

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید G یک گروه متناهی و Λ و B دو زیر گروه G باشند. در این صورت $|AB|$ برابر است با:

۱. $|A||B|$ ۲. $\frac{|A||B|}{|A \cap B|}$ ۳. $|A||B| - |A \cap B|$ ۴. $|A \cup B| - |A \cap B|$

۲- بنا به قضیه کوشی اگر p عددی اول باشد که $p \mid |G|$ آنگاه:

۱. G زیر گروهی از مرتبه p دارد. ۲. مرتبه گروه G توانی از p است.
۳. تعداد زیر گروههای G برابر p است. ۴. مرتبه همه زیر گروه های G برابر p است.

۳- اگر G ناآبلی و مرکز آن Z باشد آنگاه G/Z :

۱. گروهی متناهی است. ۲. گروهی دوری است.
۳. هیچگاه دوری نیست. ۴. زیرگروه سره ندارد.

۴- اگر G گروهی از مرتبه ۱۲۲۵ باشد، تعداد ۵-زیر گروه سیلوی G برابر با کدام است؟

۱. ۱ یا ۷ تا. ۲. ۱ یا ۴۹ تا. ۳. ۷ یا ۴۹ تا. ۴. تنها یکی.

۵- هر مدول ناصفر:

۱. حداقل دو زیر مدول دارد. ۲. حداکثر دو زیر مدول دارد.
۳. بینهایت زیر مدول دارد. ۴. زیر مدول ناصفر ندارد.

۶- اگر M یک R -مدول روی حلقه R باشد، هرگاه $m \in M$ و $r \in R$ که $rm = 0$ آنگاه:

۱. لزوماً $m=0$ یا $r=0$. ۲. لزوماً باید $r=0$.
۳. لزوماً باید $m=0$. ۴. می شود r و m هر دو ناصفر باشند.

۷- فرض کنید I ایده آل حلقه جابجایی R باشد. آنگاه $(0:_{R^{1+I}})$ برابر کدام است؟

۱. R/I ۲. R ۳. I ۴. 0

۸- اگر G_1 و G_2 زیر مدول های M باشند که $G_i \cong G$ برای $i=1,2$ در این صورت $(G_1/G) + (G_2/G)$ برابر است با:

۱. $(G_1 + G_2)/G$ ۲. $(G_1 \cap G_2)/G$ ۳. $(G_1 \times G_2)/G$ ۴. $(G_1 + G)/G_2$

۹- فرض کنید R حلقه ای جابجایی باشد و M, G و N R -مدول و $f: M \rightarrow N$ و $g: G \rightarrow M$ همریختی R -مدول باشند. دنباله

$$G \xrightarrow{g} M \xrightarrow{f} N$$

کامل است اگر:

۱. $\text{Im } g \subseteq \text{Ker } f$ ۲. $\text{Ker } f \subseteq \text{Im } g$ ۳. $\text{Im } g = \text{Ker } f$ ۴. $\text{Im } g + \text{Ker } f = M$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۸

۱۰- مدول آزاد مدولی است که:

۱. متناهی باشد.
۲. تعداد زیر مدولهای آن متناهی باشد.
۳. دارای پایه باشد.
۴. زیر مدول نابدیهی نداشته باشد.

۱۱- حلقه Z حلقه ای است:

۱. آرتینی
۲. نوتری
۳. تقسیمی
۴. غیر جابجایی

۱۲- فرض کنید M مدولی روی حلقه جابجایی R باشد در این صورت M نوتری است اگر و تنها اگر:

۱. M یک مدول متناهی باشد.
۲. M یک فضای برداری باشد.
۳. M یک مدول آزاد باشد.
۴. هر زیر مدول M متناهی مولد باشد.

۱۳- فرض کنید G مدولی روی حلقه جابجایی R باشد. به طوری که $G \neq 0$ و تنها زیر مدول های آن G و 0 باشند. در اینصورت R -مدول G :

۱. آزاد است.
۲. ساده است.
۳. یک عضوی است.
۴. نامتناهی است.

۱۴- فرض کنید G مدولی روی حلقه جابجایی R باشد در این صورت G متناهی طول است اگر و تنها اگر:

۱. G متناهی باشد.
۲. G نوتری و آرتینی باشد.
۳. G ساده باشد.
۴. G متناهی مولد باشد.

۱۵- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و دنباله $0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$ دنباله کوتاهی از R -مدول ها و R -همریختی ها باشد. هرگاه M, L و N متناهی طول باشند. آنگاه گزینه درست کدام است؟

۱. $l(M) + l(N) = l(L)$
۲. $l(M) + l(L) = l(N)$
۳. $l(L) + l(N) = l(M)$
۴. $l(M) \geq l(N) \geq l(L)$

۱۶- قضیه ای.اس. کوهن بیان می کند که اگر R حلقه ای جابجایی باشد که هر ایده آل اول آن متناهی مولد باشد، آنگاه R :

۱. نوتری است.
۲. آرتینی است.
۳. متناهی است.
۴. موضعی است.

۱۷- اگر R یک حلقه جابجایی و M یک R -مدول ناصفر باشد رابطه درست کدام است؟

۱. $Zdv(M) = Zdv(R)$
۲. $Zdv(M) = \{0\}$
۳. $Zdv(0) = \{0\}$
۴. $0 \in Zdv(M)$

۱۸- فرض کنید I ایده آلی از حلقه جابجایی نوتری R باشد و $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$. در این صورت کدام عبارت درست است؟

۱. $IJ = J$
۲. $IJ = R$
۳. $IJ = I$
۴. $IJ = 0$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۹- فرض کنید R حلقه جابجایی نوتری باشد که هر ایده آل اول آن ماکسیمال باشد در اینصورت R :

۱. میدان است. ۲. موضعی است. ۳. متناهی است. ۴. آرتینی است.

۲۰- اگر R یک حلقه جابجایی باشد. رابطه درست کدام است؟

۱. R نوتری است اگر و تنها اگر آرتینی باشد. ۲. اگر R نوتری باشد آنگاه R آرتینی است.
۳. اگر R آرتینی باشد آنگاه R نوتری است. ۴. R نوتری و آرتینی است اگر و تنها اگر میدان باشد.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید H یک زیر گروه از گروه G باشد. ثابت کنید تعداد زیر گروه های مزدوج با H برابر است با: $[G:N(H)]$ ۱،۴۰ نمره

۲- ثابت کنید هیچ گروهی از مرتبه ۲۴ ساده نیست. ۱،۴۰ نمره

۳- فرض کنید M و N مدول هایی روی حلقه جابجایی R و $f: M \rightarrow N$ همریختی باشد. فرض کنید G زیر مدول M باشد و $G \subseteq \text{Ker} f$. نشان دهید نگاشت g که در زیر با استفاده از f تعریف شده همریختی است:
 $g: M/G \rightarrow N$ که به ازای هر $m \in M$ ، $g(m+G) = f(m)$.

۴- فرض کنید G مدولی روی حلقه جابجایی R باشد و H و H' زیر مدول هایی از G باشند که $H \neq H'$ و G/H و G/H' هر دو ساده باشند. ثابت کنید $G/H \cong H'/H \cap H'$ ۱،۴۰ نمره

۵- فرض کنید R حلقه جابجایی آرتینی باشد. ثابت کنید هر ایده آل اول R ماکسیمال است. ۱،۴۰ نمره

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت گلبند
1	ب	همادي
2	الف	همادي
3	ج	همادي
4	د	همادي
5	الف	همادي
6	د	همادي
7	ج	همادي
8	الف	همادي
9	ج	همادي
10	ب	همادي
11	ب	همادي
12	د	همادي
13	ب	همادي
14	ب	همادي
15	ج	همادي
16	الف	همادي
17	د	همادي
18	الف	همادي
19	د	همادي
20	ج	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

سوالات تشریحی

- ۱- لم 7.2 ص 13 جزوه
نمره ۱.۴۰
- ۲- مثال 4 ص 20 جزوه
نمره ۱.۴۰
- ۳- (تمرین 35.6 ص 124) ابتدا از اینکه $G \subseteq \text{Ker } f$ بایستی ثابت شود که g خوشتریف است. همریختی بودن g هم بسادگی و با توجه به همریختی f بسادگی بدست می آید.
نمره ۱.۴۰
- ۴- لم 38.7 ص 155
نمره ۱.۴۰
- ۵- لم 40.8 ص 181
نمره ۱.۴۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱- اگر G یک گروه از مرتبه $2p$ باشد که در آن P عدد اول فردی است آنگاه:

۱. G فقط دارای یک زیر گروه از مرتبه P است.
۲. G فقط دارای P زیر گروه از مرتبه ۲ است.
۳. G فقط دارای یک زیر گروه از مرتبه ۲ است.
۴. G یک گروه دوری است.

۲-

فرض کنید I ایدال حلقه تعویضپذیر R باشد. در اینصورت $Ann_R(\frac{R}{I})$ برابر است با

۱. $1+I$
۲. I
۳. R
۴. $\{0\}$

۳- اگر G گروهی از مرتبه ۱۵ باشد آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. G دارای زیر گروهی از مرتبه ۵ است
۲. G دارای دقیقا ۴ عنصر از مرتبه ۵ است.
۳. G دارای دقیقا ۳ عنصر از مرتبه ۳ است
۴. G دوری است

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. برای هر عدد صحیح $n \geq 3$ داریم $Z(S_n) = 1$
۲. برای هر عدد صحیح $n \geq 5$ داریم A_n تنها زیر گروه نرمال غیربدیهی از S_n است
۳. برای هر عدد صحیح $n \geq 2$ داریم A_n تنها زیر گروه با شاخص ۲ در S_n است
۴. همه موارد صحیح است.

۵- در کدام قضیه از تعویضپذیری حلقه نوتری R نتیجه می شود که حلقه چند جمله ای های $R[x]$ نیز نوتری است؟

۱. قضیه پایه هیلبرت
۲. قضیه کوهن
۳. لم ناکایاما
۴. قضیه اشتراک کرول

۶- کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر حلقه نوتری، آرئینی است.
۲. هر حلقه نوتری تعویضپذیر آرئینی است.
۳. هر حلقه آرئینی تعویضپذیر نوتری است.
۴. هر حلقه آرئینی نوتری است.

۷- اگر هر ایده آل اول حلقه نوتری R ماکسیمال باشد آنگاه

۱. R آرئینی است
۲. R آرئینی است بشرطی که تعویضپذیر باشد.
۳. R تعداد متناهی ایده آل ماکسیمال دارد.
۴. تحت هیچ شرایطی R آرئینی نمی شود.

۸- رادیکال پوچ هر حلقه تعویضپذیر است.

۱. آرئینی - پوچتوان
۲. نوتری - پوچتوان
۳. موضعی - پوچتوان
۴. نیم موضعی - پوچتوان

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۹- کدام گزینه بیانگر قضیه ژوردان هلدراست؟

۱. اگر G مدولی ناصفر به طول نامتناهی روی حلقه R باشد آنگاه سربهای ترکیبی G یکرختند.
۲. اگر G مدولی به طول متناهی روی حلقه R باشد آنگاه سربهای ترکیبی G یکرختند.
۳. اگر G مدولی ناصفر به طول متناهی روی حلقه تعویضپذیر R باشد آنگاه سربهای ترکیبی G یکرختند.
۴. اگر G مدولی ناصفر روی حلقه تعویضپذیر R باشد آنگاه سربهای ترکیبی G یکرختند.

۱۰- منظور از متناهی طول بودن G مدول روی حلقه تعویضپذیر R چیست؟

۱. یعنی G سری ترکیبی دارد که طول آن را برابر طول G تعریف می کنیم.
۲. یعنی G هم نوتری و هم آرتینی است.
۳. یعنی G در شرط زنجیره صعودی برای زیر مدولها صدق می کند.
۴. یعنی G در شرط زنجیره نزولی برای زیر مدولها صدق می کند.

۱۱- عبارت درست در مورد حلقه R کدام است؟

۱. هر R -مدول یک فضای برداری روی R است.
۲. هر R -مدول یک گروه متناهی است.
۳. هر Z -مدول یک فضای برداری روی R است.
۴. هر R -مدول، یک گروه آبدی است.

۱۲- فرض کنیم G گروه متناهی و A, B دو زیر گروه G باشند در این صورت:

$$1. |AB| = \frac{|A| + |B|}{|A \cap B|} \quad 2. |AB| = |A||B| \quad 3. |AB| = \frac{|A||B|}{|A \cap B|} \quad 4. |AB| = |A \cup B|$$

۱۳- اگر عدد اول P مرتبه گروه متناهی G را عاد کند آنگاه:

۱. G یک زیر گروه P عضوی دارد.
۲. مرتبه G توانی از P است.
۳. G دارای یک P -زیر گروه سیلو منحصر بفرد است.
۴. G با Z_P یکرخت است.

۱۴- اگر G یک گروه غیر آبدی از مرتبه ۲۷ باشد آنگاه

$$1. [G : Z(G)] = 3 \quad 2. [G : Z(G)] = 9 \quad 3. [G : Z(G)] = 12 \quad 4. [G : Z(G)] = 6$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۵- هر گروه G از مرتبه $13 \times 7 \times 5$

۱. آبلی و ساده است.
۲. آبلی و ناساده است.
۳. غیر آبلی و ساده است.
۴. غیر آبلی و ناساده است.

۱۶- کدام گروه از مرتبه داده شده می تواند ساده باشد

۱. گروه از مرتبه ۳۰
۲. گروه از مرتبه ۴۸
۳. گروه از مرتبه ۵۶
۴. گروه از مرتبه ۶۰

۱۷- حلقه Z حلقه ای است:

۱. هم نوتری و هم آرتینی
۲. نه نوتری و نه آرتینی
۳. تنها آرتینی
۴. تنها نوتری

۱۸- فرض کنید H یک زیر گروه از گروه G باشد. در این صورت تعداد زیر گروه های مزدوج با H برابر است با

۱. $[G : N_G(H)]$
۲. $[G : H]$
۳. $[N_G(H) : H]$
۴. $[C_G(H) : N_G(H)]$

۱۹- برای هر هیات (میدان) داریم:

۱. حلقه آرتینی است ولی نوتری نیست
۲. هم حلقه آرتینی است و هم نوتری
۳. نه حلقه آرتینی است و نه نوتری
۴. حلقه آرتینی نیست ولی نوتری هست

۲۰- فرض کنید P عددی اول باشد. در این صورت

$$E(P) = \{ \alpha \in \frac{Q}{Z} : \alpha = \frac{r}{P^n} + Z, r \in Z, n \in N \}$$

۱. Z -مدول آرتینی نوتری است.
۲. Z -مدول آرتینی غیرنوتری است.
۳. Z -مدول غیرآرتینی نوتری است.
۴. Z -مدولی است که نه آرتینی و نه نوتری است.

سوالات تشریحی

۱- سومین قضیه سیلو را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید که گروه ساده از مرتبه ۳۰ وجود ندارد.

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه اشتراک کرول را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۴- فرض کنید G مدولی روی حلقه تعویضپذیر R باشد. در این صورت G متناهی طول است اگر و تنها اگر G هم نوتری و هم آرتینی باشد.

۱.۴۰ نمره

۵- سومین قضیه یکرختی مدول ها را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

شماره سواب	باسم صحیح	وصفیت کلید
۱	الف	عمادی
۲	ب	عمادی
۳	ج	عمادی
۴	د	عمادی
۵	الف	عمادی
۶	ج	عمادی
۷	ب	عمادی
۸	ب	عمادی
۹	ج	عمادی
۱۰	الف	عمادی
۱۱	د	عمادی
۱۲	ج	عمادی
۱۳	الف	عمادی
۱۴	ب	عمادی
۱۵	ب	عمادی
۱۶	د	عمادی
۱۷	د	عمادی
۱۸	الف	عمادی
۱۹	ب	عمادی
۲۰	ب	عمادی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید I ایده ال حلقه تعویض پذیر R باشد. در این صورت $(0:R^{1+I})$ کدام است؟

۱. I ۲. R ۳. R/I ۴. $\{0\}$

۲- فرض کنیم M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R و N و N' زیرمدولهای M باشند. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\text{Ann}(N + N') = \text{Ann}(N) + \text{Ann}(N')$

۲. $\text{Ann}(N + N') = \text{Ann}(N) \cap \text{Ann}(N')$

۳. $\text{Ann}(N \cap N') = \text{Ann}(N) + \text{Ann}(N')$

۴. $\text{Ann}(N \cap N') = \text{Ann}(N) \cap \text{Ann}(N')$

۳- همریختی $f: G \rightarrow \frac{G+H}{H}$ را با ضابطه تعریف $f(g) = g + H$ در نظر بگیرید. در این صورت $\text{Ker} f$ کدام است؟

۱. H ۲. G ۳. $G+H$ ۴. $G \cap H$

۴- فرض کنید M یک مدول آرتینی روی حلقه تعویض پذیر R باشد. در این صورت همریختی $f: M \rightarrow M$

۱. اگر یک به یک باشد آنگاه پوشاست.
۲. اگر پوشا باشد آنگاه یک به یک است.
۳. یک به یک و پوشاست.
۴. یک به یک است ولی پوشا نیست.

۵- حلقه Z یک حلقه

۱. نوتری است.
۲. آرتینی است.
۳. هم نوتری و هم آرتینی است.
۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

۶- فرض کنید M یک مدول روی حلقه تعویض پذیر چنان باشد که هر زیر مدول M متناهی مولد باشد. در این صورت M یک مدول

۱. نوتری است.
۲. آرتینی است.
۳. نوتری و آرتینی است.
۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۷- فرض کنید دنباله

$$0 \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow 0$$

یک دنباله دقیق از R مدول ها و R همریختی ها باشد. در این صورت

۱. L آرتینی است اگر و فقط اگر N و M آرتینی باشد.

۲. M آرتینی است اگر و فقط اگر N و L آرتینی باشد.

۳. N آرتینی است اگر و فقط اگر M و L آرتینی باشد.

۴. اگر L آرتینی باشد آنگاه M نیز آرتینی است.

۸- Q به عنوان Z - مدول

۱. آرتینی است.

۲. نوتری است.

۳. هم نوتری و هم آرتینی است.

۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

۹- $l_Z\left(\frac{Z}{27Z}\right)$ کدامست؟

۱. ۲

۲. ۳

۳. ۶

۴. ۹

۱۰- اگر

$$0 \rightarrow M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4 \rightarrow 0$$

دنباله دقیق باشد که $l(M_3) = 2l(M_2) = 3l(M_1) = 6$ باشد در این صورت $l(M_4)$ کدام است؟

۱. ۲

۲. ۳

۳. ۵

۴. ۶

۱۱-

اگر I ایده الی از حلقه تعویض پذیر و نوتری R باشد که $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$ در این صورت IJ کدام است؟

۱. $\{0\}$

۲. I

۳. J

۴. $I+J$

۱۲-

اگر (R, M) حلقه موضعی و نوتری و I ایده الی از R باشد آنگاه $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + M^n)$ کدام است؟

۱. $\{0\}$

۲. I

۳. M

۴. R

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۳- فرض کنید (R, M) حلقه ای موضعی و Q ایده ال M ابتدایی و تحویل ناپذیر باشد. در این صورت

$$v \dim_{R/M} \left(\frac{(Q:M)}{Q} \right) \text{ کدام است؟}$$

۱. ۰ ۲. ۱ ۳. ۲ ۴. ۳

۱۴- فرض کنید p عددی اول باشد در این صورت

$$E(p) := \{ \alpha \in Q/Z \mid \alpha = \frac{r}{p^n} + Z, r \in Z, n \in N \}$$

یک Z مدول

۱. آرتینی است. ۲. نوتری است.
۳. هم نوتری و هم آرتینی است. ۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۵- کدام گزینه صحیح است؟

۱. تعداد ایده ال اول در هر حلقه آرتینی متناهی است. ۲. تعداد ایده ال اول در هر حلقه نوتری متناهی است.
۳. هر حلقه نوتری آرتینی است. ۴. در هر حلقه نوتری هر ایده ال اول ماکسیمال است.

۱۶- اگر H و K دو زیرگروه از G باشند که $|K|=3$ و $|H|=5$ در این صورت $|K \cap H|$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

۱۷- فرض کنید H یک زیرگروه از گروه G باشد در این صورت تعداد زیرگروههای مزدوج با H برابر است با

۱. $|N(H)|$ ۲. $[N(H):H]$ ۳. $[G:H]$ ۴. $[G:N(H)]$

۱۸- اگر G یک گروه ناآبلی و Z مرکز G باشد در این صورت

۱. G/Z دوری است. ۲. Z آبلی و G/Z متناهی است.
۳. Z آبلی و G/Z دوری نیست. ۴. G/Z آبلی است.

۱۹- تعداد ۷- زیرگروه های سیلو از گروه G با مرتبه ۱۲۲۵ برابر است با

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۷ ۴. ۴۹

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۲۰- کدام یک از گروه های زیر ساده نیست؟

$$\frac{S_8}{A_8} \quad .4$$

$$\frac{S_5}{A_5} \quad .3$$

$$A_4 \quad .2$$

$$A_3 \quad .1$$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- فرض کنید K هیات و V یک فضای برداری روی K باشد. در این صورت احکام زیر معادلند:

الف. V یک K - فضای متناهی بعد است.

ب. V یک K - مدول نوتری است.

ج. V یک K - مدول آرتینی است.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R باشد و فرض کنید G_1 و G_2 زیرمدولهایی از M باشند که M/G_1 و M/G_2 هر دو نوتری باشند. نشان دهید $M/(G_1 \cap G_2)$ نیز نوتری است.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید هر حلقه تعویض پذیر که تمام ایده ال های اولش متناهی مولدند، نوتری است.

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید هر حلقه تعویض پذیر آرتینی چون R نوتری می باشد.

۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید همه p - زیرگروه های سیلوی G با یکدیگر مزدوج می باشند.

نمبر سوال	ياسخ صحيح	وضعيت کليد
1	الف	عمادي
2	ب	عمادي
3	د	عمادي
4	الف	عمادي
5	الف	عمادي
6	الف	عمادي
7	ب	عمادي
8	د	عمادي
9	ب	عمادي
10	ج	عمادي
11	ج	عمادي
12	ب	عمادي
13	ب	عمادي
14	الف	عمادي
15	الف	عمادي
16	الف	عمادي
17	د	عمادي
18	ج	عمادي
19	الف	عمادي
20	ب	عمادي

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

سری سوال : یک ۱

عنوان درس : جبر ۳

رشته تحصیلی / گد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

سوالات تشریحی

۱- قضیه ۱۲،۷ در صفحه ۱۴۲ کتاب درسی (رودنی شارپ)

۱،۴۰ نمره

۲- تمرین ۲۳،۷ در صفحه ۱۴۸ کتاب شارپ

۱،۴۰ نمره

۳- قضیه کوهن در صفحه ۱۶۶ کتاب شارپ

۱،۴۰ نمره

۴- قضیه ۴۴،۸ در صفحه ۱۸۳ کتاب شارپ

۱،۴۰ نمره

۵- دومین قضیه سیلو در صفحه ۱۱ جزوه دکتر بیژن زاده

۱،۴۰ نمره

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۸

۱- کدام یک از گروه های زیر ۷- گروه است؟

$$\frac{Z}{49Z}$$

$$\frac{Z}{28Z}$$

$$\frac{Z}{21Z}$$

$$\frac{Z}{14Z}$$

۲- اگر G گروهی از مرتبه ۱۶۹ باشد، آنگاه مرکز G چند عضو دارد؟

۱۶۹ . ۴

۱۳ . ۳

۳ . ۲

۱ . ۱

۳- گروه A_4 چند ۳- زیر گروه سیلو دارد؟

۶ . ۴

۴ . ۳

۳ . ۲

۲ . ۱

۴- اگر N_1 و N_2 دو زیر مدول M باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$$Ann(N_1 + N_2) = Ann(N_1) \cap Ann(N_2) \quad .1$$

$$Ann(N_1 + N_2) = Ann(N_1) + Ann(N_2) \quad .2$$

$$Ann\left(\frac{M}{N_1 \cap N_2}\right) = Ann(N_1) + Ann(N_2) \quad .3$$

$$Ann(N_1 + N_2) = Ann(N_1) Ann(N_2) \quad .4$$

۵- فرض کنید R یک حلقه و I ایده الی از آن و M یک R -مدول باشد. در این صورت M دارای ساختار $-\frac{R}{I}$

مدولی است هرگاه

$$IM = 0 \quad .1$$

I ایده ال ماکسیمال باشد. . ۲

M, R -مدول نوتری باشد. . ۳

M, R -مدول آرتینی باشد. . ۴

۶- اگر H و K دو زیرمدول M باشند، آنگاه $\frac{H+K}{K}$ با کدام یک از زیرمدول های زیر یکرخت است؟

$$\frac{H}{H \cap K} \quad .4$$

$$\frac{K}{H \cap K} \quad .3$$

$$K \quad .2$$

$$H \quad .1$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

۷- فرض کنی تابع $f: M \rightarrow N$ یک R - همریختی از R - مدولها باشد. در این صورت $M \rightarrow N \rightarrow 0$ دقیق است هرگاه

۱. $Im f = N$ ۲. $Im f = \{0_N\}$ ۳. $Ker f = M$ ۴. $Ker f = \{0_M\}$

۸- دنباله دقیق کوتاه $0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$ شکافته شدنی است هرگاه

۱. $Im f = Ker g$ ۲. $M = Im f \oplus Ker g$

۳. $M = L \oplus N$ ۴. $gof = 0$

۹- فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R باشد و $f: M \rightarrow M$ یک همریختی دلخواه باشد. در این صورت

۱. اگر M نوتری و f تکریختی باشد آنگاه f یکریختی است.

۲. اگر M آرتینی و f تکریختی باشد آنگاه f یکریختی است.

۳. اگر M آرتینی و f پوشا باشد آنگاه f یکریختی است.

۴. اگر M نوتری و آرتینی باشد آنگاه f دوسویی است.

۱۰- اگر F یک میدان باشد، آنگاه F یک حلقه

۱. هم نوتری و هم آرتینی است.

۲. نوتری است ولی آرتینی نیست.

۳. آرتینی است ولی نوتری نیست.

۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۸

۱۱- فرض کنید P عدد اول باشد. در این صورت با فرض

$$M = \left\{ \alpha \in \frac{Q}{Z} \mid \alpha = \frac{r}{p^n} + Z, r \in Z, n \in N \right\}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱. M, Z - مدول نوتری و آرتینی است.
۲. M, Z - مدول نوتری است ولی آرتینی نیست.
۳. M, Z - مدول آرتینی است ولی نوتری نیست.
۴. M نه Z - مدول نوتری و نه Z - مدول آرتینی است.

۱۲- فرض کنید M یک R - مدول و N زیر مدول M باشد. در این صورت

۱. اگر M آرتینی باشد آنگاه $\frac{M}{N}$ آرتینی است.
۲. اگر $\frac{M}{N}$ آرتینی باشد آنگاه M آرتینی است.
۳. اگر N آرتینی باشد آنگاه $\frac{M}{N}$ آرتینی است.
۴. اگر N آرتینی باشد آنگاه M آرتینی است.

۱۳- فرض کنیم R یک حلقه تعویض پذیر و G_1 و G_2 دو R - زیر مدول M باشند. اگر $\frac{M}{G_1}$ و $\frac{M}{G_2}$ هر دو نوتری باشند، آنگاه

۱. M نوتری است.
۲. $G_1 \cap G_2$ نوتری است.
۳. $\frac{M}{G_1 \cap G_2}$ نوتری است.
۴. $G_1 + G_2$ نوتری است.

۱۴- Q به عنوان Z - مدول

۱. هم نوتری و هم آرتینی است.
۲. نوتری است ولی آرتینی نیست.
۳. آرتینی است ولی نوتری نیست.
۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۵- کدام یک از زنجیرهای زیر یک سری ترکیبی برای $\frac{Z}{36Z}$ است؟

۱. $0 \subseteq \frac{18Z}{36Z} \subseteq \frac{9Z}{36Z} \subseteq \frac{3Z}{36Z} \subseteq \frac{Z}{36Z}$ ۲. $0 \subseteq \frac{12Z}{36Z} \subseteq \frac{6Z}{36Z} \subseteq \frac{Z}{36Z}$

۳. $0 \subseteq \frac{9Z}{36Z} \subseteq \frac{3Z}{36Z} \subseteq \frac{Z}{36Z}$ ۴. $0 \subseteq \frac{18Z}{36Z} \subseteq \frac{6Z}{36Z} \subseteq \frac{Z}{36Z}$

۱۶- کدام است $1_Z(\frac{Z}{20Z} \oplus \frac{Z}{27Z})$ ؟

۱. ۲ ۲. ۳ ۳. ۴ ۴. ۶

۱۷- کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست؟

۱. Q ۲. $Q[x]$ ۳. $Z[\sqrt{-5}]$ ۴. $R[x]$ برای هر حلقه R

۱۸- اگر I ایده الی از حلقه تعویض پذیر و نوتری R باشد و $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$ آنگاه

۱. $I = IJ$ ۲. $J = IJ$ ۳. $I + J = R$ ۴. $I + J = J$

۱۹- اگر (R, m) حلقه ای موضعی و I ایده ال R باشد در این صورت $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + m^n)$ کدام است؟

۱. I ۲. m ۳. 0 ۴. R

۲۰- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. هر مدول نوتری، آرتینی است.
۲. هر مدول آرتینی، نوتری است.
۳. هر حلقه تعویض پذیر آرتینی، نوتری است.
۴. هر حلقه تعویض پذیر نوتری، آرتینی است.

سوالات تشریحی

۱- دومین قضیه سیلو را بیان و اثبات نمایید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

نمره ۱.۴۰

۲- فرض کنید R حلقه تعویض پذیر و دنباله

$$0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$$

یک دنباله کامل کوتاه از $R -$ مدول ها و $R -$ همریختی ها باشد. در این صورت M نوتری است اگر و تنها اگر L و N نوتری باشند.

نمره ۱.۴۰

۳- فرض کنید G مدولی روی حلقه تعویض پذیر نوتری ناصفر R باشد. نشان دهید G با طول متناهی است

اگر و تنها اگر با تولید متناهی باشد و $n \in N$ و ایده ال های ماکسیمال (و نه لزوماً متمایز) $m_1, \dots, m_t$ از

$$m_1.m_2 \dots m_t G = 0$$

R وجود داشته باشند که

نمره ۱.۴۰

۴- فرض کنید R حلقه تعویض پذیر آرتینی باشد. در این صورت هر ایده ال اول R ماکسیمال می باشد.

نمره ۱.۴۰

۵- نشان دهید که هر حلقه تعویض پذیر آرتینی تنها تعداد متناهی ایده ال ماکسیمال دارد.

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱	د	همادي
۲	د	همادي
۳	ج	همادي
۴	الف	همادي
۵	الف	همادي
۶	د	همادي
۷	الف	همادي
۸	ج	همادي
۹	ب	همادي
۱۰	الف	همادي
۱۱	ج	همادي
۱۲	الف	همادي
۱۳	ج	همادي
۱۴	د	همادي
۱۵	الف	همادي
۱۶	د	همادي
۱۷	د	همادي
۱۸	ب	همادي
۱۹	الف	همادي
۲۰	ج	همادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

سوالات تشریحی

۱- جواب در صفحه ۱۱ جزوه دکتر بیژن زاده

۲- نتیجه ۱۹.۷ در صفحه ۱۴۶ کتاب درسی

۳- تمرین ۴۵.۷ در صفحه ۱۶۰ کتاب درسی

۴- لم ۳۹.۸ در صفحه ۱۸۱ کتاب درسی

۵- لم ۴۰.۸ در صفحه ۱۸۱ کتاب درسی

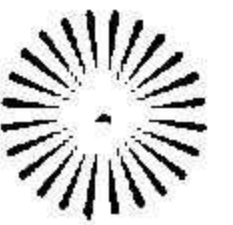
۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱- دنباله دقیق $0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$ یک دنباله دقیق شکافتنی است هرگاه:

۱. $M = M' + M''$ ۲. $M'' = M \oplus M'$

۳. $M = M' \oplus M''$ ۴. $M' = M'' \oplus M$

۲- $\mathbb{Z}$ -مدول $\mathbb{Z}$ را در نظر بگیرید. کدام گزینه درست است؟

۱. $\mathbb{Z}$ نوتری است ولی آرتینی نیست. ۲. $\mathbb{Z}$ آرتینی است.
۳. $\mathbb{Z}$ هم نوتری است و هم آرتینی است. ۴. $\mathbb{Z}$ نه نوتری است و نه آرتینی.

۳- کدام یک از حلقه های زیر موضعی است؟

۱. $\mathbb{Q}$ ۲. $\mathbb{Q} \oplus \mathbb{Q}$ ۳. $\mathbb{Z}$ ۴. $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$

۴- گروه جمعی اعداد گویا به عنوان $\mathbb{Z}$ -مدول

۱. نوتری است ولی آرتینی نیست. ۲. نه نوتری و نه آرتینی است.
۳. نوتری نیست ولی آرتینی است. ۴. هم نوتری و هم آرتینی است.

۵- اگر R حلقه نوتری باشد در این صورت تحت کدام شرایط زیر R -مدول M نیز نوتری است؟

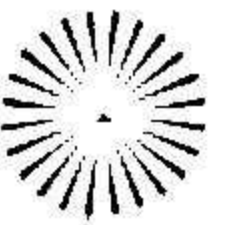
۱. M مدول آزاد باشد. ۲. M متناهی مولد باشد.
۳. M مدول آرتینی باشد. ۴. زیرمدولی از M موجود باشد که متناهی مولد باشد.

۶- کدام گزینه درباره یک دامنه ایده ال اصلی صحیح می باشد.

۱. تعداد متناهی ایده ال ماکسیمال دارد. ۲. یک حلقه موضعی است.
۳. یک حلقه آرتینی است. ۴. یک حلقه نوتری است.

۷- کدام یک از حلقه های زیر نوتری نیست؟

۱. $\mathbb{Z}[x]$ ۲. $\mathbb{Z}[i]$ ۳. $\mathbb{Z}[x, y]$ ۴. $\mathbb{Q}[x]$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۸- فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R باشد و نیز $f: M \rightarrow M$ یک همریختی دلخواه باشد. در این صورت

۱. اگر M نوتری و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.

۲. اگر M نوتری و f یک به یک باشد آنگاه f پوشا است.

۳. اگر M آرتینی و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.

۴. اگر M نوتری و آرتینی باشد آنگاه f دوسویی است.

۹- هر گروه از مرتبه ۳۰ چند ۵-زیرگروه سیلو دارد؟

۱. ۱ ۲. ۶ ۳. ۵ ۴. ۶ یا ۱

۱۰- گروه G با کدامیک از مرتبه های زیر لزوما دوری است.

۱. ۶ ۲. ۸ ۳. ۱۲ ۴. ۱۵

۱۱- فرض کنید G یک گروه و H یک زیر گروه از G باشد آنگاه تعداد زیرگروههای مزدوج با H برابر است با:

۱. $Z(G)$ ۲. $|Z(G)|$ ۳. $|N(H)|$ ۴. $[G:N(H)]$

۱۲- فرض کنید G گروهی از مرتبه $7^2 \times 11^2$ باشد کدام یک از عبارات زیر درست است؟

۱. G گروهی آبلی است ۲. G گروهی دوری است

۳. تعداد ۷-زیرگروه سیلوی G برابر ۱۱ است ۴. تعداد ۷-زیرگروه سیلوی G برابر ۱۲۱ است

۱۳- مرتبه هر ۳-زیرگروه سیلو گروهی از مرتبه ۱۲ برابر است با:

۱. ۲ ۲. ۴ ۳. ۳ ۴. ۱۲

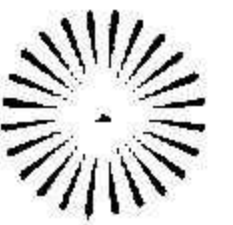
۱۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر F مدولی آزاد با پایه متناهی روی حلقه تعویض پذیر ناصفر R باشد آنگاه هر پایه F متناهی است.

۲. یک مدول آزاد با پایه متناهی روی یک حلقه تعویض پذیر ناصفر R می تواند پایه هایی با تعداد عضوهای غیر یکسان داشته باشد.

۳. هر مدول، تصویر همریخت مدولی آزاد است.

۴. هر مدول آزاد -مدولی است که پایه دارد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰: تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰: تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۵- فرض کنید M یک R -مدول باشد آنگاه:

۱. اگر M ساده باشد آنگاه $M \cong \frac{R}{Ann(M)}$
۲. اگر M آرتینی باشد آنگاه $M \cong \frac{R}{Ann(M)}$
۳. اگر M نوتری باشد آنگاه $M \cong \frac{R}{Ann(M)}$
۴. اگر M آنگاه ساده است. $M \cong \frac{R}{Ann(M)}$

۱۶- حاصل $l = \left[\left(\frac{\mathbb{Z}}{20\mathbb{Z}} \right) \oplus \left(\frac{\mathbb{Z}}{27\mathbb{Z}} \right) \right]$ برابر است با:

۱. ۷
۲. ۶
۳. ۹
۴. ۳

۱۷- فرض کنید I ایده‌الی از حلقه تعویض پذیر نوتری R باشد به طوری که $I \subseteq Jac(R)$. در این صورت $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$ با کدام گزینه برابر است؟

۱. I
۲. 0
۳. R
۴. $Jac(R)$

۱۸- فرض کنید $(R, \underline{m})$ یک حلقه موضعی باشد. در این صورت به ازای هر ایده‌ال I از R داریم:

۱. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I^n + \underline{m}) = I$
۲. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I^n + \underline{m}) = \underline{m}$
۳. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + \underline{m}^n) = \underline{m}$
۴. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + \underline{m}^n) = I$

۱۹- فرض کنید H, K زیرگروههایی از یک گروه متناهی باشند به طوری که: $|H| = 3, |K| = 5$ آنگاه $|H \cap K|$ برابر است با:

۱. ۳
۲. ۱۵
۳. ۱
۴. ۵

۲۰- حلقه تعویض پذیر R آرتینی است اگر و تنها اگر:

۱. R نوتری باشد
۲. هر ایده‌ال اول آن ماکزیمال باشد.
۳. R نوتری باشد و هر ایده‌ال اول آن ماکزیمال باشد
۴. R دارای ایده‌ال اول غیر ماکزیمال باشد.

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید هیچ گروه ساده‌ای از مرتبه ۲۰۰ وجود ندارد.

۱۰۰۰ نمره

۲- اولین قضیه یکریختی مدولها را بیان و اثبات کنید.

۱۰۰۰ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۳,۰۰۰ نمره

۳- فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R ، و G زیرمدولی از M باشد نشان دهید:
 R -مدول M نوتری است اگر و تنها اگر $G, \frac{M}{G}$ نوتری باشد.

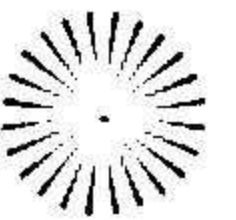
۱,۰۰۰ نمره

۴- فرض کنید M مدولی نوتری روی حلقه تعویض پذیر R باشد. نشان دهید $\frac{R}{Ann(M)}$ حلقه ای نوتری است.

۱,۰۰۰ نمره

۵- لم ناکایاما را بیان و اثبات کنید

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت گلبند
۱	ج	عمادي
۲	الف	عمادي
۳	الف	عمادي
۴	ب	عمادي
۵	ب	عمادي
۶	د	عمادي
۷	د	عمادي
۸	الف	عمادي
۹	د	عمادي
۱۰	د	عمادي
۱۱	د	عمادي
۱۲	الف	عمادي
۱۳	ج	عمادي
۱۴	ب	عمادي
۱۵	الف	عمادي
۱۶	ب	عمادي
۱۷	ب	عمادي
۱۸	د	عمادي
۱۹	ج	عمادي
۲۰	ج	عمادي



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۲۰ و H زیر گروهی از G باشد که تعداد مزدوجهای آن در G برابر ۵ باشد. در این صورت مرتبه $N_G(H)$ برابر است با

۱. ۱۰ ۲. ۴ ۳. ۵ ۴. ۲۰

۲- کدامیک از گروهها از مرتبه داده شده دوری است.

۱. ۲۱ ۲. ۴۹ ۳. ۳۹ ۴. ۳۵

۳- فرض کنید G یک گروه و $a \in Z(G)$. در اینصورت کدام گزینه درست است.

۱. $C(a) = Z(G)$ ۲. $C(a) = G$ ۳. $C(a) \subseteq Z(G)$ ۴. $G = Z(G)$

۴- فرض کنید G یک گروه و P یک زیر گروه P سیلوی G باشد. در این صورت تعداد زیر گروههای P سیلوی G برابر است با

۱. $|N_G(P)|$ ۲. $(N_G(P):P)$ ۳. $|P|$ ۴. $(G:N_G(P))$

۵- تعداد زیر گروههای ۳-سیلوی یک گروه از مرتبه ۴۵ برابر است با

۱. ۱ ۲. ۵ ۳. ۱۵ ۴. ۳

۶- کدامیک از گروههای زیر با مرتبه داده شده ساده هستند.

۱. ۲۴ ۲. ۳۰ ۳. ۲۹ ۴. ۴۹

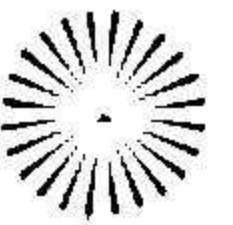
۷- فرض کنید G یک گروه متناهی و P یک زیر گروه P سیلوی G باشد. در اینصورت اگر H زیر گروهی از G باشد که $N_G(P) \subseteq H$ ، آنگاه

۱. $H \trianglelefteq G$ ۲. $N_G(P) = P$ ۳. $N_G(H) = H$ ۴. $P \trianglelefteq G$

۸- فرض کنید M یک R -مدول و N و N' دو زیر مدول M باشند. در اینصورت $Ann_R(N + N')$ برابر است با

۱. $Ann_R(N) + Ann_R(N')$ ۲. $Ann_R(N) \cap Ann_R(N')$

۳. $Ann_R(N) \cup Ann_R(N')$ ۴. $Ann_R(N) Ann_R(N')$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۹- فرض کنید M یک R -مدول و I ایدآلی از R باشد. در این صورت تحت کدام شرط زیر M یک $\frac{R}{I}$ -مدول است.

۱. $I \cap \text{Ann}_R(M) \neq \emptyset$ ۲. $I \cap \text{Ann}_R(M) = \emptyset$ ۳. $I \subseteq \text{Ann}_R(M)$ ۴. $\text{Ann}_R(M) \subseteq I$

۱۰- فرض کنید M یک R -مدول و G_1 و G_2 زیر مدولهایی از M باشند به طوری که $M = G_1 + G_2$ در این صورت $\frac{M}{G_1}$ یکرخت است با

۱. G_2 ۲. G_1 ۳. $\frac{G_2}{G_1 \cap G_2}$ ۴. $\frac{G_1}{G_1 \cap G_2}$

۱۱- دنباله $0 \rightarrow M \xrightarrow{f} L$ از R -مدول ها و R -همریختی ها کامل است اگر و فقط اگر

۱. f یک به یک باشد ۲. f پوشا باشد ۳. f یکرختی باشد ۴. $M = \{0\}$

۱۲- فرض کنید M یک R -مدول و $\nu: M \rightarrow M$ یک تکریختی روی M باشد در این صورت

۱. اگر M نوتری باشد آنگاه ν یک یکرختی است.

۲. اگر M آرتینی باشد آنگاه ν یک یکرختی است.

۳. اگر M متناهی مولد باشد آنگاه ν یک یکرختی است.

۴. اگر R آرتینی باشد آنگاه ν یک یکرختی است.

۱۳- حلقه اعداد صحیح $\mathbb{Z}$ را در نظر بگیرید. در این صورت کدام گزینه درست است.

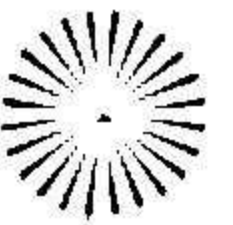
۱. $\mathbb{Z}$ آرتینی است ولی نوتری نیست. ۲. $\mathbb{Z}$ نوتری است ولی آرتینی نیست.

۳. $\mathbb{Z}$ هم نوتری و هم آرتینی است. ۴. $\mathbb{Z}$ نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۴- فرض کنید M یک R -مدول باشد در این صورت تحت کدامیک از شرایط زیر $\frac{R}{\text{Ann}_R(M)}$ آرتینی است.

۱. M آرتینی است. ۲. M متناهی مولد باشد.

۳. M آرتینی و متناهی مولد باشد. ۴. $\text{Ann}_R(M)$ آرتینی باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۵- فرض کنید M یک R -مدول باشد به طوری که هر زیر مدول M متناهی مولد باشد. در این صورت

۱. M نوتری است.
۲. M آرتینی است.
۳. M هم نوتری و هم آرتینی است.
۴. M نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۶- Q را به عنوان $-Z$ -مدول در نظر بگیرید. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱. Q نوتری است.
۲. Q آرتینی است.
۳. Q هم نوتری و هم آرتینی است.
۴. Q نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۷- فرض کنید G یک R -مدول باشد که دارای یک سری ترکیبی است در این صورت

۱. G نوتری است ولی آرتینی نیست.
۲. G آرتینی است ولی نوتری نیست.
۳. G هم نوتری و هم آرتینی است.
۴. G نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۸-

فرض کنید G مدولی روی حلقه R ، H و H' زیر مدولهایی از G باشند که $H' \not\subseteq H$ و $\frac{G}{H}$ ساده باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.

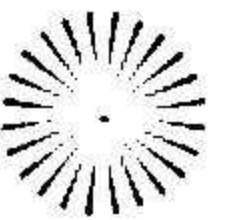
۱. $H + H' = H$
۲. $H + H' = H'$
۳. $\frac{G}{H'} \cong \frac{H'}{H \cap H'}$
۴. $\frac{G}{H} \cong \frac{H'}{H \cap H'}$

۱۹- کدامیک از مدولهای زیر از طول متناهی هستند.

۱. Z به عنوان $-Z$ -مدول
۲. Q به عنوان $-Z$ -مدول
۳. Q به عنوان $-Q$ -مدول
۴. $\frac{Q}{Z}$ به عنوان $-Z$ -مدول

۲۰- فرض کنید M یک R -مدول از طول متناهی و N زیر مدولی از M باشد. در این صورت

۱. $l\left(\frac{M}{N}\right) = \frac{l(M)}{l(N)}$
۲. $l\left(\frac{M}{N}\right) = l(M) + l(N)$
۳. $l(N) = l\left(\frac{M}{N}\right) - l(M)$
۴. $l(N) = l(M) - l\left(\frac{M}{N}\right)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۲۱- فرض کنید R یک حلقه جابجایی یکدار باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱. R آرتمینی است اگر و فقط اگر هر ایدال اول R متناهی مولد است.

۲. R نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال اول R متناهی مولد باشد.

۳. R آرتمینی است اگر و فقط اگر هر ایدال ماکسیمال R متناهی مولد باشد.

۴. R نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال ماکسیمال R متناهی مولد باشد.

۲۲- فرض کنید R یک حلقه نوتری و I ایدالی از R باشد که $I \subseteq \text{Jac}(R)$. در این صورت اگر $M = IM$ ، آنگاه کدامیک از گزینه های زیر نادرست است.

۱. M نوتری است. ۲. M آرتمینی است. ۳. $M = 0$ ۴. $M \neq 0$

۲۳- فرض کنید R یک حلقه نوتری و I ایدالی از R باشد. اگر $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$ آنگاه

۱. $IJ = I$ ۲. $IJ = J$ ۳. $I = J$ ۴. $J = 0$

۲۴- کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست.

۱. $Z[x, y]$ ۲. $Q[x, y]$ ۳. $Z_2[x]$ ۴. $Q[x_1, x_2, \dots]$

۲۵- کدامیک از Z -مدولهای زیر آزاد است.

۱. $Z \oplus Z_2$ ۲. Z_2 ۳. $Z \oplus Z$ ۴. $Z_2 \oplus Z_3$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید G یک گروه از مرتبه pq که p و q اعداد اول، $p < q$ و $q \not\equiv 1 \pmod{p}$. ثابت کنید G دوری است.

۲- فرض کنید G یک گروه متناهی باشد به طوری که $|G| = p^m$ ، p یک عدد اول و $m \in \mathbb{N}$. در این صورت مرکز G از مرتبه p^α است که $0 < \alpha \leq m$

۳- قضیه دوم یکرختی مدول ها را بیان و اثبات کنید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

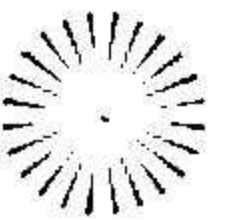
عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۱.۷۵ نمره

۴- فرض کنید $0 \longrightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \longrightarrow 0$ یک دنباله کامل کوتاه از $-R$ -مدولها و $-R$ همریختی ها باشد. در این صورت M از طول متناهی است اگر و فقط اگر N و L از طول متناهی باشد. به علاوه اگر M از طول متناهی باشد آنگاه $l(M) = l(L) + l(N)$

شماره سواب	باسخ صحيح	وصعيت كلب
١	ب	جمادي
٢	د	جمادي
٣	ب	جمادي
٤	د	جمادي
٥	الف	جمادي
٦	ج	جمادي
٧	ج	جمادي
٨	ب	جمادي
٩	ج	جمادي
١٠	ج	جمادي
١١	الف	جمادي
١٢	ب	جمادي
١٣	ب	جمادي
١٤	ج	جمادي
١٥	الف	جمادي
١٦	د	جمادي
١٧	ج	جمادي
١٨	د	جمادي
١٩	ج	جمادي
٢٠	د	جمادي
٢١	ب	جمادي
٢٢	د	جمادي
٢٣	ب	جمادي
٢٤	د	جمادي
٢٥	ج	جمادي



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۸

۱- اگر G گروهی متناهی و Λ و B دو زیر گروه G باشند. آنگاه تعداد اعضای ΛB برابر کدام است؟

۱. $\frac{|A|+|B|}{|A \cap B|}$ ۲. $\frac{|A||B|}{|A \cap B|}$ ۳. $|A||B| - |A \cap B|$ ۴. $|A| + |B| - |A \cap B|$

۲- بنا به قضیه کوشی اگر $|G|$ بر $|P|$ آنگاه:

۱. G یک زیر گروه P عضوی دارد. ۲. $|G|$ توانی از P است.
۳. G دارای یک P -زیر گروه سیلو است. ۴. G با Z_p یکرخت است.

۳- فرض کنیم H زیر گروهی از گروه G باشد، در این صورت تعداد زیر گروه های مزدوج با H برابر کدام است؟

۱. $(N(H):H)$ ۲. $|N(H)/H|$ ۳. $(G:H)$ ۴. $(G:N(H))$

۴- اگر G گروهی نا آبدی باشد و مرکز آن Z باشد آنگاه:

۱. $Z=G$ ۲. $Z=\{e\}$ ۳. G/Z دوری نیست. ۴. G/Z ساده است.

۵- تعداد ۵-زیر گروه سیلوی گروهی از مرتبه ۲۰۰ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۴ ۳. ۴ یا ۱ ۴. ۸ یا ۱

۶- در گروه A_4 تعداد زیر گروه های سیلو از مرتبه ۴ و تعداد زیر گروه های سیلو از مرتبه ۳ به ترتیب کدام است؟

۱. یک و یک ۲. یک و چهار ۳. چهار و یک ۴. چهار و چهار

۷- کدام عبارت در مورد حلقه R درست کدام است؟

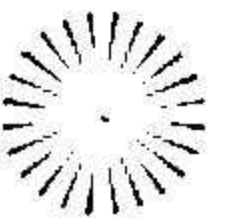
۱. هر R -مدول یک فضای برداری روی R است. ۲. هر R -مدول یک گروه متناهی است.
۳. هر Z -مدول یک فضای برداری روی R است. ۴. هر فضای برداری روی R یک R -مدول است.

۸- هرگاه R یک حلقه بخشی باشد آنگاه R به عنوان R -مدول، دارای چند زیر مدول است؟

۱. دو ۲. یک ۳. بینهایت ۴. صفر

۹- اگر M یک مدول روی حلقه جابجایی R و I ایده آلی از حلقه R باشد، در چه صورت M به صورت مدولی روی حلقه R/I در می آید؟ (تغییر حلقه)

۱. M پوچ توان باشد. ۲. M متناهی باشد. ۳. $IM = 0$ ۴. $Ann(M) \subseteq I$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۴۸

۱۰- فرض کنیم M مدولی روی حلقه جابجایی R باشد و G, G_1, G_2 زیرمدول هایی از M باشند که به ازای $i=1,2$

$G_i \supseteq G$ در این صورت $G_1/G + G_2/G$ با کدام R -مدول برابر است؟

۱. M/G ۲. $\frac{G_1+G_2}{G}$ ۳. $\frac{G_1 \cap G_2}{G}$ ۴. $\frac{G}{G_1 \cap G_2}$

۱۱- فرض کنید R حلقه ای جابجایی باشد. دنباله کامل کوتاه $0 \rightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \rightarrow 0$ را دنباله شکافته شدنی نامیم هرگاه:

۱. $\text{Ker } f$ جمعیوند مستقیمی از L باشد. ۲. $\text{Im } f$ جمعیوند مستقیم M باشد.
۳. $M/\text{Ker } f$ یکرخت با N باشد. ۴. L و N زیرمدول هایی از M باشند.

۱۲- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و F یک R -مدول باشند. F یک R -مدول آزاد است اگر و تنها اگر

۱. دوری باشد. ۲. متناهی باشد.
۳. دارای پایه باشد. ۴. دارای یک مجموعه مولد باشد.

۱۳- فرض کنید M و N مدول هایی روی حلقه جابجایی R و $f: M \rightarrow N$ همریختی R -مدولی باشند. آنگاه f یک تکریختی است اگر و تنها اگر:

۱. $f=0$ ۲. $N=M$ ۳. $\text{Ker } f=0$ ۴. $\text{Im } f=N$

۱۴- حلقه Z حلقه ای است:

۱. هم نوتری و هم آرتینی. ۲. تنها آرتینی است.
۳. تنها نوتری است. ۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

۱۵- فرض کنید V یک فضای برداری روی میدان (هیات) K باشد. کدام عبارت با عبارت های دیگر معادل نیست؟

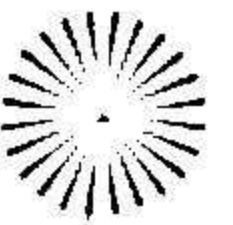
۱. V یک K -مدول نوتری است. ۲. V یک K -مدول آرتینی است.
۳. V یک K -فضای متناهی بعد است. ۴. V یک K -مدول ساده است.

۱۶- R -مدول $G \neq 0$ روی حلقه جابجایی R را در نظر بگیرید. گوییم G یک R -مدول ساده است اگر و تنها اگر G :

۱. تنها یک زیرمدول داشته باشد. ۲. تنها دارای دو زیرمدول باشد.
۳. هیچ زیرمدولی نداشته باشد. ۴. یک مجموعه مولد متناهی داشته باشد.

۱۷- کدام یک از Z -مدول زیر دارای سری ترکیبی است؟

۱. Q ۲. $Z \times Z$ ۳. $Z \times Z_6$ ۴. $Z_6 \times Z_6$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۸- فرض کنید G مدولی ناصفر به طول متناهی روی حلقه جابجایی R باشد. بنا به قضیه ژردان-هلدر هر دو سری ترکیبی برای G :

۱. با هم یکریخت هستند.
۲. طول های یکسان دارند.
۳. با هم مساویند.
۴. زنجیری از زیر مدول های G هستند.

۱۹- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و دنباله $0 \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow 0$ رشته دقیق کوتاهی از R -مدول ها و R -همریختی ها باشد. هرگاه L ، M و N با متناهی طول باشند آنگاه:

۱. $l(L) + l(N) = l(M)$
۲. $l(L) + l(M) = l(N)$
۳. $l(M) + l(N) = l(L)$
۴. $l(L) = l(M) = l(N)$

۲۰- فرض کنیم R حلقه ای جابجایی و نوتری باشد. در این صورت $R[x]$:

۱. متناهی مولد است.
۲. یک حلقه بخشی است.
۳. یک حوزه صحیح است.
۴. یک حلقه نوتری است.

۲۱- اگر R حلقه ای جابجایی باشد که هر ایده آل اول آن متناهی مولد باشد، آنگاه R :

۱. نوتری است.
۲. حوزه صحیح است.
۳. میدان است.
۴. متناهی است.

۲۲- اگر R یک حلقه جابجایی باشد آنگاه $(\cdot) Zdv_R$ برابر کدام است؟

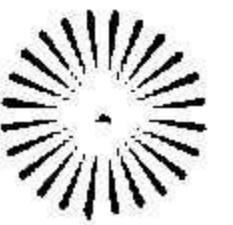
۱. صفر
۲. $\emptyset$
۳. R
۴. $R - \{0\}$

۲۳- فرض کنید I ایده آلی از حلقه جابجایی و نوتری R باشد و $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$. در این صورت IJ برابر است با:

۱. I
۲. J
۳. $I \cap J$
۴. $I + J$

۲۴- فرض کنید (R, M) حلقه ای موضعی باشد و I ایدآلی از آن. در این صورت $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + M^n)$ برابر کدام است؟

۱. M
۲. 0
۳. I
۴. $I + M$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۸)

۲۵- عبارت درست کدام است؟

۱. در هر حلقه جابجایی نوتری هر ایدال اول، یک ایده آل ماکسیمال است.
۲. هر حلقه جابجایی نوتری آرتینی است.
۳. در هر حلقه جابجایی هر ایدال سره، یک ایده آل اول است.
۴. هر حلقه جابجایی آرتینی، نوتری است.

سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید a عضوی از G و $C(a)$ مرکز ساز a باشد. ثابت کنید اعضای $[a]$ ، کلاس مزدوجی a ، با هم مجموعه های $C(a)$ در G در یک تناظر یک به یک هستند.
نمره ۱.۷۵
- ۲- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و M یک R -مدول باشد. ثابت کنید مدول M آزاد است اگر و تنها اگر با مجموع مستقیمی از R ها یکرخت باشد. $(M \cong \bigoplus_{\lambda \in \Lambda} R_{\lambda})$
نمره ۱.۷۵
- ۳- فرض کنید M مدولی روی حلقه جابجایی R و G زیر مدولی از M باشد. نشان دهید اگر G و M/G نوتری باشند آنگاه M نیز یک R -مدول نوتری است.
نمره ۱.۷۵
- ۴- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و آرتینی باشد. ثابت کنید R تنها تعداد متناهی ایده آل ماکسیمال دارد.
نمره ۱.۷۵



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۸)

سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

۱- قضیه ۱، ۳ ص ۱۴

۱.۷۵ نمره

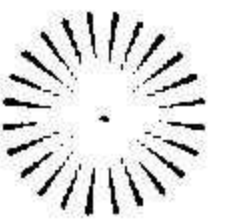
۲- قضیه ۵۳، ۶ ص ۱۹۵

۱.۷۵ نمره

۳- قضیه ۱۷، ۷ ص ۲۱۴

۱.۷۵ نمره

۴- لم ۴۰، ۸ ص ۲۶۵



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید G گروهی از مرتبه ۴۹ باشد. در اینصورت

۱. G لزوماً دوری است.
۲. G لزوماً آبلی است.
۳. G هیچ زیرگروهی از مرتبه ۷ ندارد.
۴. G زیرگروهی از مرتبه ۳ دارد.

۲- فرض کنید G گروهی از مرتبه ۱۲۲۵ بوده و H و K به ترتیب ۵ و ۷ زیرگروه های سیلوی G باشند. در این صورت کدام گزینه در مورد G صحیح نیست.

۱. H و K هر دو یکتا هستند.
۲. G آبلی است.
۳. $G \cong H \times K$.
۴. $H \cap K$ بیش از یک عضو دارد.

۳- فرض کنید $|G| = p^n q^m a$ بطوریکه p و q اعداد اولی بوده و $(p, a) = 1$. اگر H یک p -زیرگروه سیلوی G باشد آنگاه کدام گزاره در مورد H درست نیست.

۱. زیرگروه سیلویی به جز H مانند K از G وجود دارد که با H مزدوج بوده و مرتبه آن برابر q است.
۲. مرتبه H برابر با p^n است.
۳. برای هر $x \in G$ ، $x^{-1} H x$ نیز یک p -زیرگروه سیلوی G است.
۴. H یک زیرگروه نرمال G است اگر و فقط اگر H تنها p -زیرگروه سیلوی G باشد.

۴- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۳۰ باشد. کدام گزاره درست است؟

۱. G تنها یک ۲-زیرگروه سیلوی دارد.
۲. G تنها یک ۳-زیرگروه سیلوی دارد.
۳. G تنها یک ۵-زیرگروه سیلوی دارد.
۴. G زیر گروه نرمالی با بیش از یک عضو است.

۵- اگر G یک گروه از مرتبه ۱۵ باشد. در این صورت کدام گزینه در حالت کلی درست نیست؟

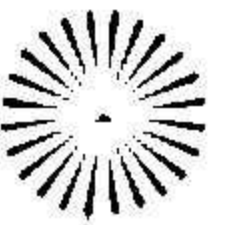
۱. G آبلی است.
۲. تعداد ۳-زیرگروه سیلوی G برابر یک است.
۳. G دوری نیست.
۴. تعداد ۵-زیرگروه سیلوی G برابر یک است.

۶- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۴ باشد. آنگاه

۱. $Z(G)$ فقط شامل عضو همانی است.
۲. $Z(G)$ شامل عضوی غیر از عنصر همانی است.
۳. G لزوماً دوری است.
۴. G با ۴-گروه کلاین یکرخت است.

۷- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۳۵ باشد. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

۱. G دوری است.
۲. ۷-زیرگروه سیلوی G در G نرمال است.
۳. G یک گروه ساده است.
۴. ۵-زیرگروه سیلوی G در G نرمال است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۴۸

۸- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۱۶۹ باشد. در اینصورت مرتبه $G/Z(G)$ برابر است با

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۱۳ ۴. ۱۶۹

۹- اگر G یک گروه از مرتبه ۲۰۰ باشد، در اینصورت کدام گزینه در مورد G در حالت کلی درست نیست؟

۱. G یک گروه ساده نیست.
 ۲. G فقط یک ۲-زیرگروه سیلو دارد.
 ۳. G شامل یک زیرگروه نرمال منحصر بفرد از مرتبه ۲۵ است.
 ۴. ۵-زیرگروه سیلوی G یکتا است.
- ۱۰- کدام گزینه در مورد یک R -مدول مانند M درست است؟

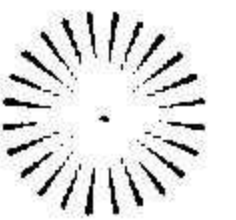
۱. طول هر زنجیر اکید از زیر مدولهای M مساوی با طول هر سری ترکیبی برای M است.
۲. طول هر زنجیر اکید از زیر مدولهای M بیشتر یا مساوی طول هر سری ترکیبی برای M است.
۳. طول هر زنجیر اکید از زیر مدولهای M کمتر یا مساوی طول هر سری ترکیبی برای M است.
۴. طول زنجیرهای اکید از زیر مدولهای M ارتباطی با سری های ترکیبی M ندارند.

۱۱- فرض کنیم V یک فضای برداری روی میدان K باشد. در این صورت

۱. $\dim_K V \leq \ell(V)$
۲. $\dim_K V = \ell(V)$
۳. اگر $\ell(V) < \infty$ آنگاه $\dim_K V = \ell(V)$
۴. اگر V به طور متناهی تولید شده روی K باشد، آنگاه $\dim_K V = \ell(V)$

۱۲- فرض کنید R یک حلقه دلخواه و Z حلقه اعداد صحیح و G یک گروه آبلی دلخواه باشد. کدام گزینه در حالت کلی درست نیست؟

۱. G یک R -مدول است.
۲. G یک Z -مدول است.
۳. R یک Z -مدول است.
۴. برای هر ایده آل I از R ، R/I یک Z -مدول است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۳- فرض کنید R یک حلقه و G زیرمدولی از R - مدوله‌های G_1 و G_2 باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $Ann\left(G_1 + G_2 / G_2\right) = (G_1 : G_2)$

۲. $Ann(G_1 + G_2) = Ann(G_1) \cup Ann(G_2)$

۳. برای هر ایده آل I از R داریم $I\left(G_1 / G\right) = IG_1 / G$

۴. $\left(G_1 / G\right) \cap \left(G_2 / G\right) = \left(G / G\right)$

۱۴- اگر R یک حلقه دلخواه و I ایده آلی از آن باشد. در این صورت در دنباله $0 \rightarrow A \rightarrow R \xrightarrow{f} R/I \rightarrow 0$ ، در آن داریم $f(r) = r + I \quad \forall r \in R$ ، کدام گزینه را به جای A قرار دهیم تا یک دنباله دقیق شود؟

۱. $A = (0)R$ ۲. $A = I$ ۳. $A = (0 : I)$ ۴. $A = R$

۱۵- اگر R یک حلقه جابجایی و ناصفر و Z حلقه اعداد صحیح باشد، آنگاه

۱. تصویر همریخت هر R - مدول آزاد، R - مدولی آزاد است.

۲. هر Z - مدول به عنوان مدول آزاد است.

۳. اگر F یک R - مدول آزاد با پایه متناهی باشد آنگاه هر پایه F متناهی است.

۴. هر R - مدول را می توان به یک R - مدول آزاد تبدیل کرد.

۱۶- فرض کنید R یک حلقه جابجایی و نوتری باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. هر R - مدول مانند M تصویر همریخت یک R - مدول نوتری است.

۲. هر R - مدول متناهی مولد مانند M آرتینی است.

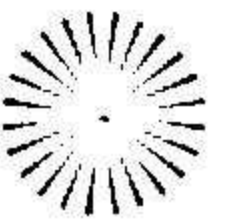
۳. برای هر R - مدول متناهی مولد مانند M ، حلقه $R/Ann(M)$ آرتینی است.

۴. R یک R - مدول آزاد است.

۱۷- فرض کنید R حلقه تعویض پذیر، M یک R - مدول با طول متناهی و N زیرمدولی از M باشد. کدام گزینه در حالت کلی درست نیست؟

۱. $\max\{\ell(N), \ell(M/N)\} \leq \ell(M)$ ۲. $\ell(M) + \ell(N) - \ell(M/N) = 0$

۳. $\ell(M) = \ell(N) + \ell(M/N)$ ۴. $\ell(N) - \ell(M) = \ell(M/N)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۸- فرض کنید (R, m) یک حلقه موضعی و J ایده آلی دلخواه از آن باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. $\bigcap_{n=1}^{\infty} J^n = 0$
۲. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (J + m^n) = 0$
۳. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (J + m^n) = J$
۴. $\bigcap_{n=1}^{\infty} (J^n + m) = J$

۱۹- فرض کنید R حلقه تعویض پذیر، M یک R -مدول و $f: M \rightarrow M$ یک همریختی دلخواه باشد. در این صورت

۱. اگر M نوتری و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.
۲. اگر M نوتری و f یک به یک باشد آنگاه f پوشا است.
۳. اگر M آرتینی و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.
۴. اگر M به طور متناهی تولید شده باشد آنگاه f دوسویی است.

۲۰- فرض کنید I ایده آلی سره از حلقه جابجایی R باشد. آنگاه

۱. $ass(I)$ متناهی است.
۲. $ass(I)$ تهی است.
۳. $ass(I)$ شامل ایده آل اولی است که ماکسیمال نیست.
۴. اگر R نوتری باشد، آنگاه $ass(I)$ متناهی است.

۲۱- زیر حلقه $Z[\sqrt{-5}]$ از میدان اعداد مختلط C را در نظر بگیرید. کدام گزینه در حالت کلی درست نیست؟

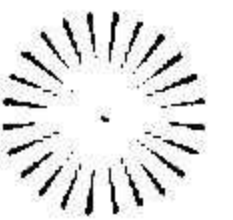
۱. $Z[\sqrt{-5}]$ حلقه نوتری است.
۲. $Z[\sqrt{-5}]$ یک Z -مدول آرتینی است.
۳. $Z[\sqrt{-5}]$ یک حلقه متناهی است.
۴. $Z[\sqrt{-5}]$ یک دامنه صحیح است.

۲۲- فرض کنید Z حلقه اعداد صحیح و Q حلقه اعداد گویا باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. Q یک Z -مدول نوتری است.
۲. Q/Z یک Z -مدول نوتری است.
۳. Z به عنوان Z -مدول آرتینی است.
۴. Z_n به ازای هر n ، حلقه آرتینی است.

۲۳- اگر F یک میدان و V یک فضای برداری روی میدان F باشد، کدام گزاره درست است؟

۱. V هم نوتری و هم آرتینی است.
۲. V دارای طول متناهی است.
۳. V به عنوان F -مدول نوتری است ولی آرتینی نیست.
۴. هر F -زیرمدول از V ، به عنوان F -مدول آزاد است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۱۰۴۸

۲۴- فرض کنید R حلقه تعویض پذیر و یکدار باشد. اگر $R[x]$ حلقه چند جمله ای ها روی R باشد، آنگاه کدام گزینه درست نیست؟

۱. اگر R نوتری باشد، آنگاه $R[x]$ نیز نوتری است.
۲. اگر R آرتینی باشد، $R[x]$ نیز آرتینی است.
۳. $R[x]$ یک R - مدول آزاد است.
۴. اگر $R[x]$ نوتری باشد، R نیز نوتری است.

۲۵- فرض کنید R حلقه تعویض پذیر و یکدار باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. اگر R نوتری باشد آنگاه R آرتینی است.
۲. اگر R آرتینی باشد آنگاه تعداد ایده آل های ماکسیمال R متناهی است.
۳. اگر R آرتینی باشد آنگاه تعداد ایده آل های R متناهی است.
۴. R آرتینی است اگر و فقط اگر نوتری باشد.

سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

۱- به هر دو قسمت زیر پاسخ دهید.

- الف) سومین قضیه سیلو را بیان و اثبات کنید.
- ب) فرض کنید G گروهی متناهی و P عدد اولی باشد بطوریکه مرتبه G را عاد می کند. نشان دهید G حداقل یک P - زیرگروه سیلو دارد.

۱.۷۵ نمره

۲- ثابت کنید هیچ گروهی از مرتبه ۲۴ ساده نیست.

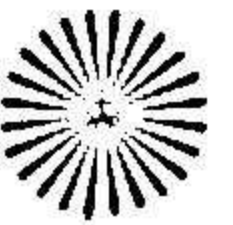
۱.۷۵ نمره

۳- فرض کنید M یک R - مدول با طول متناهی روی حلقه تعویض پذیر R باشد. نشان دهید برای هر ایده آل I از R که $I \subseteq \text{Jac}(R)$ ، عدد طبیعی n چنان موجود است بطوری که $I^n M = 0$. (یک زنجیر نزولی از زیرمدول های M را بسازید.)

۱.۷۵ نمره

۴- فرض کنید $(R, \underline{m})$ حلقه ای موضعی و I ایده آلی از R باشد. نشان دهید $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + \underline{m}^n) = I$. (راهنمایی: حلقه R/I را در بکار بگیرید.)

شماره سواب	باسم صحیح	وضعیت کلبه
۱	ب	عمادی
۲	د	عمادی
۳	الف	عمادی
۴	د	عمادی
۵	ج	عمادی
۶	ب	عمادی
۷	ج	عمادی
۸	الف	عمادی
۹	ب	عمادی
۱۰	ج	عمادی
۱۱	ج	عمادی
۱۲	الف	عمادی
۱۳	الف	عمادی
۱۴	ب	عمادی
۱۵	ج	عمادی
۱۶	د	عمادی
۱۷	ب	عمادی
۱۸	ج	عمادی
۱۹	الف	عمادی
۲۰	د	عمادی
۲۱	ب	عمادی
۲۲	د	عمادی
۲۳	د	عمادی
۲۴	ب	عمادی
۲۵	ب	عمادی



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۴۵

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (ارشد) ۱۱۱۰۴۸

سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

۱- الف. قضیه ۸.۲ صفحه ۱۳ جزوه درسی.

ب. از اینکه P مرتبه G را عاد میکند لذا اعداد طبیعی n و α وجود دارند بطوریکه $|G| = p^\alpha \cdot n$ و $(p, n) = 1$.
حال حکم از قضیه اول سیلو بدست میاید.

۱.۷۵ نمره

۲- مثال صفحه ۲۰ و ۲۱ جزوه درسی.

۱.۷۵ نمره

۳- از اینکه M با طول متناهی است لذا بنا بر قضیه ۳۶.۷ کتاب شارپ، هم نوتری و هم آرتینی است. حال حکم از ایستایی زنجیر زیر و لم ناکایاما نتیجه میشود.

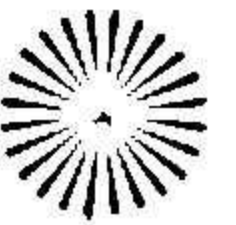
$$IM \supseteq I^2M \supseteq I^3M \supseteq \dots$$

۱.۷۵ نمره

۴- تمرین ۲۸.۸ صفحه ۱۷۶ کتاب شارپ. از اینکه R/I حلقه موضعی است لذا بنا بر نتیجه ۲۷.۸ شارپ میتوان نوشت

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} \left(\frac{m}{I} \right)^n = \bar{0} \Rightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} \left(\frac{I + m^n}{I} \right) = \bar{0}$$

$$\Rightarrow \frac{\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + m^n)}{I} = \bar{0} \Rightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} (I + m^n) = I$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (کاربردی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید G یک گروه $a \in G$ و $C(a)$ مرکز ساز a در G باشد. در این صورت کدام گزینه درست است

۱. $C(a) \subseteq Z(G)$ ۲. $Z(G) \subseteq C(a)$ ۳. $Z(G) = C(a)$ ۴. $C(a) = G$

۲- هر گروه با مرتبه آبلی است.

۱. ۲۴ ۲. ۳۶ ۳. ۱۲۱ ۴. ۴۸

۳- فرض کنید G یک گروه متناهی و H یک زیر گروه G باشد. در این صورت تعداد مزدوجهای H در G برابر است با

۱. $|N_G(H)|$ ۲. $|G:H|$ ۳. $|G:N_G(H)|$ ۴. $|N_G(H):H|$

۴- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۲۰۰ باشد. در این صورت تعداد زیر گروههای ۵-سیلوی G برابر است با

۱. ۲ ۲. ۱ ۳. ۴ ۴. ۸

۵- فرض کنید G یک گروه متناهی و P یک زیر گروه P -سیلوی G باشد. در این صورت P تنها زیر گروه P -سیلوی G است اگر و تنها اگر

۱. $N_G(P) = G$ ۲. $P \subseteq N_G(P)$ ۳. $N_G(P) = P$ ۴. $N_G(P) \subseteq G$

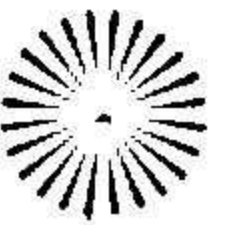
۶- کدام گزینه مرتبه یک گروه با مرکز غیر بدیهی است.

۱. ۱۲۸ ۲. ۹۶ ۳. ۵۴ ۴. ۱۹۲

۷-

فرض کنید I یک ایدال از حلقه جابجایی یکدار R باشد. در این صورت $Ann_R\left(\frac{R}{I}\right)$ برابر است با

۱. $\{0\}$ ۲. R ۳. I ۴. $\frac{R}{I}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۸

۸- فرض کنید M یک R -مدول و I یک ایدال R باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱. $\frac{M}{I}$ یک $\frac{R}{I}$ -مدول و همچنین یک R -مدول است.

۲. $\frac{M}{I}$ یک R -مدول است ولی یک $\frac{R}{I}$ -مدول نیست.

۳. $\frac{M}{I}$ یک $\frac{R}{I}$ -مدول است ولی یک R -مدول نیست.

۴. IM یک R -مدول و M یک $\frac{R}{I}$ -مدول است.

۹- فرض کنید M یک R -مدول و G_1 و G_2 دو زیرمدول M باشند. در این صورت $\frac{G_1}{G_1 \cap G_2}$ با کدام یک از R -مدولهای زیر یکرخت است.

۱. $\frac{G_1 + G_2}{G_1}$ ۲. $\frac{G_1 + G_2}{G_1 \cap G_2}$ ۳. $\frac{G_1 + G_2}{G_2}$ ۴. G_2

۱۰- کدامیک از $\mathbb{Z}$ -مدولهای زیر آزاد نیستند.

۱. $\mathbb{Z}$ ۲. $\mathbb{Z}$ ۳. $\mathbb{Z} \oplus \mathbb{Z}$ ۴. $2\mathbb{Z}$

۱۱- فرض کنید M یک R -مدول و $u: M \rightarrow M$ یک برو ریختی روی M باشد. در این صورت

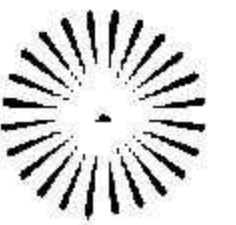
۱. اگر M نوتری باشد آنگاه u یک یکرختی است. ۲. اگر M آرئینی باشد آنگاه u یک یکرختی است.

۳. اگر R نوتری باشد آنگاه u یک یکرختی است. ۴. اگر R آرئینی باشد آنگاه u یک یکرختی است.

۱۲- Q را به عنوان $\mathbb{Z}$ -مدول در نظر بگیرید. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱. Q نوتری است. ۲. Q آرئینی است.

۳. Q نوتری است ولی آرئینی نیست. ۴. Q نه نوتری و نه آرئینی است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۳- فرض کنید M یک R -مدول باشد. کدام گزینه نادرست است.

۱. M نوتری است اگر فقط اگر هر زیر مدول آن نوتری باشد.
۲. M آرتینی است اگر فقط اگر هر زیر مدول آن آرتینی باشد.
۳. M نوتری است اگر فقط اگر هر زیر مدول آن متناهی مولد باشد.
۴. M آرتینی است اگر فقط اگر هر زیر مدول آن متناهی مولد باشد.

۱۴- فرض کنیم G یک R -مدول و M یک ایده آل ماکسیمال R باشد به طوری که $MG = 0$. در این صورت

۱. G نوتری است.
۲. G آرتینی است.
۳. G یک فضای برداری با بعد متناهی روی $\frac{R}{M}$ است.
۴. G نوتری است اگر فقط اگر آرتینی باشد.

۱۵- فرض کنید G یک R -مدول از طول متناهی باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱. G نوتری است ولی آرتینی نیست.
۲. G آرتینی است ولی نوتری نیست.
۳. G نوتری و آرتینی نیست.
۴. G نوتری و آرتینی است.

۱۶- فرض کنید G یک R -مدول و H و H' زیر مدولهای مجزای G باشند به طوری که $\frac{G}{H}$ و $\frac{G}{H'}$ هر دو ساده باشند. کدام گزینه نادرست است.

۱. $G = H + H'$
۲. $H + H' = H$
۳. $\frac{H + H'}{H} = \frac{G}{H}$
۴. $\frac{H'}{H \cap H'} \cong \frac{G}{H}$

۱۷- کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست.

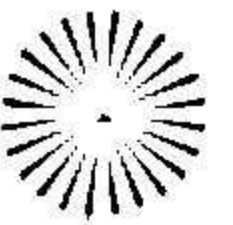
۱. $\mathbb{Z}[X]$
۲. $\mathbb{Z}[[X]]$
۳. $\mathbb{Z}[X_1, X_2, \dots]$
۴. $\mathbb{Z}[[X_1, \dots, X_n]]$

۱۸-

فرض کنید I یک ایده آل از حلقه جابجایی، یکدار و نوتری R باشد. همچنین

۱. $IJ = I$
۲. $I \cap J = I$
۳. $I + J = J$
۴. $IJ = J$

در این صورت $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۹- فرض کنید R یک حلقه جابجایی یکدار باشد. در این صورت کدام گزینه درست است.

۱. اگر R آرتینی باشد آنگاه هر ایدال اول R یک ایدال ماکسیمال است.

۲. اگر R نوتری باشد آنگاه هر ایدال اول R یک ایدال ماکسیمال است.

۳. اگر R آرتینی باشد آنگاه تعداد ایدالهای ماکسیمال R نامتناهی است.

۴. اگر R نوتری باشد آنگاه تعداد ایدالهای ماکسیمال R متناهی است.

۲۰- فرض کنید R یک حلقه جابجایی و یکدار باشد. در این صورت کدام گزینه درست است

۱. R نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال ماکسیمال R نوتری باشد.

۲. R نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال اول R نوتری باشد.

۳. R نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال ماکسیمال R متناهی مولد باشد.

۴. R نوتری است اگر و فقط اگر هر ایدال اول R متناهی مولد باشد

سوالات تشریحی

۱- قضا دوم سیلو را بیان و اثبات کنید.

۲- ثابت کنید که هر گروه از مرتبه ۱۲۲۵ آبلی است.

۳- فرض کنید M یک R -مدول و G_1 و G_2 دو زیرمدول M باشند. ثابت کنید

$$\text{Ann}_R\left(\frac{G_1 + G_2}{G_1}\right) = (G_1 :_R G_2)$$

۴- فرض کنید R حلقه ای نوتری باشد. ثابت کنید هر R -مدول متناهی مولد نوتری است.

۵- لم ناکایاما را بیان و اثبات کنید

نمره ۲،۳۳

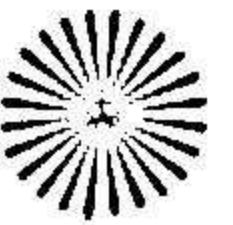
نمره ۱،۱۷

نمره ۱،۱۷

نمره ۱،۱۷

نمره ۱،۱۶

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱	ب	عادی
۲	ج	عادی
۳	ج	عادی
۴	ب	عادی
۵	الف	عادی
۶	الف	عادی
۷	ج	عادی
۸	الف	عادی
۹	ج	عادی
۱۰	الف	عادی
۱۱	الف	عادی
۱۲	د	عادی
۱۳	د	عادی
۱۴	د	عادی
۱۵	د	عادی
۱۶	ب	عادی
۱۷	ج	عادی
۱۸	د	عادی
۱۹	الف	عادی
۲۰	د	عادی



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۸

سوالات تشریحی

۱- قضیه ۵.۲ صفحه ۱ اجزوه جبر ۳

۱.۴۰ نمره

۲- مثال ۳ صفحه ۲۰ جزوه جبر ۳

۱.۴۰ نمره

۳- صفحه ۱۲۲ کتاب گامهایی در جبر تعویض پذیر

۱.۴۰ نمره

فرض کنید $r \in \text{Ann}_R\left(\frac{G_1 + G_2}{G_1}\right)$. بنابراین برای هر $x \in G_1 + G_2$ داریم $r(x + G_1) = G_1$. پس $rx \in G_1$. چون $G_2 \subseteq G_1 + G_2$ بنابراین برای هر $t \in G_2$ $rt \in G_1$. از اینرو $r \in (G_1 :_R G_2)$. حال فرض کنید $r \in (G_1 :_R G_2)$ و $y \in G_1 + G_2$. بنابراین عضوهای $g_1 \in G_1$ و $g_2 \in G_2$ وجود دارند به طوری که $y = g_1 + g_2$. حال داریم

$$r(y + G_1) = ry + G_1 = r(g_1 + g_2) + G_1 = (rg_1 + G_1) + (rg_2 + G_1) = G_1$$

زیرا $rg_1 \in G_1$ و $rg_2 \in G_1$ پس $r \in \text{Ann}_R\left(\frac{G_1 + G_2}{G_1}\right)$.

۱.۴۰ نمره

۴- نتیجه ۲۲.۷ صفحه ۱۴۷

۱.۴۰ نمره

۵- لم ۲۴.۸ صفحه ۱۷۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (جبر)، ریاضی (محض)، ریاضی (هندسه)، ریاضی (محض) (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

در سراسر سوالات زیر، R یک حلقه جابجایی و یکدار و نابديهی است.

۱- R -مدول های M و N و همریختی پوشا $f: M \rightarrow N$ را در نظر بگیرید. در این صورت کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

$$1. M \cong f(M) \quad 2. N \cong \frac{M}{\ker f} \quad 3. M \cong \frac{M}{\ker f} \quad 4. \frac{M}{\ker(f)} \cong \frac{N}{\text{Im}(f)}$$

۲- فرض کنید M یک R -مدول و N زیرمدول ماکزیمالی از M باشد. در این صورت مدول خارج قسمتی $\frac{M}{N}$

۱. با N یکرخت است. ۲. با M یکرخت است.

۳. دوری است. ۴. ساده است.

۳- دنباله کوتاه دقیق $0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$ یک دنباله دقیق شکافته شدنی است هر گاه:

$$1. M = M' + M'' \quad 2. M'' = M \oplus M'$$

$$3. M = M' \oplus M'' \quad 4. M' = M'' \oplus M$$

۴- گزینه نادرست کدام است؟

۱. حلقه Z نوتری است.

۲. Q هم نوتری و هم آرتینی است.

۳. $E(P) = \{\alpha \in \frac{Q}{Z} \mid \alpha = \frac{r}{p^n} + Z, r \in Z, n \in N_0\}$ ، که در آن عددی اول است، به عنوان Z -مدول نوتری نیست.

۴. زنجیر اکید نزولی از زیرمدولهای $E(P)$ وجود دارد که متوقف نمی شود.

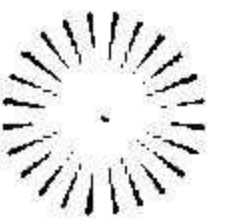
۵- فرض کنید I ایده آلی تجزیه پذیر از حلقه R باشد. در این صورت اگر x یک مقسوم علیه صفر R/I باشد آنگاه کدام گزینه x را کاملاً توصیف می کند؟

۱. x متعلق به یک ایده آل اول وابسته به I است. ۲. x متعلق به یک ایده آل اول وابسته به R است.

۳. x متعلق به یک ایده آل اول است. ۴. x مقسوم علیه صفر R نیز هست.

۶- کدام یک از حلقه های زیر موضعی است؟ (Q اعداد گویا و Z اعداد صحیح است.)

$$1. Q \quad 2. Q \oplus Q \quad 3. Z \quad 4. Z \oplus Z$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۷- فرض کنید R یک حلقه و M یک R -مدول باشد. لم ناکایاما بیان می کند که:

۱. اگر M با تولید متناهی و ایده آل I از R چنان باشد که $M = IM$ آنگاه $M = 0$.

۲. اگر M با تولید متناهی و ایده آل I از R چنان باشد که $I \subseteq J(R)$ آنگاه $M = IM$ ایجاب می کند $M = 0$.

۳. اگر ایده آل I از R چنان باشد که $I \subseteq J(R)$ و $M = IM$ آنگاه $M = 0$.

۴. اگر M با تولید متناهی I از R چنان باشد که $I \not\subseteq J(R)$ آنگاه $M = IM$ ایجاب می کند $M = 0$.

۸- فرض کنید R یک حلقه و G یک R -مدول با سری ترکیب به طول n باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. طول هر سری ترکیب G دقیقاً n است.

۲. هر زنجیره اکید از زیرمدول های G به طول n یک سری ترکیب برای G است.

۳. G تنها دارای یک سری ترکیب به طول n است.

۴. طول هیچ زنجیره اکید از زیرمدول های G بزرگتر از n نیست.

۹- فرض کنید M یک فضای برداری روی میدان K باشد. در این صورت

۱. اگر $\dim_K V$ نامتناهی باشد آنگاه V یک K -مدول نوتری است.

۲. $\dim_K V < l_K(V)$.

۳. $\dim_K V$ نامتناهی است اگر و تنها اگر $l_K(V)$ نامتناهی باشد.

۴. اگر $\dim_K V$ نامتناهی باشد آنگاه V یک K -مدول آرتینی است.

۱۰- اگر حلقه R نوتری باشد آنگاه

۱. تعداد ایده آل های ماکسیمال آن نامتناهی است.

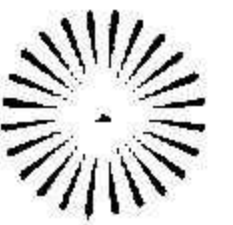
۲. هر ایده آل اول آن ماکسیمال است.

۳. R آرتینی است.

۴. اگر هر ایده آل اول آن ماکسیمال باشد آنگاه R آرتینی است.

۱۱- فرض کنید G یک گروه و $H \leq G$ باشد. تعداد زیرگروه های مزدوج با H برابر است با

۱. $[G : H]$ ۲. $[G : N(H)]$ ۳. $[H : N(H)]$ ۴. $[N(H) : H]$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۲- فرض کنید r تعداد P - زیرگروه های سیلوی گروه G باشد. آنگاه:

۱. $r = p^\alpha$ (برای بعضی $\alpha \in N$).

۲. r عددی صحیح به فرم $1 + kp$ است که $|G|$ مقسوم علیه آن است.

۳. r عددی صحیح به فرم $1 + kp$ است که مرتبه گروه G را می شمارد.

۴. r عددی صحیح به صورت kp است که $|G|$ را می شمرد.

۱۳- اگر G گروهی از مرتبه ۱۲۱ باشد و Z مرکز G آنگاه

۱. اگر R - مدول غیر صفر G با طول متناهی باشد آنگاه سری ترکیب دارد.

۲. اگر G مدول ناصفر با طول متناهی روی حلقه R باشد آنگاه سری های ترکیب G یکریخت هستند

۳. اگر G مدول ناصفر با طول متناهی روی حلقه R باشد، آنگاه G سری ترکیب ندارد.

۴. اگر G مدول ناصفر با طول متناهی روی حلقه R باشد، آنگاه هیچ دو سری ترکیب G یکریخت نیستند.

۱۴- تعداد ۵-سیلوی زیرگروه های سیلوی یک گروه ۳۵ عضوی برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۳۵ ۳. ۵ ۴. ۶

۱۵- گزاره نادرست کدام است؟

۱. مرکز هر گروه متناهی از مرتبه p^α (p عددی اول و $\alpha > 0$)، بیش از یک عضو دارد.

۲. هر گروه از مرتبه عدد اول P ، دوری است.

۳. هر گروه از مرتبه pq که در آن p و q اعداد اولند، ساده است.

۴. هر گروه از مرتبه p^2 که در آن p عددی اول است، آبلی است.

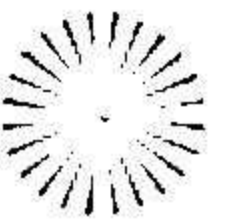
۱۶- گزاره نادرست کدام است؟

۱. هر مدول آزاد، مدولی است که پایه دارد.

۲. هر مدول، تصویر همریخت یک مدول آزاد است.

۳. هر حلقه روی خودش، مدولی آزاد است.

۴. تعداد اعضای پایه های یک مدول آزاد، همواره متناهی و با هم برابرند.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۷- فرض کنید M یک R -مدول و M' و M'' دو زیرمدول از M باشند به طوری که $M = M' \oplus M''$. در این صورت

۱. اگر M' نوتری باشد آنگاه M نیز نوتری است.

۲. اگر M' و M'' نوتری باشند آنگاه M نوتری است.

۳. اگر M'' نوتری باشد آنگاه M نیز نوتری است.

۴. چیزی نمی توان گفت.

۱۸- فرض کنید M یک R -مدول باشد.

۱. اگر M ساده باشد آنگاه $M \cong \frac{R}{\text{Ann}(M)}$.

۲. اگر M آرتینی باشد آنگاه $M \cong \frac{R}{\text{Ann}(M)}$ نیز آرتینی است.

۳. اگر M نوتری باشد آنگاه $M \cong \frac{R}{\text{Ann}(M)}$ نیز نوتری است.

۴. اگر $M \cong \frac{R}{\text{Ann}(M)}$ آنگاه M ساده است.

۱۹- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۱۰۰ باشد. در این صورت G دارای

۱. بیش از یک زیرگروه نرمال از مرتبه ۲۵ است.

۲. ۴ زیرگروه نرمال از مرتبه ۲۵ است.

۳. هیچ زیرگروه نرمال از مرتبه ۲۵ نیست.

۴. یک زیرگروه نرمال از مرتبه ۲۵ است.

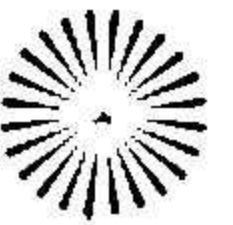
۲۰- فرض کنید G یک گروه نابديهی و $a \in G$ باشد. کدام گزینه در مورد مرکزساز a درست است؟

۱. $|C(a)| \geq 2$ ۲. $|C(a)| > 2$ ۳. $|C(a)| \neq 2$ ۴. $|C(a)| \leq 2$

سوالات تشریحی

۱- حلقه تعویض پذیر R را در نظر بگیرید. فرض کنید $0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$ دنباله دقیق کوتاه. از R -مدول ها و R -همریختی ها باشد. یک شرط لازم و کافی برای آنکه R -مدل M نوتری باشد را بیان و اثبات کنید.

۱۰۴۰ نمره



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (جبر)، ریاضی (محض)، ریاضی (هندسه)، ریاضی (محض) (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

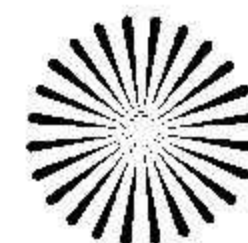
۲- فرض کنید R حلقه ای نوتری و M یک R -مدول آزاد باشد. نشان دهید M یک R -مدول نوتری است.

۳- فرض کنید گروه متناهی G تنها دارای یک p -زیر گروه سیلو مانند Q از مرتبه p^n باشد (p عددی اول). نشان دهید Q یک زیر گروه نرمال G است.

۴- فرض کنید I ایده آلی از حلقه نوتری R باشد به طوری که $I \subseteq \text{Jac}(R)$. ثابت کنید $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0$.

۵- فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۳۸۵ و A یک زیر گروه ۷-سیلوی آن باشد. نشان دهید که $A \subseteq Z(G)$ ، که در آن $Z(G)$ مرکز گروه G است.

شماره سوال	پاسخ صحيح	وصفيت گلبه
۱	ب	عمادي
۲	د	عمادي
۳	ج	عمادي
۴	د	عمادي
۵	الف	عمادي
۶	الف	عمادي
۷	ب	عمادي
۸	ج	عمادي
۹	ج	عمادي
۱۰	د	عمادي
۱۱	ب	عمادي
۱۲	ج	عمادي
۱۳	ب	عمادي
۱۴	الف	عمادي
۱۵	ج	عمادي
۱۶	د	عمادي
۱۷	ب	عمادي
۱۸	ج	عمادي
۱۹	د	عمادي
۲۰	الف	عمادي



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض) - (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۸

--

۱. سوال اول نتیجه ۱۹ فصل ۷ گام هایی در جبر تعویض پذیر
۲. بنا بر ۵۳.۶، هر مدول آزاد M با جمع مستقیم کپی های حلقه R یکرخت است. چون R نوتری است پس بنا بر مساله اول، جمع مستقیم آنها نیز نوتری است.

۳. بنا بر لم ۷.۲، $[G : N(Q)] = 1$ ، لذا $G = N(Q)$. بنابراین به ازای هر x متعلق به G ، $xQx^{-1} = Q$.

۴. نتیجه ای از لم ناکایاما فصل ۸ نتیجه ۲۵.۸.

$$385 = 5 \times 7 \times 11$$

$$1 - 7k \mid 385$$

$$(1 - 7k, 7) = 1$$

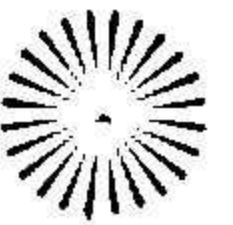
بنابراین $1 - 7k \mid 11 \times 5$ و از آنجا $k = 0$ و در نتیجه زیرگروه ۷ سیلو از گروه داده شده نرمال است.

$$\exists a \in G \quad \exists A = \langle a \rangle \quad C_a = \frac{|G|}{|N(a)|} \quad |A| = 7$$

بنابراین

نشان می دهیم که گروه داده شده تنها دارای یک مزدوج است و آن خودش است. برهان خلف: فرض کنید چنین نباشد آنگاه عضوی مانند

$a \neq b$ یافت می شود که $b \sim a$ قرار دهید: $|B| = 7$ و $B = \langle b \rangle$ تعداد ۷ سیلو زیرگروه ها از یکی بیشتر است که یک تناقض است بنابراین $|G| = |N(a)|$ از آنجا $N(a) = G$ و در نتیجه $a \in Z(G)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (جبر)، ریاضی (محض)، ریاضی (هندسه)، ریاضی (محض) (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. H یک P -زیرگروه سیلوی G است هرگاه:

۱. $|H| = p^\alpha$ ، برای $\alpha \in \mathbb{N}$.

۲. $|H| = p^\alpha$ که در آن α بزرگترین توان P در g است.

۳. $|H| = p$.

۴. $p \mid |H|$.

۲- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. فرض کنید H و H' دو P -زیرگروه سیلوی G باشند. در این صورت:

۱. به ازای هر $t \in G$ داریم $H = tH't^{-1}$.

۲. $t \in G$ وجود دارد به طوری که $H = tH't^{-1}$.

۳. H و H' هر دو زیرگروه های نرمال از G هستند.

۴. $H = H'$.

۳- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. فرض کنید H یک زیرگروه نرمال G باشد. در این صورت:

۱. H با هر P -زیرگروه سیلوی G مزدوج است.

۲. H یک P -زیرگروه سیلوی G است.

۳. H تنها P -زیرگروه سیلوی G است.

۴. اگر H ، P -زیرگروه سیلوی G باشد، آن گاه H تنها P -زیرگروه سیلوی G است.

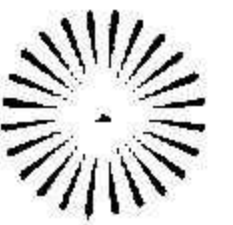
۴- فرض کنید G گروهی متناهی از مرتبه g و P عددی اولی باشد که $P \mid g$. اگر t برابر با تعداد P -زیرگروه های سیلوی G باشد آن گاه:

۱. باقیمانده تقسیم t بر P برابر است با $P-1$.

۲. باقیمانده تقسیم t بر P برابر است با ۱.

۳. باقیمانده تقسیم t بر P برابر است با ۱.

۴. t مضرب P است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۵- فرض کنید P عدد اولی باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. هر گروه متناهی که مرتبه اش مضربی از P باشد آبلی است.
۲. هر گروه متناهی که مرتبه اش مضربی از P^2 باشد آبلی است.
۳. هر گروه از مرتبه P^2 آبلی است.
۴. هر گروه آبلی از مرتبه P^2 دوری است.

۶- تعداد ۱۱- زیرگروه های سیلوی یک گروه متناهی از مرتبه ۱۴۳ برابر است با:

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۴
۴. صفر

۷- فرض کنید G گروهی با ۵۶ عضو باشد. در این صورت:

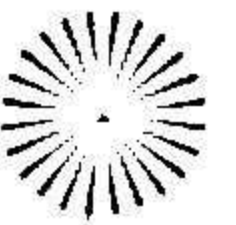
۱. G دارای ۷ زیر گروه ۸ عضوی و ۸ زیر گروه ۷ عضوی است.
۲. G دارای ۸ زیر گروه ۷ عضوی است.
۳. G دارای ۷ زیر گروه ۸ عضوی است.
۴. G حداقل دارای یک زیر گروه نرمال است.

۸- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R و I ایده آلی از R باشد. کدام یک از عبارات زیر در مورد IM صحیح است؟

۱. IM زیرمدولی از M ، متشکل از حاصل جمع های متناهی از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.
۲. IM زیرمدولی از M ، متشکل از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.
۳. IM ایده آلی از R ، متشکل از حاصل جمع های متناهی از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.
۴. IM ایده آلی از R ، متشکل از حاصل ضرب های عناصر I در عناصر M است.

۹- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R و G_1 و G_2 زیرمدول هایی از M باشند. در این صورت $Ann((G_1 + G_2)/G_1)$ برابر است با:

۱. $(0 :_R G_2)$
۲. $(0 :_R G_1)$
۳. $(G_1 :_R G_2)$
۴. $(G_2 :_R G_1)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۰- فرض کنید $L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N$ یک رشته دقیق (دنباله کامل) از R -مدول ها و R -همریختی ها باشد. در این صورت:

۱. تصویر f با هسته g برابر است.
۲. هسته f با تصویر g برابر است.
۳. f یک به یک و g پوشا است.
۴. $f \circ g = 0$.

۱۱- فرض کنید R یک حلقه جابجایی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر R -مدول، آزاد است.
۲. به ازای هر R -مدول یک R -مدول آزاد وجود دارد.
۳. هر R -مدول آزاد دارای یک پایه متناهی است.
۴. هر R -مدول دارای یک پایه است.

۱۲- کدام گزینه در مورد رتبه یک مدول آزاد صحیح است؟

۱. عدد اصلی یک پایه برای یک مدول آزاد برابر با رتبه آن است.
۲. تعداد عناصر یک پایه متناهی برای یک مدول آزاد برابر با رتبه آن است.
۳. هر مدول آزاد دارای رتبه ای متناهی است.
۴. تعداد عناصر یک مدول آزاد با تولید متناهی برابر با رتبه آن است.

۱۳- کدام گزینه در مورد $\mathcal{Q}$ به عنوان Z -مدول صحیح است؟

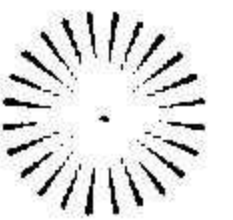
۱. نوتری است ولی آرئینی نیست.
۲. نوتری نیست ولی آرئینی است.
۳. نه نوتری است و نه آرئینی.
۴. هم نوتری است و هم آرئینی.

۱۴- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر M با تولید متناهی باشد آن گاه M نوتری است.
۲. اگر M با تولید متناهی باشد آن گاه M آرئینی است.
۳. اگر R آرئینی باشد آن گاه M آرئینی است.
۴. اگر R آرئینی و M با تولید متناهی باشد آن گاه M آرئینی است.

۱۵- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. $R/Ann(M)$ یک R -مدول باتولید متناهی است.
۲. $R/Ann(M)$ یک R -مدول آرئینی است.
۳. M دارای ساختار $R/Ann(M)$ -مدولی است.
۴. $R/Ann(M)$ یک R -مدول نوتری است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (هندسه)، ریاضی (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

۱۶- فرض کنید M یک مدول روی حلقه جابجایی R و N زیرمدولی از آن باشد. در این صورت:

۱. اگر $I(M) < \infty$ آن گاه $I(N) \leq I(M/N)$
۲. اگر $I(M) < \infty$ آن گاه $I(M/N) \leq I(M)$
۳. اگر $I(M) < \infty$ آن گاه $I(M/N) \leq I(N)$
۴. $I(M) = I(N) + I(M/N)$

۱۷- فرض کنید I ایده آلی از حلقه جابجایی R باشد. در این صورت:

۱. اگر R نوتری باشد آن گاه I شامل توانی از رادیکالش است.
۲. اگر رادیکال I با تولید متناهی باشد آن گاه I شامل رادیکالش است.
۳. اگر R نوتری باشد آن گاه I برابر با رادیکالش است.
۴. I شامل توانی از رادیکالش است.

۱۸- فرض کنید M یک مدول ناصفر روی حلقه جابجایی R و I ایده آلی از R باشد. کدام گزینه صحیح است؟

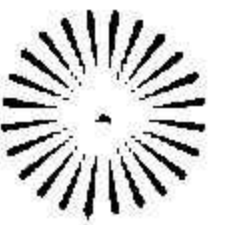
۱. اگر M با تولید متناهی و I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM \neq M$
۲. اگر M با تولید متناهی و I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM = M$
۳. اگر I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM \neq M$
۴. اگر I مشمول در رادیکال جیکسون R باشد آن گاه $IM = M$

۱۹- فرض کنید R حلقه ای جابجایی و موضعی با تنها ایده آل ماکسیمال M باشد. در این صورت:

۱. به ازای هر ایده آل سره I از R داریم $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = M$
۲. به ازای هر ایده آل سره I از R داریم $\bigcap_{n=1}^{\infty} I^n = 0$
۳. به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ $I^n = 0$
۴. به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ $M^n = 0$

۲۰- فرض کنید R حلقه ای جابجایی باشد. کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر R آرتمینی باشد آن گاه تعداد ایده آل های اول R متناهی است.
۲. اگر R نوتری باشد آن گاه تعداد ایده آل های ماکسیمال R متناهی است.
۳. اگر R نوتری باشد آن گاه تعداد ایده آل های اول R متناهی است.
۴. اگر R نوتری باشد آن گاه R آرتمینی است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ریاضی (جبر)، ریاضی (محض)، ریاضی (هندسه)، ریاضی (محض) (آنالیز) ۱۱۱۱۰۴۸

سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید P یک زیرگروه P -سیلو از یک گروه متناهی G باشد. فرض کنید H زیرگروهی از G شامل نرمال ساز P باشد. ثابت کنید $H = N_G(H)$.
نمره ۱.۴۰
- ۲- ثابت کنید هیچ گروه ساده از مرتبه ۳۰ وجود ندارد.
نمره ۱.۴۰
- ۳- فرض کنید $f: M \rightarrow L$ یک همریختی از مدولها روی حلقه جابجایی R باشد. ثابت کنید f یک تکریختی است اگر و فقط اگر به ازای هر دو R -همریختی $g, h: K \rightarrow M$ که $fg = fh$ ، داشته باشیم $g = h$.
نمره ۱.۴۰
- ۴- فرض کنید R حلقه ای تعویض پذیر و نوتری باشد. در این صورت هر R -مدول متناهی مولد نوتری است.
نمره ۱.۴۰
- ۵- (الف) لم ناکایاما را بیان و ثابت کنید.
(ب) فرض کنید R حلقه ای جابجایی و N زیرمدول سره ای از R -مدول با تولید متناهی M باشد. فرض کنید I ایده آلی از R باشد به طوری که $I \subseteq \text{Jac}(R)$. ثابت کنید $IM + N \neq M$.
نمره ۱.۴۰

شمار سوال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
۱	ب	همادی
۲	ب	همادی
۳	د	همادی
۴	ب	همادی
۵	ج	همادی
۶	الف	همادی
۷	د	همادی
۸	الف	همادی
۹	ج	همادی
۱۰	الف	همادی
۱۱	ب	همادی
۱۲	ب	همادی
۱۳	ج	همادی
۱۴	د	همادی
۱۵	ج	همادی
۱۶	ب	همادی
۱۷	الف	همادی
۱۸	الف	همادی
۱۹	ب	همادی
۲۰	الف	همادی