد $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ باشد. آنگاه C_n کدام است؟

۴. $C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|f\|^2}$

۳. $C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|^2}$

۲. $C_n = (f, \varphi_n)$

۱. $C_n = \frac{(f, \varphi_n)}{\|\varphi_n\|}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۷- سری فوریه چند جمله ای های لاگر برای تابع f یعنی $\sum_{n=0}^{\infty} c_n L_n(x)$ را در نظر بگیرید. ضرایب این سری کدام است؟

۲. $c_n = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx$

۱. $c_n = \int_0^{\infty} e^{-x} f(x) L_n(x) dx$

۴. $c_n = \int_0^{\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx$

۳. $c_n = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} f(x) L_n(x) dx$

۸- اگر $P_n(x)$ چندجمله ایهای لژاندر را نشان دهد، $\|P_5(x)\|^2$ کدام است؟

۴. $\frac{2}{7}$

۳. $\frac{2}{5}$

۲. $\frac{2}{11}$

۱. $\frac{2}{9}$

۹- اگر $u \neq 0$ جواب مسئله همگن $Lu = 0, a \leq x \leq b$ باشد، مسئله ناهمگن آن $Lu = f(x)$ دارای جواب است هرگاه:

۴. $\int_a^b u_0 dx = 0$

۳. $\int_a^b u_0 f(x) dx = 0$

۲. $\int_a^b u_0 f(x) dx \neq 0$

۱. $\int_a^b u_0 dx \neq 0$

۱۰- کدام گزینه در مورد تابع گرین نادرست است؟

۲. تابع گرین در $x = \xi$ مشتق پذیر است.

۱. تابع گرین در $x = \xi$ پیوسته است.

۴. تابع گرین نسبت به متغیرهای x و ξ متقارن است.

۳. تابع گرین در مسئله همگن $Lu = 0$ صدق می کند.

۱۱- سری فوریه کسینوسی تابع $f(x) = \sin^2 x, 0 \leq x \leq \pi$ کدام است؟

۴. $1 - \cos 2x$

۳. $\frac{1 - \cos 2x}{2}$

۲. $\sum \frac{\cos nx}{n}$

۱. $\sum \frac{\cos 2nx}{n^2}$

۱۲- سری فوریه تابع متناوب $f(x) = \begin{cases} 1 & -\pi < x < 0 \\ 2 & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ -3 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$ با دروره تناوب 2π در $x = 0$ به چه مقداری همگراست؟

۴. $\frac{3}{2}$

۳. ۱

۲. ۲

۱. صفر

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۳- اگر تابع f بر بازه $[0, c]$ قطعه ای هموار باشد آنگاه سری کسینوسی فوریه برای f کدام است؟

$$1. \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{c} \quad 2. \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{c}$$

$$3. \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{c} \quad 4. \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi x}{c}$$

۱۴- یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی شبه خطی می نامیم هر گاه:

۱. معادله نسبت به بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود غیر خطی باشد.

۲. معادله نسبت به پایین ترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.

۳. معادله نسبت به پایین ترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود غیر خطی باشد.

۴. معادله نسبت به بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود خطی باشد.

۱۵- معادله دیفرانسیل تقریباً خطی با مقادیر مستقل خطی x و y به صورت

$$LZ = AZ_{xx} + 2BZ_{xy} + CZ_{yy} + M(x, y, z, Z_x, Z_y) = 0$$

را در نظر بگیرید. مبین L کدام است؟

$$1. \Delta(x, y) = B^2(x, y) - 4A(x, y)C(x, y) \quad 2. \Delta(x, y) = B(x, y) - A(x, y)C(x, y)$$

$$3. \Delta(x, y) = B^2(x, y) - A(x, y)C(x, y) \quad 4. \Delta(x, y) = B(x, y) - 4A(x, y)C(x, y)$$

۱۶- عملگر L در سوال قبل در نقطه (x, y) سهموی است هر گاه:

$$1. \Delta(x, y) = 0 \quad 2. \Delta(x, y) = 1 \quad 3. \Delta(x, y) > 0 \quad 4. \Delta(x, y) < 0$$

۱۷- کدام گزینه در مورد معادله دیفرانسیل $yZ_{xx} + (x+y)Z_{xy} + xZ_{yy} = 0$ درست است؟

۱. این معادله همه جا به جز خط $y = x$ هذلولوی و بر این خط سهموی است.

۲. این معادله همه جا هذلولوی است.

۳. این معادله همه جا سهموی است.

۴. این معادله همه جا بیضوی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸

۱۸-

جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = x$ کدام است؟

۲. $z = e^{-x} f(y) + x$

۱. $z = e^{-x} f(x-y) + x$

۴. $z = e^{-x} f(x-y) + x + 2$

۳. $z = e^{-x} f(y) + x - 1$

۱۹- تابع f بر بازه $[a, b]$ قطعه ای هموار است هر گاه:

۲. f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۱. f بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۴. f بر $[a, b]$ هموار باشد.

۳. f و f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشد.

۲۰- چند جمله ای های لژاندر نسبت به کدام تابع وزن روی بازه $[-1, 1]$ متعامد هستند؟

۴. $w(x) = x$

۳. $w(x) = e^{-x^2}$

۲. $w(x) = 1$

۱. $w(x) = e^{-x}$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- تابع گرین و جواب مسأله با مقدار مرزی $\begin{cases} y'' + y = 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ y(0) = 0, & y(1) = 0 \end{cases}$ را پیدا کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسأله $\begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 0 \leq x \leq \pi \\ y(0) = 0, & y'(\pi) = 0 \end{cases}$ را در صورت وجود بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۳- (الف) فرمول انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1; & |x| < 1 \\ 0; & |x| > 1 \end{cases}$ را بدست آورید.

(ب) به کمک قسمت (الف) مطلوب است حاصل $\int_0^\infty \frac{\sin 2s}{s} ds$.

۱.۴۰ نمره

۴- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 p - xyq + yz = 0$ را پیدا کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- مسأله $\frac{\partial w}{\partial x} + x \frac{\partial w}{\partial t} = 0$ را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.
 $w(x, 0) = 0$
 $w(0, t) = t$

نمبر سوال	پاسخ صحيح	وصيئت ګلبډ
1	الف	همادي
2	الف	همادي
3	ج	همادي
4	د	همادي
5	د	همادي
6	ج	همادي
7	الف	همادي
8	ب	همادي
9	ج	همادي
10	ب	همادي
11	ج	همادي
12	د	همادي
13	الف	همادي
14	د	همادي
15	ج	همادي
16	الف	همادي
17	الف	همادي
18	ج	همادي
19	ج	همادي
20	ب	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: یک ۱

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱- فرض کنیم $P(x)$ یک چندجمله ای باشد بطوریکه برای هر عدد صحیح و نامنفی n داشته باشیم $(P(x), x^n) = 0$ در اینصورت

۱. $P(x) = x^n$ ۲. $P(x) = 0$ ۳. $P(x) = 1$ ۴. $P(x) = -1$

۲- فرض کنیم $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چند جمله ایها ی متعامد باشد. فرض کنیم Q_m چندجمله ای دلخواه بر حسب از درجه m باشد. در اینصورت $Q_m = C_0 f_0 + \dots + C_m f_m$ که در آن بازای هر عدد صحیح مثبت m و بازای هر $k = 0, 1, \dots, m$ ضرایب از رابطه زیر حاصل می شوند:

۱. $C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|f_k\|^2}$ ۲. $C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|f_k\|}$

۳. $C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|Q_m\|^2}$ ۴. $C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|Q_m\|}$

۳- اگر دنباله $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک مجموعه ساده از چند جمله ایها باشد که نسبت به تابع وزن W بر بازه (a, b) متعامد باشد، آنگاه هر چندجمله ای درجه n یعنی $f_n(x)$ در بازه (a, b)

۱. فاقد ریشه است. ۲. حداکثر n ریشه دارد.
۳. دقیقاً n ریشه دارد. ۴. دقیقاً n ریشه متمایز دارد.

۴- فرض کنید P_n ، n -مین چند جمله ای لژاندر باشد. حاصل $\int_{-1}^1 P_3^2(x) dx$ کدام است؟

۱. $\frac{2}{7}$ ۲. $\frac{7}{2}$ ۳. 7 ۴. 2

۵- فرض کنید P_n ، n -مین چند جمله ای لژاندر باشد. در اینصورت $P_2(x)$ کدام است؟

۱. $3x^2 + 1$ ۲. $3x^2 - 1$ ۳. $\frac{1}{2}(3x^2 + 1)$ ۴. $\frac{1}{2}(3x^2 - 1)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۶- تابع وزنی که چند جمله ایهای چبیشف نوع دوم نسبت به آن روی بازه $(-1, +1)$ متعامد باشند کدام است؟

$$\begin{array}{llll} ۱. & (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} & ۲. & (1-x^2)^{\frac{1}{2}} \\ ۳. & (1+x^2)^{-\frac{1}{2}} & ۴. & (1+x^2)^{\frac{1}{2}} \end{array}$$

۷- تابع گرین مساله با مقدار مرزی $\frac{d^2 u}{dx^2} = f(x)$ در بازه $[0, 1]$ با شرایط $u(1) = u(0) = 0$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} ۱. & G(x; \xi) = \begin{cases} x^2(\xi-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x^2-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \\ ۲. & G(x; \xi) = \begin{cases} x(\xi-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \\ ۳. & G(x; \xi) = \begin{cases} x(\xi^2-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \\ ۴. & G(x; \xi) = \begin{cases} \xi(x-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ x(\xi-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \end{array}$$

۸- کدام مورد برای مساله $y''(x) + (\lambda r + q)y(x) = 0$ با شرایط $y(0) - y'(1) = 0$ و $y'(0) + y(1) = 0$ صحیح است؟

۱. خودالحاق است.
۲. خودالحاق نیست.
۳. تحت شرایطی خودالحاق است.
۴. بستگی به پارامترهای λ, r, q دارد.

۹- فرض کنید f یک تابع با $\|f\| = 0$ به فضای توابع قطعه ای پیوسته متعلق باشد. در این صورت....

۱. f در همه نقاط صفر است.
۲. f هیچ جا صفر نیست.
۳. f در همه نقاط به جز احتمالاً نقاط ناپیوستگی صفر است.
۴. f فقط در نقاط ناپیوستگی صفر است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۰- فرض کنیم F تابعی متناوب با دوره تناوب 2π بوده و بر بازه $[-\pi, \pi]$ قطعهای هموار باشد. در اینصورت سری

فوریۀ مثلثاتی $\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi x}{a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{a})$ برای تابع F در هر نقطه x بر کدام مقدار

همگراست؟

۱. $F(x^+) + F(x^-)$ ۲. $F(x^+) - F(x^-)$

۳. $\frac{\pi}{2} [F(x^+) + F(x^-)]$ ۴. $\frac{1}{2} [F(x^+) + F(x^-)]$

۱۱- سری مثلثاتی تابع $f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi \leq x \leq 0 \\ +1 & 0 \leq x \leq +\pi \end{cases}$ با فرض $f(x+2\pi) = f(x)$ کدام است؟

۱. $\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ ۲. $\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$

۳. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}$ ۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1}$

۱۲- سری فوریۀ تابع متناوب $f(x) = x^2$ با دوره تناوب 2π و با فرض $-\pi \leq x \leq +\pi$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$ ۲. $\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin(nx)$

۳. $4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx)$ ۴. $4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin(nx)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۳- اتحاد پارسوال در بحث سری فوریه توابع کدام است؟

$$1. \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x))^2 dx$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x))^2 dx$$

$$3. \frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x))^2 dx$$

$$4. \frac{a_0^2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x)) dx$$

۱۴- با استفاده از انتگرال فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 0 & , |x| > 1 \\ 1 & , |x| < 1 \end{cases}$ مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2s}{s} ds$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi}{2}$ ۲. $-\frac{\pi}{2}$ ۳. $\frac{\pi}{4}$ ۴. $-\frac{\pi}{4}$

۱۵- انتگرال فوریه کسینوسی تابع $f(x) = e^{-x}$ برای $x \geq 0$ کدام است؟

$$1. \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(sx)}{1+x^2} ds$$

$$2. \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(sx)}{1+s^2} ds$$

$$3. \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(sx)}{s^2+x^2} ds$$

$$4. \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-s} \cos(sx)}{1+e^{-s}} ds$$

۱۶- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام سطوح دوار حول محور z کدام است؟

۱. $yp - xq = 0$ ۲. $yp = 0$ ۳. $xq = 0$ ۴. $yp = xq = 0$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۷- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $x^2 p - xyq + yz = 0$ کدام است؟

۱. $z = e^{\frac{y}{x}} f(xy)$ ۲. $z = e^{\frac{y}{x}} + f(xy)$

۳. $z = e^{\frac{y}{2x}} f(x+y)$ ۴. $z = e^{\frac{y}{2x}} + f(x+y)$

۱۸- جوابی به فرم $z = \varphi(x, y)$ از معادله دیفرانسیل $yp - xq = 0$ که در آن $\varphi(x, 0) = x^4$ باشد کدام است؟

۱. $z = (x^2 + y^2)^2$ ۲. $z = (x^2 - y^2)^2$

۳. $z = (x + y)^4$ ۴. $z = (x - y)^4$

۱۹- جواب عمومی معادله همگن وابسته به معادله دیفرانسیل $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3\cos(2y)$ کدام است؟

۱. $Z_h = f(x - y) + g(x + y)$ ۲. $Z_h = f(x - y)g(x + y)$
۳. $Z_h = f(x - y)g(x + y) + 1$ ۴. $Z_h = f(x - y)g(x + y) - 1$

۲۰- معادله $yz_{xx} + (x + y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ خارج از خط $y = x$ کدام است؟

۱. فقط یک نقطه است
۲. بیضوی
۳. سهموی
۴. هذلولوی

سوالات تشریحی

۱- با استفاده از معادله دیفرانسیل لژاندر $\frac{d}{dx}[(1 - x^2)P'_n(x)] + n(n + 1)P_n(x) = 0$ نشان دهید چندجمله ایهای لژاندر بر بازه $(-1, 1)$ متعامد ساده اند.

۲- سری فوریه تابع متناوب $f(x) = x^2$ با دوره تناوب 2π و با فرض $-\pi < x < \pi$ را به دست آورده و به کمک آن مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n)^2}$ را به دست آورید.

۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $z_x - 2z_y + z = \sin(x) + y$ را بدست آورید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۴- سطح انتگرالی از معادله $z(x+z)p - y(y+z)q = 0$ که از سهمی $x=1, y=t, z=\sqrt{t}$ می گذرد را بدست آورید.

۵- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسأله منفرد $y''(x) + \lambda y(x) = 0$ با شرایط $y(0) = 0$ و اینکه y, y' متناهی اند وقتی که $x \rightarrow \infty$ را پیدا کنید.

شماره سؤال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
1	ب	همادی
2	الف	همادی
3	د	همادی
4	الف	همادی
5	د	همادی
6	ب	همادی
7	ب	همادی
8	الف	همادی
9	ج	همادی
10	د	همادی
11	الف	همادی
12	الف	همادی
13	الف	همادی
14	الف	همادی
15	ب	همادی
16	الف	همادی
17	الف	همادی
18	الف	همادی
19	الف	همادی
20	د	همادی