تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱- منحنی پارامتری $\gamma(t)=(\cos^3 t,\sin^3 t)$ در کدام معادله صدق می کند؟

۱. $x^3+y^3=1$ ۲. $x^2+y^2=1$ ۳. $x^{\frac{3}{2}}+y^{\frac{3}{2}}=1$ ۴. $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$

۲- تاب پیچ مستدیر $\gamma(t)=(a\cos t,a\sin t,bt),\ -\infty<t<\infty$ **برابر است با**

۱. $\frac{a}{a^2+b^2}$ ۲. $\frac{b}{a^2+b^2}$ ۳. $\frac{1}{a^2+b^2}$ ۴. $\frac{-1}{a^2+b^2}$

۳- خم منظم γ **در** R^3 **با انحنای همه جا ناصفر دارای تاب صفر است اگر و فقط اگر**

۱. مشمول یک دایره باشد.
۲. مشمول یک کره باشد.
۳. مشمول یک صفحه باشد.
۴. مشمول یک خط باشد.

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\dot{T}=-\kappa n$ ۲. $\dot{b}=\tau n$ ۳. $\dot{n}=-\kappa T+\tau b$ ۴. $\dot{n}=-\tau b+\kappa T$

۵- خم منظم γ **در** R^3 **با انحنای ثابت و تاب صفر ...**

۱. مشمول یک صفحه است.
۲. مشمول یک خط است.
۳. مشمول یک کره است.
۴. مشمول یک دایره است.

۶- کارت $\sigma:U\to R^3$ **را منظم نامیم هرگاه**

۱. σ_u,σ_v مخالف صفر باشند.
۲. σ_u,σ_v بر هم عمود باشند.
۳. σ_u,σ_v مستقل خطی باشند.
۴. σ_u,σ_v پیوسته باشند.

۷- کدامیک از گزینه های زیر یک رویه هموار تولید می کند؟

۱. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2-z^2=0\}$
۲. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2-1=0\}$
۳. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+xy^2-z^2=0\}$
۴. $\{(x,y,z)\,|\,yx^2+y^2-z^2=0\}$

۸- کدام گزینه یک رویه هموار نیست؟

۱. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2-z^2=0\}$
۲. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2=1\}$
۳. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2-z^2=1\}$
۴. $\{(x,y,z)\,|\,x^2-y^2-z^2=1\}$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۹- استوانه تعمیم یافته عبارت است از رویه حاصل از ..... .

۱. امتداد یک منحنی در جهت یک بردار
۲. امتداد یک منحنی بسته در جهت یک بردار
۳. امتداد یک دایره در جهت یک بردار
۴. امتداد یک خط در جهت یک بردار

۱۰- کاتنوئید از دوران کدام منحنی در صفحه xz حول محور z بدست می آید؟

۱. $z=\sinh x$
۲. $x=\sinh z$
۳. $z=\cosh x$
۴. $x=\cosh z$

۱۱- رویه $\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{q^2}-\frac{z^2}{r^2}=1$ کدام گزینه است؟

۱. بیضی گون
۲. هذلولوی وار دو پارچه
۳. هذلولوی وار یکپارچه
۴. دو مخروطی

۱۲- رویه $\frac{x^2}{p^2}-\frac{y^2}{q^2}=1$ کدام گزینه است؟

۱. استوانه سهموی
۲. استوانه هذلولوی
۳. استوانه بیضوی
۴. سهمیوار هذلولوی

۱۳- ریشه های معادله $\det(F_{II}-\kappa F_I)=0$ عبارتند از

۱. انحنای قائم و انحنای ژئودزیک
۲. انحناهای اصلی
۳. انحنای گاوسی و انحنای میانگین
۴. انحنای قائم و انحنای گاوسی

۱۴- اگر انحناهای اصلی در نقطه P واقع بر یک رویه با هم مساوی باشند آنگاه P یک نقطه

۱. نافی است.
۲. زینی است.
۳. اکسترمم است.
۴. مسطح است.

۱۵- انحناهای اصلی استوانه مستدیر قائم با کارت مختصاتی $\sigma(u,v)=(\cos v,\sin v,u)$ عبارتند از:

۱. $0,1$
۲. $0,-1$
۳. $1,1$
۴. $-1,1$

۱۶- اگر اولین و دومین صورت بنیادی کارت $\sigma(u,v)$ به ترتیب $Edu^2+2Fdudv+Gdv^2$ و $Ldu^2+2Mdudv+Ndv^2$ باشند آنگاه کدام مورد صحیح نیست؟

۱. $K=\frac{LN-M}{EG-F^2}$
۲. $H=\frac{LG-2MF+NE}{2(EG-F^2)}$
۳. κ_1,κ_2 عبارتند از $H\pm\sqrt{H^2+K}$
۴. $K=\kappa_1\kappa_2$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱۷- شبه کره رویه ای با انحنای ..... است.

۱. گاوسی ثابت مثبت ۲. کاوسی ثابت منفی ۳. قائم ثابت مثبت ۴. قائم ثابت منفی

۱۸- کدام گزینه از ویژگی های ژئودزیک γ روی رویه S نیست؟

۱. $\ddot{\gamma}$ صفر یا عمود بر رویه است. ۲. γ دارای سرعت ثابت است.

۳. $\ddot{\gamma}\times N=0$ ۴. انحنای ژئودزیکی ثابت است.

۱۹- کدامیک از منحنی های زیر در رویه دورانی $\sigma(u,v)=(f(u)\cos v, f(u)\sin v, g(v))$ همواره یک ژئودزیک است؟

۱. نصف النهارها ۲. مدارها ۳. خم های هموار ۴. خم های منظم

۲۰- همه ی دایره های عظیمه ی روی کره .... هستند.

۱. ژئودزیک ۲. همدیس ۳. ایزومتری ۴. هیچ کدام

سوالات تشریحی

۱- طول مارپیچ $\gamma(t)=(e^t\cos t, e^t\sin t)$ از نقطه γ_0 تا γ_1 را محاسبه کنید ۱،۲۰ نمره

۲- تمام منحنی های R^3 که دارای انحنای ثابت $K>0$ و تاب ثابت τ هستند را توصیف کنید. ۱،۲۰ نمره

۳- رویه S از R^3 را تعریف کرده و با ذکر دلیل یک مثال بزنید ۱،۲۰ نمره

۴- انحنای قائم دایره ی $\gamma(t)=(\cos t,\sin t,1)$ را روی سهمیگون بیضوی $\sigma(u,v)=(u,v,u^2+v^2)$ محاسبه کنید. ۱،۲۰ نمره

۵- انحنای گاوسی و میانگین رویه ی $\sigma(u,v)=(u+v,u-v,uv)$ را محاسبه کنید. ۱،۲۰ نمره

1111049 - 97-98-3

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادي	د	1
عادي	ب	2
عادي	ج	3
عادي	ج	4
عادي	د	5
عادي	ج	6
عادي	ب	7
عادي	الف	8
عادي	الف	9
عادي	د	10
عادي	ج	11
عادي	ب	12
عادي	ب	13
عادي	الف	14
عادي	الف	15
عادي	ج	16
عادي	ب	17
عادي	د	18
عادي	الف	19
عادي	الف	20

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱- خم منظم γ در R^3 با انحنای ثابت و تاب صفر ...

۱. مشمول یک صفحه است
۲. مشمول یک خط است.
۳. مشمول یک کره است.
۴. مشمول یک دایره است.

۲- هر منحنی مسطح منظم که انحنای آن یک مقدار ثابت مثبت است بخشی از ..... است.

۱. دایره ۲. خط مستقیم ۳. هذلولی ۴. بیضی

۳- شرط لازم و کافی برای اینکه منحنی $\gamma(t)$ در E^3 مشمول یک صفحه باشد کدام گزینه است؟

۱. $\dot{\gamma}(t)=0$ ۲. $\ddot{\gamma}(t)=0$ ۳. $\tau=0$ ۴. $\kappa=0$

۴- یک منحنی منظم با انحنای مثبت در R^3 که بردار مماس آن با یک بردار ثابت a زاویه ثابت θ بسازید یک ..... نامیده می شود.

۱. پیچ مستدیر ۲. پیچ عمومی ۳. پیچ ساده ۴. پیچ کامل

۵- کارت $\sigma:U\to R^3$ را منظم نامیم هرگاه

۱. σ_u,σ_v مخالف صفر باشند.
۲. σ_u,σ_v بر هم عمود باشند.
۳. σ_u,σ_v مستقل خطی باشند.
۴. σ_u,σ_v پیوسته باشند.

۶- کدامیک از گزینه های زیر یک رویه هموار تولید می کند؟

۱. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2-z^2=0\}$
۲. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2-1=0\}$
۳. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+xy^2-z^2=0\}$
۴. $\{(x,y,z)\,|\,yx^2+y^2-z^2=0\}$

۷- کدام گزینه یک رویه هموار نیست؟

۱. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2-z^2=0\}$
۲. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2+z^2=1\}$
۳. $\{(x,y,z)\,|\,x^2+y^2-z^2=1\}$
۴. $\{(x,y,z)\,|\,x^2-y^2-z^2=1\}$

۸- استوانه تعمیم یافته عبارت است از رویه حاصل از ..... .

۱. امتداد یک منحنی در جهت یک بردار
۲. امتداد یک منحنی بسته در جهت یک بردار
۳. امتداد یک دایره در جهت یک بردار
۴. امتداد یک خط در جهت یک بردار

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۹- کاتنوئید از دوران کدام منحنی در صفحه xz حول محور z بدست می آید؟

۱. $z=\sinh x$ ۲. $x=\sinh z$ ۳. $z=\cosh x$ ۴. $x=\cosh z$

۱۰- رویه $\frac{x^2}{p^2}+\frac{y^2}{q^2}-\frac{z^2}{r^2}=1$ کدام گزینه است؟

۱. بیضی گون
۲. هذلولوی وار دو پارچه
۳. هذلولوی وار یکپارچه
۴. دو مخروطی

۱۱- رویه $\frac{x^2}{p^2}-\frac{y^2}{q^2}=1$ کدام گزینه است؟

۱. استوانه سهموی ۲. استوانه هذلولوی ۳. استوانه بیضوی ۴. سهمیوار هذلولوی

۱۲- اگر N قائم یکه بر کارت σ و $L=\sigma_{uu}.N$ و $M=\sigma_{uv}.N$ و $N=\sigma_{vv}.N$ باشند در این صورت دومین صورت بنیادی σ کدام گزینه است؟

۱. $Ldv^2+2Mdudv+Ndu^2$
۲. $Ldv^2-2Mdudv+Ndu^2$
۳. $Ldu^2-2Mdudv+Ndv^2$
۴. $Ldu^2+2Mdudv+Ndv^2$

۱۳- دومین صورت بنیادی استوانه مستدیر قائم با شعاع یک توسط کارت $\sigma(u,v)=(\cos v,\sin v,u)$ کدام گزینه است؟

۱. du^2 ۲. dv^2 ۳. $dudv$ ۴. du^2+dv^2

۱۴- یک منحنی روی رویه S مجانب نامیده می شود هرگاه

۱. انحنای ژئودزیک آن صفر باشد.
۲. تا بینهایت ادامه داشته باشد.
۳. انحنای قائم آن صفر باشد.
۴. تاب آن صفر باشد.

۱۵- انحناهای اصلی استوانه مستدیر قائم توسط کارت $\sigma(u,v)=(\cos v,\sin v,u)$ کدام گزینه است؟

۱. $1,-1$ ۲. $0,-1$ ۳. $0,1$ ۴. هیچکدام

۱۶- اگر حاصضرب انحناهای اصلی یک رویه مثبت باشند آنگاه رویه یک ..... است.

۱. سهمیوار بیضوی ۲. سهمیوار هذلولوی ۳. استوانه سهموی ۴. صفحه

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)،ریاضی محض (هندسه)۱۱۱۱۳۸۴

۱۷- اگر ضرائب اولین صورت بنیادی کارت $\sigma(u,v)$ به صورت E,F,G و دومین صورت بنیادی آن L,M,N باشند، کدام گزینه مقدار انحنای گاوس را مشخص می کند؟

۱. $\frac{LN+M}{EG+F^2}$ ۲. $\frac{EG+F^2}{LN+M}$ ۳. $\frac{LN-M}{EG-F^2}$ ۴. $\frac{EG-F^2}{LN-M}$

۱۸- اگر S یک رویه فشرده باشد آنگاه نقطه P در رویه S وجود دارد به طوری که

۱. انحنای گاوسی آن منفی است.
۲. انحنای گاوسی آن مثبت است.
۳. انحنای مینیمال آن منفی است.
۴. انحنای مینیمال آن مثبت است.

۱۹- تعداد ژئودزیک های هذلولی وار یکپارچه $x^2+y^2-z^2=1$ که از نقطه $(1,0,0)$ می گذرند چند عدد می باشد؟

۱. 1 ۲. 2 ۳. 3 ۴. 4

۲۰- روی یک رویه دورانی هر ..... یک ژئودزیک است.

۱. خم منظم ۲. مدار ۳. نصف النهار ۴. خم بسته

سوالات تشریحی

۱- اجزای دستگاه فرنه شامل T,n,b,κ,τ را برای پیچ دایره ای $\gamma(t)=(a\cos t,a\sin t,bt)$ محاسبه کنید. ۱،۲۰ نمره

۲- انحنای قائم دایره ی $\gamma(t)=(\cos t,\sin t,1)$ را روی سهمیگون بیضوی $\sigma(u,v)=(u,v,u^2+v^2)$ محاسبه کنید. ۱،۲۰ نمره

۳- نشان دهید انحناهای اصلی کره در هر نقطه ای ثابت هستند. (از پارامترسازی معمولی قطبی استفاده کنید.) ۱،۲۰ نمره

۴- انحناهای گاوسی و میانگین رویه $\sigma(u,v)=(u+v,u-v,uv)$ را در نقطه $(2,0,1)$ محاسبه کنید. ۱،۲۰ نمره

۵- توضیح دهید که چرا دایره های عظیمه بر کره ژئودزیک هستند. ۱،۲۰ نمره

1111049 - 97-98-2

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادی	د	۱
عادی	الف	۲
عادی	ج	۳
عادی	ب	۴
عادی	ج	۵
عادی	ب	۶
عادی	الف	۷
عادی	الف	۸
عادی	د	۹
عادی	ج	۱۰
عادی	ب	۱۱
عادی	د	۱۲
عادی	ب	۱۳
عادی	ج	۱۴
عادی	ج	۱۵
عادی	الف	۱۶
عادی	ج	۱۷
عادی	ب	۱۸
عادی	د	۱۹
عادی	ج	۲۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)۱۱۱۱۳۸۴

۱- اگر γ یک منحنی با سرعت واحد از پارامتر s باشد، انحنای $K(s)$ آن در نقطه ی $\gamma(s)$ عبارت است از

۱. $\frac{\|\gamma'(s)\|}{\|\gamma(s)\|}$ ۲. $\frac{\|\gamma''(s)\|}{\|\gamma(s)\|}$ ۳. $\|\gamma'(s)\|$ ۴. $\|\gamma''(s)\|$

۲- کدام ماتریس A در روابط فرنه $\begin{bmatrix} \dot{T} \\ \dot{n} \\ \dot{b} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} T \\ n \\ b \end{bmatrix}$ را به درستی بیان می کند؟

۱. $\begin{bmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ \kappa & 0 & \tau \\ 0 & \tau & 0 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 0 & -\kappa & 0 \\ \kappa & 0 & -\tau \\ 0 & \tau & 0 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & -\kappa & 0 \\ \kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix}$

۳- منحنی γ در R^3 با تاب صفر بخش از ..... است.

۱. دایره ۲. صفحه ۳. کره ۴. سهمیگون

۴- معادله صفحه مماس بر کارت مختصاتی $\sigma(u,v) = (u, v, u^2 - v^2)$ در نقطه $(1,1,0)$ عبارت است از

۱. $-\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}z = 0$ ۲. $-\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}z = 0$

۳. $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + \frac{1}{3}z = 0$ ۴. $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y - \frac{1}{3}z = 0$

۵- رویه درجه دوم $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} - z = 0$ یک ..... است.

۱. سهمی وار بیضوی ۲. سهمی وار هذلولوی

۳. هذلولی وار یک پارچه ۴. هذلولی وار دو پارچه

۶- اولین صورت بنیادی کارت مختصاتی $\sigma(u,v) = (u, v, uv)$ کدام است؟

۱. $(1+u^2)du^2 + 2uv\, dudv + (1+v^2)dv^2$ ۲. $(1+v^2)du^2 + 2uv\, dudv + (1+u^2)dv^2$

۳. $\sqrt{(1+u^2)}du^2 + 2uv\, dudv + \sqrt{(1+v^2)}dv^2$ ۴. $\sqrt{(1+v^2)}du^2 + 2uv\, dudv + \sqrt{(1+u^2)}dv^2$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)۱۱۱۱۳۸۴

۷- اگر $\gamma(t)$ یک خم با سرعت واحد در کارت مختصاتی σ با قائم استاندارد N باشد و داشته باشیم $\ddot{\gamma} = AN + BN \times \dot{\gamma}$ در این صورت A و B به ترتیب کدامند؟

۱. انحنای قائم و انحنای اصلی
۲. انحنای اصلی و انحنای قائم
۳. انحنای قائم و انحنای ژئودزیک
۴. انحنای زئودزیک و انحنای قائم

۸- انحنای منحنی $\gamma(t) = (\cos t, \sin t, t)$ کدام است؟.

۱. 1
۲. -1
۳. $\frac{1}{2}$
۴. $-\frac{1}{2}$

۹- انحناهای اصلی استوانه مستدیر قائم با کارت مختصاتی $\sigma(u,v) = (\cos v, \sin v, u)$ عبارتند از:

۱. $0,1$
۲. $0,-1$
۳. $1,1$
۴. $-1,1$

۱۰- اگر در نقطه P واقع بر یک رویه درجه دوم با انحناهای اصلی K_1 و K_2 داشته باشیم $K_1K_2 > 0$ آنگاه رویه در اطراف نقطه P یک

۱. سهمی وار هذلولی گون است.
۲. استوانه ی سهمی گون است.
۳. سهمی وار بیضوی است.
۴. صفحه تخت است.

۱۱- اگر اولین و دومین صورت بنیادی کارت $\sigma(u,v)$ به ترتیب $Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$ و $Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ باشند آنگاه کدام مورد صحیح نیست؟

۱. $K = \frac{LN - M}{EG - F^2}$
۲. $H = \frac{LG - 2MF + NE}{2(EG - F^2)}$
۳. κ_1, κ_2 عبارتند از $H \pm \sqrt{H^2 + K}$
۴. $K = \kappa_1\kappa_2$

۱۲- فرض کنید γ یک منحنی مسطح با سرعت واحد باشد، در این صورت

۱. $\dot{n}_s = -\kappa_s T$
۲. $\dot{n}_s = \kappa_s T$
۳. $\dot{n}_s = -\kappa_s$
۴. $\dot{n}_s = \kappa_s$

۱۳- شبه کره رویه ای با انحنای ..... است.

۱. گاوسی ثابت مثبت
۲. کاوسی ثابت منفی
۳. قائم ثابت مثبت
۴. قائم ثابت منفی

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)۱۱۱۱۳۸۴

۱۴- ریشه های معادله $\det(F_{II} - \kappa F_I) = 0$ عبارتند از

۱. انحنای قائم و انحنای ژئودزیک
۲. انحناهای اصلی
۳. انحنای گاوسی و انحنای میانگین
۴. انحنای قائم و انحنای گاوسی

۱۵- اگر انحناهای اصلی در نقطه P واقع بر یک رویه با هم مساوی باشند آنگاه P یک نقطه

۱. نافی است.
۲. زینی است.
۳. اکسترمم است.
۴. مسطح است.

۱۶- تعداد معادلات ژئودزیک منحنی $\gamma(t) = \sigma(u(t), v(t))$ کدام است

۱. 1
۲. 2
۳. 3
۴. 4

۱۷- قضیه برجسته گاوس بیان می کند که

۱. انحنای گاوسی توسط ایزومتری ها حفظ می شود.
۲. ژئودزیک ها توسط ایزومتری ها حفظ می شوند.
۳. انحنای گاوسی برابر حاصلضرب انحناهای اصلی است.
۴. انحنای گاوسی کره واحد برابر یک است.

۱۸- هر رویه فشرده با انحنای گاوسی ثابت یک ..... است.

۱. هذلولی گون
۲. بیضی گون
۳. کره
۴. صفحه

۱۹- هر نقطه از یک رویه با انحنای گاوسی ثابت مشمول کارتی است که با قسمتی از یک.....

۱. صفحه ایزومتر است.
۲. کره ایزومتر است.
۳. شبه کره ایزومتر است.
۴. مورد (الف)، (ب) یا (ج) ایزومتر است.

۲۰- کدام گزینه در مورد ژئودزیک ها صحیح نیست؟

۱. دارای سرعت ثابت هستند.
۲. هر مقطع عمود از یک روی یک ژئودزیک است.
۳. دایره های عظیمه روی کره ژئودزیک هستند.
۴. دارای انحنای ژئودزیکی ثابت هستند.

سوالات تشریحی

۱- معادلات فرنه را بیان نموده و آنها را ثابت کنید. ۱،۲۰ نمره

۲- نشان دهید کاتنوئید $\sigma(u,v) = (\cosh u \cos v, \cosh u \sin v, u)$ یک رویه مینیمال است. ۱،۲۰ نمره

۳- ثابت کنید هر ژئودزیک دارای سرعت ثابت است. ۱،۲۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (هندسه)،ریاضی محض گرایش هندسه (توپولوژی)۱۱۱۱۳۸۴

۴- پیچ مستدیر $\gamma(\theta)=(a\cos\theta,a\sin\theta,b\theta),\quad -\infty<\theta<\infty$ را در نظر بگیرید که در آن a و b مقادیر ثابت حقیقی هستند. انحنای آن را بدست آورید. ۱،۲۰ نمره

۵- انحنای گاوسی و میانگین رویه ی $\sigma(u,v)=(u+v,u-v,uv)$ را محاسبه کنید. ۱،۲۰ نمره

1111049 - 96-97-2

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادی	د	۱
عادی	ج	۲
عادی	ب	۳
عادی	الف	۴
عادی	ب	۵
عادی	ب	۶
عادی	ج	۷
عادی	د	۸
عادی	الف	۹
عادی	ج	۱۰
عادی	ج	۱۱
عادی	الف	۱۲
عادی	ب	۱۳
عادی	ب	۱۴
عادی	الف	۱۵
عادی	ب	۱۶
عادی	الف	۱۷
عادی	ج	۱۸
عادی	د	۱۹
عادی	د	۲۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)،ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- وقتی $f = \sin g,\ g = e^h,\ h = x^2 + y^2 + z^2$ در اینصورت $\frac{\delta f}{\delta x}$ را بر حسب x, y, z کدام است؟

۱. $2x\cos(e^{x^2+y^2+z^2})$

۲. $2xe^{x^2+y^2+z^2}\cos(e^{x^2+y^2+z^2})$

۳. $e^{(x^2+y^2+z^2)}\cos(e^{(x^2+y^2+z^2)})$

۴. $2xe^{(x^2+y^2+z^2)}sin(e^{(x^2+y^2+z^2)})$

۲- فرض کنید $f = e^{xyz}$ باشد. هرگاه $p = (1,1,-1)$ و $v = (2,1,1)$ آنگاه مقدار $v_p[f]$ کدام است؟

۱. $2e^{-1}$ ۲. $-2e^{-1}$ ۳. e^{-1} ۴. $-e^{-1}$

۳- فرض کنید α خمی در E^3 و f تابع دیفرانسیل پذیر روی E^3 باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial f(t)}{\partial x^i}\frac{d\alpha_i(t)}{dt}$

۲. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial f(t)}{\partial x^i}\alpha(t)$

۳. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i-1}^{3} \frac{\partial f(\alpha(t))}{\partial x^i}\frac{d\alpha_i(t)}{dt}$

۴. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i-1}^{3} \frac{\partial f(\alpha(t))}{\partial x^i}\alpha'(t)$

۴- اگر $\phi = zdx + (x^۲ + y^۳)dy$ و $\varphi = \sin zdx + \cos xyzdz$ دو 1-فرمی باشند، حاصل $\varphi \wedge \phi + d^۲\phi$ کدام است؟

۱. $-(x^۲ + y^۲)\sin zdx \wedge dy - (x^۲ + y^۲)\cos xyzdy \wedge dz + z\cos xyzdx \wedge dz$

۲. $(x^۲ + y^۲)\sin zdx \wedge dy - (x^۲ + y^۲)\cos xyzdy \wedge dz + z\cos xyzdx \wedge dz$

۳. $-(x^۲ + y^۲)\sin zdx \wedge dy + (x^۲ + y^۲)\cos xyzdy \wedge dz - z\cos xyzdx \wedge dz$

۴. $(x^۲ + y^۲)\sin zdy \wedge dx - (x^۲ + y^۲)\cos xyzdz \wedge dy + z\cos xyzdx \wedge dz$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)،ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۵- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. اگر میدان برداری Y دارای طول ثابت باشدآن گاه Y ، Y' در هر نقطه از خم α بر هم عمودند.

۲. میدان برداری Y روی خم α موازی است اگر توابع مختصاتی اقلیدسی آن مضربی از یکدیگر باشند.

۳. میدان برداری شتاب در لحظه بر خم α مماس است.

۴. شرط لازم و کافی برای آن که خم غیر ثابت α خط راست باشد آن است که $\alpha' = 0$ باشد.

۶- کدامیک از موارد زیر برای خم با تندی واحد $\beta : I \to E^3$ صحیح می باشد؟

۱. $T' = -\kappa N$ ۲. $B' = \tau B$ ۳. $N' = -\kappa T + \tau B$ ۴. $B = N \times T$

۷- اگر $A = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ انگاه $\omega = dA^{'} A$ برابر است با

۱. $\begin{pmatrix} 0 & d\theta & 0 \\ -d\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ۲. $\begin{pmatrix} 0 & -d\theta & 0 \\ d\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

۳. $\begin{pmatrix} 0 & d\theta & 0 \\ d\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 0 & -d\theta & 0 \\ -d\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

۸- اگر $\alpha(t) = (3t, 3t^2, 3)$ انگاه تاب ان را بدست اورید .

۱. 3 ۲. 6 ۳. 0 ۴. -3

۹- اگر F یک ایزومتری E^3 باشد کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. $d(F(p), F(q)) = d(p, q)$

۲. $F = CT$ که T یک انتقال و C تبدیلی متعامد است.

۳. $F(p).F(q) = p.q$

۴. $\|F(p) - F(q)\| = \|p - q\|$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)،ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۰- اگر T یک تبدیل انتقال از E^3 به E^3 باشد آنگاه

۱. T یک تبدیل متعامد است.

۲. T ایزومتری نیست.

۳. به ازای هر برداری مماس v، $T_*(v)$ با v موازی است.

۴. اگر p و q دو نقطه از E^3 باشند به طوری که $T(p)=q$ آنگاه T منحصر به فرد نیست.

۱۱- اگر بردار سرعت دو خم $\beta : I \to E^3$ و α در هر لحظه موازی باشند و برای یک مقدار $S_\circ$ داشته باشیم $\alpha(S_\circ) = \beta(S_\circ)$ آنگاه ...

۱. α موازی β است.

۲. α مساوی β است.

۳. خمی مانند γ وجود دارد به طوریکه $\alpha = \beta o \gamma$

۴. α تصویر β تحت یک ایزومتری در E^3 است.

۱۲- فرض کنید $M : x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ و $p = (0,0,0) \in M$ ، در این صورت کدام صفحه زیر عضو $T_p(M)$ می باشد؟

۱. $z = 1$ ۲. $x = 0$ ۳. $z = 2$ ۴. $z = 0$

۱۳- کدامیک از سطوح زیر یک رویه در فضا نیست؟

۱. مخروط دورانی ۲. مارپیچگون ۳. سهمیگون بیضوی ۴. هذلولیوار

۱۴- فرض کنید $F : M \to N$ یک نگاشت و $x : D \to M$ نمایش پارامتری M و y نگاشت مرکب $F(x) : D \to M$ باشد. آنگاه:

۱. $F_*(y_u) = x_u, F_*(y_v) = x_v$ ۲. $F_*(x_u) = y_u, F_*(x_v) = y_v$

۳. $F(x_u) = y_u, F(x_v) = y_v$ ۴. $F(y_u) = x_u, F(y_v) = x_v$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)،ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۵- فرض کنید Σ کره ای به شعاع r بوده و K_1 و K_2 انحنا های اصلی Σ با شند. کدام گزینه درست است؟

۱. $K_1 = K_2 = -1/r$ ۲. $K_1 = K_2 = 1/r$ ۳. $K_1 = K_2 = -1/r^2$ ۴. $K_1 = K_2 = 1/r^2$

۱۶- کدامیک از تعاریف درست است؟

۱. خم منظم α در $M \subset E^3$ را خم اصلی (خم خمیدگی) نامیده می شود هر گاه سرعت آن، α' همواره در امتداد اصلی باشد

۲. خم منظم α در $M \subset E^3$ را خم مجانبی نامیده می شود هر گاه سرعت آن، α' همواره یک امتداد مجانبی را نشان دهد.

۳. خم α در $M \subset E^3$ را ژئودزیک M نامیده می شود هر گاه سرعت آن، α'' همواره بر M قائم باشد

۴. هر سه مورد

۱۷- رویه ی M در E^3 را ..... می نامیم اگر خمیدگی گاوسی آن صفر باشد و ..... می نامیم اگر خمیدگی متوسط آن صفر باشد.

۱. هموار – مینیمال ۲. مینیمال – هموار ۳. هموار – ماکسیمال ۴. ماکسیمال – هموار

۱۸- اگر $M \subset E^3$ کلا نافی باشد آنگاه

۱. خمیدگی گاوسی ثابت است و $K \geq 0$ ۲. خمیدگی گاوسی ثابت است و $K < 0$

۳. خمیدگی متوسط ثابت است و $H \geq 0$ ۴. خمیدگی متوسط ثابت است و $H < 0$

۱۹- فرض کنید θ_1 و θ_2 1-فرمی های دوگان E_1 و E_2 روی M باشند، در این صورت کدام مورد صحیح است؟

۱. $d\omega_{12} = K\theta_1 \wedge \theta_2$ ۲. $d\omega_{12} = -K\theta_1 \wedge \theta_2$

۳. $\omega_{13} \wedge \omega_{23} = -K\theta_1 \wedge \theta_2$ ۴. $\omega_{13} \wedge \omega_{23} = 0$

۲۰- یک شرط لازم و کافی برای آنکه تمامی نقاط یک رویه نافی باشد چیست؟

۱. رویه فشرده باشد. ۲. رویه بخشی از یک صفحه یا یک کره باشد.

۳. رویه یک کره کامل باشد. ۴. خمیدگی گاوسی رویه مثبت باشد.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)،ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

سوالات تشریحی

۱- خم α در E^n و نگاشت $F:E^n \to E^m$, $\beta = F(\alpha)$ نگاره خم α در E^n در نظر بگیرید.ثابت کنید. $\beta' = F_*(\alpha')$

۲- اجزای دستگاه فرنه خم زیر را بدست آورید: $\alpha(t) = (3t - t^3, 3t^2, 3t + t^3)$

۳- ثابت کنید اگر F یک ایزومتری از E^3 باشد، در این صورت یک انتقال منحصر بفرد T و یک تبدیل متعامد C وجود دارد بطوری که $F = TC$.

۴- اگر f تابعی با مقدار حقیقی (دیفرانسیل پذیر) روی M باشد، آنگاه ثابت کنید $d(df) = 0$

۵- ثابت کنید:

الف) $K = k_1 k_2$

ب) $H = (k_1 + k_2)/2$

1111049 - 95-96-1

رقم السؤال	الجواب الصحيح	وضعية الكلب
1	ب	عادي
2	ب	عادي
3	ج	عادي
4	د	عادي
5	ألف	عادي
6	ج	عادي
7	ألف	عادي
8	ج	عادي
9	ب	عادي
10	ج	عادي
11	ب	عادي
12	د	عادي
13	ألف	عادي
14	ب	عادي
15	ألف	عادي
16	د	عادي
17	ألف	عادي
18	ألف	عادي
19	ب	عادي
20	ب	عادي

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : یک ۱

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- کدامیک از میدان های برداری برابر میدان برداری $V(p)=(p_1,p_3-p_1,0)_p$ است؟

۱. $p_1U_1(p)+(p_3-p_1)U_3(p)$
۲. $p_1U_1(p)+(p_3-p_1)U_2(p)$
۳. $p_1U_1(p)+(p_1-p_3)U_3(p)$
۴. $p_1U_1(p)+(p_1-p_3)U_2(p)$

۲- کدام گزینه در مورد بردارهای $V_1=U_1-xU_3$ و $V_2=U_2$ و $V_3=xU_1+U_3$ صحیح نیست؟

۱. دو به دو بر هم عمودند.
۲. در هر نقطه مستقل خطی هستند.
۳. در بعضی نقاط مستقل خطی هستند.
۴. تشکیل یک پایه برای E^3 می دهند.

۳- اگر $V=y^2U_1-xU_3$ و $f=z^3$ در این صورت $V[f]$ برابر است با

۱. y^2z^3
۲. $-xz^3$
۳. $-3xz^2$
۴. $-3xy^2$

۴- کدام گزینه با فرم دیفرانسیل $dxdydxdz$ برابر نیست؟

۱. $-dxdydzdx$
۲. ۰
۳. $dxdydzdx$
۴. $-dxdxdydz$

۵- اگر f و g دو تابع و φ و ψ یک فرم باشند، کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. $d(f\ dg)=dg\wedge df$
۲. $d(df)=0$
۳. $d(fg)=df\ g+f\ dg$
۴. $d(\varphi\wedge\psi)=d\varphi\wedge\psi-\varphi\wedge d\psi$

۶- اگر $F=(x\cos y,x\sin y,z)$ نگاشتی از E^3 به E^3 باشد، در این صورت به ازای $p=(0,0,0)$ و $v=(2,-1,3)$، $F_*(v_p)$ برابر است با:

۱. $(0,2,3)_{(0,0,0)}$
۲. $(0,2,3)_{(2,-1,3)}$
۳. $(2,0,3)_{(0,0,0)}$
۴. $(2,0,3)_{(2,-1,3)}$

۷- کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. $v\times w=-w\times v$
۲. $\|v\times w\|^2=(v\ v)(w\ w)+(v\ w)^2$
۳. $v\times w$ بر v عمود است.
۴. $v\times v=0$

۸- تندی خم $\alpha(t)=(2t,t^2,\frac{t^3}{3})$ در $t=1$ برابر است با:

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۴

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۹- اگر $A = \tau T + \kappa B$ کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. $T' = A \times T$
۲. $B = T \times N$
۳. $B' = A \times B$
۴. $N = T \times B$

۱۰- کدامیک از موارد زیر یک خم منظم است؟

۱. $\alpha(t) = (\cos t, t^2, t^3)$
۲. $\alpha(t) = (\sin t, t^2, t^3)$
۳. $\alpha(t) = (\sin t^2, t^2, t^3)$
۴. $\alpha(t) = (\cos t^2, t^2, t^3)$

۱۱- اگر $V = (y - x)U_1 + xyU_3$ و $W = x^2 U_1 + yzU_3$ میدان های برداری باشند میدان برداری $\nabla_V W$ عبارت است از

۱. $x(y - x)U_1 + xy^2 U_3$
۲. $2x(y - x)U_1 + xy^2 U_3$
۳. $2x(y - x)U_1 + xyU_3$
۴. $x(y - x)U_1 + xyU_3$

۱۲- اگر A ماتریس ایستاری میدان سه وجهی $\{E_1, E_2, E_3\}$ باشد کدام گزینه در مورد فرمهای همبندی صحیح نمی باشد؟

۱. با استفاده از ماتریس A قابل محاسبه هستند.
۲. از ضرب دیفرانسیل A در A بدست می آیند.
۳. از ضرب دیفرانسیل A در ترانهادی A بدست می آیند.
۴. از ضرب ترانهادی دیفرانسیل A در A بدست می آیند.

۱۳- کدام گزینه در مورد ایزمتری ها صحیح نمی باشد؟

۱. هر ایزومتری حاصلضرب یک دوران در یک انتقال است.
۲. اگر $F : E^3 \to E^3$ یک ایزومتری باشد آنگاه $\forall p, q \in E^3,\ d(F(p), F(q)) = d(p, q)$
۳. اگر $C : E^3 \to E^3$ یک تبدیل متعامد باشد آنگاه C یک ایزومتری است.
۴. حاصلضرب یک دوران در یک انتقال یک ایزومتری است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۴- اگر T یک تبدیل انتقال از E^3 به E^3 باشد آنگاه

۱. T یک تبدیل متعامد است.

۲. T ایزومتری نیست.

۳. به ازای هر برداری مماس v، $T_*(v)$ با v موازی است.

۴. اگر p و q دو نقطه از E^3 باشند به طوری که $T(p)=q$ آنگاه T منحصر به فرد نیست.

۱۵- کدامیک از معادلات زیر مشخص کننده یک رویه در E^3 می باشد؟

۱. $xyz=0$ ۲. $x^2+y^2-z=0$ ۳. $x^2+y^2-z^2=0$ ۴. $x^2-y^2+z^2=0$

۱۶- اگر $\alpha(t)=(g(t),h(t),0)$ یک خم در نیم صفحه فوقانی صفحه xy باشد کدام گزینه نمایش پارامتری روی حاصل از دوران این خم حول محور x ها می باشد؟

۱. $x(u,v)=(g(u),h(u),v)$ ۲. $x(u,v)=(g(u)\cos v, g(u)\sin v, h(u))$

۳. $x(u,v)=(g(u),h(u)\cos v, h(u)\sin v)$ ۴. $x(u,v)=(g(u),h(v)\cos v, h(v)\sin v)$

۱۷- اگر Σ کره ای به شعاع r باشد آنگاه عملگر شکلی آن برابر است با

۱. $S(v)=rv$ ۲. $S(v)=-rv$ ۳. $S(v)=\frac{v}{r}$ ۴. $S(v)=-\frac{v}{r}$

۱۸- کدامیک از گزینه های زیر صحیح نمی باشد؟

۱. اگر $M\subset E^3$ کلا نافی باشد آنگاه خمیدگی گاوسی ثابت دارد و $K\geq 0$.

۲. اگر $M\subset E^3$ کلا نافی باشد و $K>0$ آنگاه M بخشی از کره ای به شعاع $\frac{1}{K}$ است.

۳. یک رویه کلا نافی فشرده یک کره درست است.

۴. در E^3 هیچ رویه فشرده ای با $K\leq 0$ وجود ندارد.

۱۹- اگر $K(p)<0$ آنگاه تقریب درجه دوم M در مجاورت p کدامیک از موارد زیر است (K خمیدگی گاوسی است)؟

۱. استوانه ۲. هذلولیگون ۳. سهمیوار ۴. صفحه

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۲۰- منظور از یک میدان سه وجهی برازنده عبارت است از

۱. میدان سه وجهی که به یک رویه تحدید شده باشد.

۲. میدان سه وجهی که E_3 همواره بر رویه عمود باشد.

۳. میدان سه وجهی که E_3 همواره مخالف صفر باشد.

۴. میدان سه وجهی که E_3 همواره بر E_1 و E_2 عمود باشد.

سوالات تشریحی

۱- نگاشت $F=(x\cos y, x\sin y, z)$ از E^3 به E^3 را در نظر بگیرید. ۱.۴۰ نمره

الف) اگر $p=(2,\frac{\pi}{2},\pi)$ و $v=(2,-1,3)$ آنگاه $F_*(v_p)$ را محاسبه کنید.

ب) بررسی کنید که آیا نگاشت F منظم است یا خیر؟

۲- اگر $A=(a_{ij})$ ماتریس ایستاری و $\omega=(\omega_{ij})$ ماتریس فرمهای همبندی میدان سه وجهی E_1 و E_2 و E_3 باشد ثابت کنید $\omega=dA\ {}^tA$. ۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید ماتریس $A=\begin{pmatrix}\cos^2 x & \cos x\sin x & \sin x\\ \sin x\cos x & \sin^2 x & -\cos x\\ -\sin x & \cos x & 0\end{pmatrix}$ ماتریس ایستاری یک میدان سه وجهی است و فرمهای همبندی آن را محاسبه کنید. ۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید اگر F یک ایزومتری با بخش متعامد C باشد آنگاه به ازای هر برداری مماس v_p داریم $F_*(v_p)=(Cv)_{F(p)}$. ۱.۴۰ نمره

۵- با استفاده از قطعه مختصاتی $x(u,v)=(u,v,uv)$ رویه $M: z=xy$ ، خمیدگی های گاوسی و مینیمال را محاسبه کنید. (راهنمایی: از روابط $l=U.X_{uu}$ ، $m=U.X_{uv}$ ، $n=U.X_{vv}$ ، $E=X_u.X_u$ ، $F=X_u.X_v$ ، $G=X_v.X_v$ ، $H(x)=\frac{Gl+En-2Fm}{2(EG-F^2)}$ و $K(x)=\frac{l\,n-m^2}{EG-F^2}$ استفاده کنید.) ۱.۴۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

سوالات تشریحی

۱- تمرین ۵ و ۶ صفحه ۴۸- این نگاشت منظم نیست زیرا به ازای $x = 0$ داریم $\det(F_*) = 0$.

۲- قضیه ۷-۳ صفحه ۱۰۳

۳- باید نشان داد A متعامد است و سپس از رابطه $\omega = dA\ {}^tA$ فرمهای هبمندی را محاسبه نمود.

۴- قضیه ۲-۱ صفحه ۱۱۹

۵- صفحه ۲۴۲

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- تابع حقیقی مقدار f را روی E^3 از طبقه C^∞ می نامیم اگر ... :

۱. f بر E^3 پیوسته و مشتق‌پذیر باشد.

۲. مشتقات جزئی f از همه مرتبه‌ها موجود و پیوسته باشد.

۳. مشتقات جزئی f از همه مرتبه‌ها موجود باشد

۴. مشتقات جزئی مرتبه اول تابع موجود و پیوسته باشد

۲- شرط لازم و کافی برای آنکه دو بردار مماس V_p و V_q با هم برابر باشند آن است که :

۱. قسمت برداری آنها با هم برابر باشد.

۲. نقطهٔ اثر آنها متفاوت و قسمت‌های برداری آنها مساوی باشد

۳. نقطهٔ اثر آنها مساوی و قسمت‌های برداری آنها نیز مساوی باشد.

۴. هر سه

۳- اگر $f = x^2yz$ و $p(1,1,0)$ و $v = (1, 0, -3)$ باشند آنگاه $V_P[f]$ برابر است با ... :

۱. ۳- ۲. ۳ ۳. صفر ۴. ۱

۴- اگر $V = xU_1 - y^2U_3$ و $f = x^2y + z^3$ آنگاه حاصل $V[f]$ برابر است

۱. $2x^2y + xz^3 - y^2z^3$ ۲. $2x^2y - 3y^2z^2$

۳. $3xz^2 - 2xy^3 - 3y^2z^2$ ۴. $2x^2y - x^2y^2 - 3y^2z^2$

۵- تابع طول قوس خم $\alpha(A) = (\cosh t\ ,\ Sinh\ t\ ,\ t)$ کدام است؟

۱. $s(t) = \sinh t$ ۲. $s(t) = \cosh t$ ۳. $s(t) = \sqrt{2}\sinh t$ ۴. $s(t) = \sqrt{2}\cosh t$

۶- اگر $\beta : I \to E^3$ خم با تندی واحد و خمیدگی $\kappa > 0$ و تاب τ باشد آنگاه کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

۱. $T' = \kappa N$ ۲. $N' = \kappa T - \tau B$ ۳. $B' = -\tau N$ ۴. $N' = -\kappa T + \tau B$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۷- شرط لازم و کافی برای آنکه خم β با تندی واحد در E^3 با $\kappa>0$ مسطح باشد آن است که ...

۱. $\tau=0$
۲. $\tau>0$
۳. $\tau<0$
۴. $\tau\neq0$

۸- خم منظم α در E^3 هنگامی یک مارپیچ استوانه‌ای است هرگاه

۱. $\kappa>0$ ثابت باشد.
۲. $\kappa>0$ ثابت و $\tau\neq0$ ثابت باشد.
۳. $\frac{\tau}{\kappa}$ ثابت باشد.
۴. $\tau=0$ باشد.

۹- اگر W یک میدان برداری با طول ثابت $\|W\|$ باشد آنگاه به ازای هر میدان برداری V ، مشتق کوواریان $\nabla_V W$ ...

۱. همواره با W موازی است.
۲. همواره با W مساوی است
۳. همواره بر W عمود است.
۴. همواره بر خلاف جهت W است.

۱۰- تصویر مارپیچ $\beta(s)=(\cos\frac{s}{c}, Sin\frac{s}{c}, \frac{s}{c})$ تحت ایزومتری $R(x,y,z)=(x,y,-z)$ عبارتست از:

۱. $(\cos\frac{s}{c}, -Sin\frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$
۲. $(\cos\frac{c}{s}, Sin\frac{c}{s}, \frac{c}{s})$
۳. $(\cos\frac{s}{c}, Sin\frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$
۴. $(\cos\frac{c}{s}, -Sin\frac{c}{s}, -\frac{c}{s})$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۵۰ **تشریحی :** ۷۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۱- اگر بردار سرعت دو خم $\beta : I \to E^3$ و α در هر لحظه موازی باشند و برای یک مقدار S_0 داشته باشیم $\alpha(S_0) = \beta(S_0)$ آنگاه ...

۱. α موازی β است.

۲. α مساوی β است.

۳. خمی مانند γ وجود دارد به طوریکه $\alpha = \beta o \gamma$

۴. α تصویر β تحت یک ایزومتری در E^3 است.

۱۲- **با کدام ایزومتری دو خم** $\alpha, \beta : R \to E^3$ **و** $\alpha(s) = (\cos\frac{s}{c}, \sin\frac{s}{c}, \frac{s}{c})$ **و** $\beta(s) = (\cos\frac{s}{c}, \sin\frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$ **با تندی ثابت قابل انطباقند؟**

۱. انتقال ۲. دوران ۳. تقارن ۴. همه موارد

۱۳- خم $\beta(t) = (t + \sqrt{3}\sin t\ , 2\cos t, \sqrt{3}t - \sin t)$ **چه نام دارد؟**

۱. مارپیچ ۲. دایره ۳. سهمی ۴. استوانه

۱۴- **اگر** g **تابع دیفرانسیل پذیر با مقدار حقیقی روی** E^3 **باشد و** c **یک عدد حقیقی باشد زیر مجموعهٔ** $M : g(x, y, z) = c$ **از** E^3 **زمانی یک رویه است که**

۱. در همه نقاط M ، df مخالف صفر باشد.

۲. در همه نقاط M ، df صفر باشد.

۳. در همه نقاط M ، f پیوسته باشد

۴. درهمه نقاط M ، f ناصفر باشد.

۱۵- **کدامیک از زیر مجموعه‌های** M **از** E^3 **که در زیر آورده شده است یک رویه است**

۱. مخروط $M : z^2 = x^2 + y^2$

۲. قرص بستهٔ $M : x^2 + y^2 \le 1\ ,\ z = 0$

۳. صفحه تا شده $M : xy = 0 \quad x \ge 0\ ,\ y \ge 0$

۴. سهمیوار دوّار $M : z = x^2 + y^2$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۶- فرض کنید φ یک سه فرمی باشد در اینصورت $d\varphi$ برابر است با

۱. یک چهار فرمی
۲. صفر
۳. یک دو فرمی
۴. یک سه فرمی

۱۷- عملگر شکلی صفحهٔ p در E^3 برابر است با

۱. $\frac{1}{r}$
۲. $\frac{-1}{r}$
۳. صفر
۴. $bu_1 + au_2$

۱۸- اگر p نقطه‌ای از رویه همبند $M \subseteq E^3$ باشد در چه صورت در نقطهٔ p امتداد مجانبی وجود ندارد؟

۱. $k(p) = 0$
۲. $k(p) < 0$
۳. $k(p) > 0$
۴. $k(p) \neq 0$

۱۹- خمیدگی متوسط رویه $M \subseteq E^3$ عبارتست از ....

۱. $H = \frac{trace\ S}{2}$
۲. $k_1 k_2$
۳. $\frac{k_1}{k_2}$
۴. $c(k_1 + k_2)$ که در آن c عددی ثابت است

۲۰- تصویر خم $\alpha(t) = (r\ \cos t\ ,\ r \sin t)$ که $0 \leq t \leq 2\pi$ تحت نگاشت $f(u,v) = (u^2 - v^2, 2uv)$ برابر است با :

۱. $(r^2 \cos t\ ,\ r^2 Sin\ t)$
۲. $(r \cos 2t\ ,\ r\ Sin\ 2t)$
۳. $(r^2 Sin\ t\ ,\ r^2 \cos t)$
۴. $(r^2 \cos 2t\ ,\ r^2 Sin\ 2t)$

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر $v_p = (v_1, v_2, v_3)$ یک بردار مماس بر E^3 باشد آنگاه: $v_p[f] = \sum v_i \partial f / \partial x_i(p)$ ۱.۴۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۲- برای مارپیچ $\beta(s)=(a\cos\frac{s}{c},a\sin\frac{s}{c},\frac{bs}{c})$ با تندی واحد که در آن $c=\sqrt{a^2+b^2}$ و $a>0$ است مطلوبست: ۱،۴۰ نمره

الف) محاسبه توابع خمیدگی و تاب ب) محاسبه سه وجهی فرنه T ، N و B

۳- قضیه زیر را اثبات کنید. ۱،۴۰ نمره

به ازای هر دو سه وجهی بر E^3 مثل $\{e_1,e_2,e_3\}$ در نقطه p و $\{f_1,f_2,f_3\}$ در نقطه q ، یک ایزومتری یکتای F از E^3 وجود دارد به طوری که $F_*(e_i)=f_i$ به ازای $1\le i\le 3$.

۴- خمیدگی‌های گاوسی و متوسط هلیکلوئید H که نگاره نگاشت $X:E^2\to E^3$ که ۱،۴۰ نمره

$$X(u,v)=(u\cos v,u\sin v,bv)$$

در آن $b\neq 0$ است را محاسبه کنید.

۵- ثابت کنید اگر عملگر شکلی متحد با صفر شود آنگاه M بخشی از یک صفحه در E^3 است. ۱،۴۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : یک ۱

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- بردار مماس v_p به طوری که $p=(1,0,-1)$ و $v=(2,-1,1)$ را در نظر بگیرید. اگر $f(x,y,z)=e^x\cos y$ در این صورت $v_p[f]$ برابر است با

۱. $2e$ ۲. $-2e$ ۳. e ۴. $-e$

۲- بردار مماس v_p به طوری که $p=(0,-2,1)$ و $v=(1,2,0)$ را در نظر بگیرید. اگر $\phi=zdy-xdz$ در این صورت $\phi(v_p)$ برابر است با

۱. 1 ۲. -1 ۳. 2 ۴. -2

۳- اگر $\phi=dy+zdx$ و $\psi=\sin zdx+\cos zdz$ در این صورت $\phi\wedge\psi$ برابر است با

۱. $\sin zdxdy+\cos zdydz+z\cos zdxdz$ ۲. $\sin zdxdy-\cos zdydz-z\cos zdxdz$

۳. $\sin zdxdy+\cos zdydz-z\cos zdxdz$ ۴. $\sin zdxdy-\cos zdydz+z\cos zdxdz$

۴- اگر $f(x,y)=xy^2$ و $g(x,y)=yx^2$ در این صورت $df\wedge dg$ برابر است با

۱. $-3x^2y^2dxdy$ ۲. $3x^2y^2dxdy$ ۳. $-5x^2y^2dxdy$ ۴. $5x^2y^2dxdy$

۵- فرض کنید $F(x,y,z)=(x+1,xy,z+y)$ و v_p یک بردار مماس باشد به طوری که $p=(1,0,-1)$ و $v=(2,-1,0)$، در این صورت $F_*(v_p)$ برابر است با

۱. $(-2,1,1)_{F(p)}$ ۲. $(2,-1,1)_{F(p)}$ ۳. $(2,1,-1)_{F(p)}$ ۴. $(2,-1,-1)_{F(p)}$

۶- اگر $v=(1,2,-1)$ و $w=(-1,0,2)$ دو بردار مماس در یک نقطه از E^3 باشند آنگاه $\|v\times w\|$ برابر است با

۱. $\sqrt{20}$ ۲. $\sqrt{21}$ ۳. $\sqrt{19}$ ۴. $\sqrt{18}$

۷- اگر $\alpha(t)=(2t,t^2,\frac{t^3}{3})$ در این صورت طول قوس خم α از $t=-1$ تا $t=1$ برابر است با

۱. $\frac{14}{3}$ ۲. $\frac{16}{3}$ ۳. $\frac{18}{3}$ ۴. 4

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۸- اگر $\beta(s)$ خمی با تندی واحد باشد کدامیک از روابط زیر صحیح نیست؟

۱. $T=\beta'$ ۲. $N=\frac{T'}{\kappa}$ ۳. $B=T\times N$ ۴. $\|T'\|=1$

۹- کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

۱. خم منظم α مسطح است اگر و فقط اگر $\tau=0$.
۲. خم منظم α مسطح است اگر و فقط اگر $\kappa=0$.
۳. خم منظم α مسطح است اگر و فقط اگر $\kappa=\tau=0$.
۴. خم منظم α مسطح است اگر و فقط اگر $\frac{\tau}{\kappa}$ ثابت باشد.

۱۰- اگر $V=xyU_1+yU_2$ و $W=x^2U_3$ در این صورت $\nabla_V W$ برابر است با

۱. x^2yU_1 ۲. $2x^2yU_1$ ۳. x^2yU_3 ۴. $2x^2yU_3$

۱۱- کدامیک از موارد زیر یک ایزومتری E^3 نیست؟

۱. $F(p)=-p$
۲. $F(p)=(p_3-1,p_2-2,p_1-3)$
۳. $F(p)=(p_1,p_2,1)$
۴. $F(p)=(p_1-1,p_2-2,p_3-3)$

۱۲- ایزومتری $F(p)=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}p$ را در نظر بگیرید. در این صورت اگر $v=(1,-2)$، $F_*(v_p)$ برابر است با

۱. $(-2,1)_{F(p)}$ ۲. $(2,-1)_{F(p)}$ ۳. $(-1,1)_{F(p)}$ ۴. $(1,-1)_{F(p)}$

۱۳- اگر $A=\begin{bmatrix}1&1\\2&1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}0&-1\\1&2\end{bmatrix}$ به ترتیب ماتریس های ایستاری دووجهی های $\{e_1,e_2\}$ و $\{f_1,f_2\}$ باشند و F یک ایزومتری باشد که $F_*(e_i)=f_i$ در این صورت جزء متعامد F عبارتست از

۱. $\begin{bmatrix}-2&-1\\5&3\end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix}2&1\\5&3\end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix}-2&-1\\3&1\end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix}2&1\\3&1\end{bmatrix}$

۱۴- اگر $\{e_1,e_2e_3\}$ یک سه وجهی و $F=TC$ یک ایزومتری باشد در این صورت کدام مورد صحیح نیست؟

۱. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=e_1.e_2\times e_3$
۲. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=\det(C)e_1.e_2\times e_3$
۳. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=\operatorname{sgn}(F)e_1.e_2\times e_3$
۴. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=\pm e_1.e_2\times e_3$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۵- اگر $\alpha, \beta : I \to E^3$ دو خم با تندی واحد باشند در کدامیک از موارد زیر قابل انطباقند؟

۱. $\tau_\alpha = \tau_\beta$ ۲. $\tau_\alpha = -\tau_\beta$ ۳. $\tau_\alpha = -\tau_\beta, \kappa_\alpha = \kappa_\beta$ ۴. $\tau_\alpha = -\tau_\beta, \kappa_\alpha = -\kappa_\beta$

۱۶- در کدامیک از موارد زیر مجموعه $g(x,y,z) = c$ ، که در آن c عددی ثابت است، یک رویه است؟

۱. $g(x,y,z) = xyz$ ۲. $g(x,y,z) = x^2 + y$ ۳. $g(x,y,z) = x^2 + yz$ ۴. $g(x,y,z) = x^2 + y^2$

۱۷- فرض کنید $g(x,y,z) = x^2 + y^2 z = c$ یک رویه در E^3 باشد. کدامیک از میدان های برداری زیر بر M عمود است؟

۱. $(2x, 2yz, y^2)$ ۲. $(x^2, y^2 z, y^2)$ ۳. $(2x, yz, z)$ ۴. $(2x, 2yz, z)$

۱۸- فرض کنید به ازای هر بردار مماس v بر رویه M داشته باشیم $S(v) = 0$ ، که در آن S عملگر شکلی است، در این صورت

۱. M یک کره است.
۲. M یک رویه زینی است.
۳. M یک استوانه است.
۴. M یک صفحه است.

۱۹- فرض کنید در هر نقطه رویه M داشته باشیم $K = 0$ و $H \neq 0$ ، در این صورت

۱. M یک کره است.
۲. M یک رویه زینی است.
۳. M یک استوانه است.
۴. M یک صفحه است.

۲۰- فرض کنید θ_1 و θ_2 ۱-فرمی های دوگان E_1 و E_2 روی M باشند، در این صورت کدام مورد صحیح است؟

۱. $d\omega_{12} = K\theta_1 \wedge \theta_2$ ۲. $d\omega_{12} = -K\theta_1 \wedge \theta_2$
۳. $\omega_{13} \wedge \omega_{23} = -K\theta_1 \wedge \theta_2$ ۴. $\omega_{13} \wedge \omega_{23} = 0$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $F = (f_1, \ldots, f_m)$ نگاشتی از E^n به E^m و v برداری مماس بر E^n در نقطه p باشد در این صورت ثابت کنید **۱.۴۰ نمره**

$$F_*(v) = (v[f_1], \ldots, v[f_m])$$

۲- اجزای دستگاه فرنه T, N, B, κ, τ را برای خم با تندی دلخواه $\gamma(t) = (a\cos t, a\sin t, at)$ که در آن a عددی دلخواه است را مشخص کنید. **۱.۴۰ نمره**

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۳- اگر F یک ایزومتری با بخش متعامد C باشد ثابت کنید به ازای بردار مماس دلخواه v_p داریم $F_*(v_p) = (Cv)_{F(p)}$. ۱.۴۰ نمره

۴- رویه $M : g(x,y,z) = c$ در E^3 را در نظر بگیرید. ثابت کنید میدان برداری گرادیان $\nabla g = \sum \frac{\partial g}{\partial x_i} U_i$ یک میدان برداری قائم روی تمام رویه M است. ۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید نگاره قطعه مختصاتی $x(u,v) = (v\cos u, v\sin u, u)$ رویه ای مینیمال است و خمیدگی گاوسی آن را نیز محاسبه کنید. ۱.۴۰ نمره

1111049 - 93-94-2

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت ظاهر
1	الف	عادی
2	ج	عادی
3	ب	عادی
4	الف	عادی
5	د	عادی
6	ب	عادی
7	الف	عادی
8	د	عادی
9	الف	عادی
10	د	عادی
11	ج	عادی
12	الف	عادی
13	د	عادی
14	الف	عادی
15	ج	عادی
16	ب	عادی
17	الف	عادی
18	د	عادی
19	ج	عادی
20	ب	عادی

۱- اگر $f = x^2yz$ و $v = (1,0,-3)$ و $p = (1,1,0)$ در این صورت $v_p[f]$ برابر است با:

۱. -3 ۲. 3 ۳. -2 ۴. 2

۲- اگر α یک خم و f یک تابع حقیقی مقدار روی E^3 باشند $\alpha'(t)[f]$ عبارت است از:

۱. تغییرات راستای $\alpha'(t)$ نسبت به تابع f.

۲. تغییرات اندازه $\alpha'(t)$ نسبت به تابع f.

۳. تغییرات تابع f در طول خط گذرنده از $\alpha(t)$ و راستای $\alpha'(t)$.

۴. تغییرات تابع f در طول خم $\alpha(t)$.

۳- اگر $v = (1,3,1)$ و $p = (0,2,1)$ و $\phi = y^2dx$ در این صورت $\phi(v_p)$ برابر است با:

۱. 4 ۲. 9 ۳. 0 ۴. -2

۴- f کدامیک از ویژگی های زیر در مورد۱- فرمهای دیفرانسیل پذیر درست نیست؟

۱. $\phi \wedge \psi = -\psi \wedge \varphi$

۲. $\varphi \wedge \varphi = 0$

۳. $d(f\varphi) = df \wedge \varphi$ که f یک تابع دیفرانسیل پذیر است.

۴. $dd\varphi = 0$

۵- نگاشت $F : E^n \to E^m$ را منظم نامند هرگاه:

۱. در هر نقطه p از E^n نگاشت F_{*p} پوشا باشد.

۲. مرتبه ماتریس ژاکوبی F در p برابر n باشد.

۳. در هر نقطه p از E^n مشتق F مخالف صفر باشد.

۴. در هر نقطه p از E^n مشتق F برابر صفر باشد.

۶- اگر $F = (x\cos(y), x\sin(y), z)$ و $p = (0,0,0)$ و $v = (2,-1,3)$، $F_{*p}(v_p)$ در نقطه $F(p)$ برابر است با:

۱. $(2,0,3)$ ۲. $(-2,0,3)$ ۳. $(2,0,-3)$ ۴. $(-2,0,-3)$

۷- سه وجهی e_1, e_2, e_3 را در نظر بگیرید. ماتریس ایستاری این سه وجهی در کدامیک از روابط زیر صدق می کند؟

۱. $A = A^{-1}$ ۲. ${}^tA = A$ ۳. ${}^tA = A^{-1}$ ۴. $A^2 = A^{-1}$

۸- میدان سه وجهی T,N,B، تابع خمیدگی κ و تابع پیچش τ را در نظر بگیرید. کدامیک از روابط زیر برقرار نیست؟

۱. $N' = -\kappa T + \tau B$
۲. $N = \frac{T}{\kappa}$
۳. $T'.T = 0$
۴. $B' = -\tau N$

۹- شرط لازم و کافی برای اینکه خم منظم α با $\kappa > 0$ یک مارپیچ استوانه ای باشد آن است که:

۱. $\tau = 0$
۲. κ ثابت باشد.
۳. $\frac{\tau}{\kappa}$ ثابت باشد.
۴. $\tau \neq 0$ و κ ثابت باشد.

۱۰- اگر $v, w \in T_p(E^3)$ و Y و Z دو میدان برد اری باشند کدامیک از موارد زیر در مورد مشتق کواریان صحیح نیست.

۱. $v[Y.Z] = \nabla_v Y.Z(p) + Y(p).\nabla_v Z$
۲. $\nabla_v(fY) = v[f]\nabla_v Y$
۳. $\nabla_{av+bw} Y = a\nabla_v Y + b\nabla_w Y$
۴. $\nabla_v Y = Y(p+tv)'(0)$

۱۱- اگر A ماتریس ایستاری و ω ماتریس فرمهای همبندی میدان سه وجهی E_1, E_2, E_3 باشد در این صورت

۱. $\omega = dA\,{}^t A$
۲. $d\omega = dA\,{}^t A$
۳. $\omega = d^t A\, A$
۴. $d\omega = d^t A\, A$

۱۲- اگر F یک ایزومتری E^3 باشد کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. $d(F(p), F(q)) = d(p,q)$
۲. $F = CT$ که T یک انتقال و C تبدیلی متعامد است.
۳. $F(p).F(q) = p.q$
۴. $\|F(p) - F(q)\| = \|p - q\|$

۱۳- فرض کنید f تابعی دیفرانسیل پذیر و حقیقی مقدار روی E^3 و c یک عدد ثابت باشد. در چه صورت مجموعه $f(x,y,c) = 0$ یک رویه است؟

۱. f تابعی ثابت باشد.
۲. df یک به یک باشد.
۳. $df \neq 0$
۴. $df = 0$

۱۴- اگر $f(x,y)=c$ **یک خم در** E^2 **باشد و** $g(x,y,z)=f(x,\sqrt{y^2+z^2})$ **در این صورت رویه** $M: g(x,y,z)=c$

۱. استوانه است.
۲. صفحه است.
۳. رویه دورانی است.
۴. رویه ثابت است.

۱۵- کدام گزینه در مورد کره به شعاع r **صحیح نیست؟**

۱. برای هر بردار u مماس بر کره داریم $S(u).u=0$.
۲. $k_1=\frac{-1}{r}$
۳. $k_2=\frac{-1}{r}$
۴. $k_1=k_2=\frac{-1}{r}$

۱۶- کدام گزینه صحیح است؟

۱. p نقطه نافی است هرگاه برای هر بردار مماس u در p داشته باشیم $k(u)=0$.
۲. اگر p نقطه نافی باشد عملگر شکلی برابر ضرب در یک مقدار ثابت است.
۳. اگر p نقطه نافی نباشد و e_1 یک بردار اصلی باشد آنگاه $S(e_1)=e_1$.
۴. اگر p نقطه نافی نباشد و e_1 یک بردار اصلی باشد آنگاه $S(e_1)=0$.

۱۷- کدامیک از موارد زیر صحیح نیست؟

۱. خمیدگی گاوسی برابر دترمینان عملگر شکلی است.
۲. خمیدگی گاوسی برای حاصلضرب خمیدگی های اصلی است.
۳. خمیدگی متوسط برابر $\frac{1}{2}$ اثر (تریس) عملگر شکلی است.
۴. خمیدگی متوسط برابر حاصلجمع خمیدگی های اصلی است.

۱۸- رویه M **را مینیمال نامند هرگاه:**

۱. کلا نافی باشد.
۲. خمیدگی گاوسی ثابت باشد.
۳. خمیدگی متوسط صفر باشد.
۴. خمیدگی گاوسی صفر باشد.

۱۹- کدامیک از موارد زیر در مورد استوانه درست نیست؟

۱. خمیدگی گاوسی برابر صفر است.
۲. رویه ای هموار است.
۳. رویه ای دورانی است.
۴. رویه ای مینیمال است.

۲۰- تابع حقیقی مقدار f روی E^3 را دیفرانسیل پذیر نامند هرگاه:

۱. f روی E^3 مشتق پذیر باشد.

۲. f روی E^3 مشتق پذیر باشد و مشتق آن پیوسته باشد.

۳. f روی E^3 مشتق پذیر مرتبه دوم باشد.

۴. f روی E^3 از هر مرتبه ای مشتق پذیر باشد و مشتقات آن پیوسته باشند.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید f و g توابع حقیقی مقدار روی E^2 باشند. ثابت کنید ۱.۴۰ نمره

$$df \wedge dg = \begin{vmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{vmatrix} dx \wedge dy$$

۲- اگر $F = (f_1,...,f_m)$ نگاشتی از E^n به E^m باشد ثابت کنید برای هر بردار $v \in T_p(E^n)$ داریم ۱.۴۰ نمره

$$F_{*p}(v_p) = (v_p[f_1],...,v_p[f_m])$$

۳- نشان دهید بردارهای مماس $e_1 = \frac{(1,2,1)}{\sqrt{6}}$ و $e_2 = \frac{(1,-1,1)}{\sqrt{3}}$ و $e_3 = \frac{(-2,0,2)}{\sqrt{8}}$ یک سه وجهی تشکیل می دهند و بردار $v = (6,1,-1)$ را به صورت ترکیب خطی از آنها بنویسید. ۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید هر تبدیل متعامد روی E^3 یک ایزومتری است. ۱.۴۰ نمره

۵- لم هیلبرت را ثابت کنید: ۱.۴۰ نمره

فرض کنید m نقطه ای از رویه $M \subset E^3$ باشد به طوری که

الف) k_1 دارای یک ماکسیمم موضعی در m باشد.

ب) k_2 دارای یک مینیمم موضعی در m باشد.

پ) $k_1(m) > k_2(m)$.

در این صورت $K(m) \leq 0$.

1111049 - 93-94-1

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت خلبد
1	الف	عادي
2	ج	عادي
3	الف	عادي
4	ج	عادي
5	ب	عادي
6	الف	عادي
7	ج	عادي
8	ب	عادي
9	ج	عادي
10	ب	عادي
11	الف	عادي
12	ب	عادي
13	ج	عادي
14	ج	عادي
15	الف	عادي
16	ب	عادي
17	د	عادي
18	ج	عادي
19	د	عادي
20	د	عادي

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض آنالیز)۱۱۱۱۳۸۴)

۱- فرض کنید ϕ یک ۱- فرمی روی E^3 باشد در این صورت ϕ دیفرانسیلپذیر است هر گاه به ازای هر $v \in E^3$ ،

۱. v و $\phi(v)$ هر دو دیفرانسیلپذیر باشد.

۲. $\phi(v)$ دیفرانسیلپذیر باشد.

۳. اگر v دیفرانسیلپذیر باشد آنگاه $\phi(v)$ نیز دیفرانسیلپذیر باشد.

۴. اگر $\phi(v)$ دیفرانسیلپذیر باشد آنگاه v نیز دیفرانسیلپذیر باشد.

۲- اگر x_i تابع مختصات طبیعی i ام باشد در این صورت کدام یک از عبارات زیر با بقیه متفاوت است؟

۱. $U_i(p)[x_i]$ ۲. v_i ۳. $v_p[x_i]$ ۴. $dx_i(v_p)$

۳- کدام یک از گزاره های زیر در مورد خم α بابقیه متفاوت است؟

۱. دارای نقاط زاویه ای و بازگشت نیست.

۲. متناوب است.

۳. منظم است.

۴. همه بردارهای سرعت آن مخالف صفر است.

۴- با فرض $v = (1,2,-3)$ و $p = (0,-2,1)$ ، مقدار ۱- فرمی $zdy - ydz$ روی v_p کدام است؟

۱. ۳ ۲. ۳- ۳. ۴ ۴. ۴-

۵- اگر f, g توابع با مقدار حقیقی روی E^3 باشند عبارت $d(fdg)$ برابر است با

۱. $df \wedge dg$ ۲. $dfdg$

۳. $df \wedge dg + fdg$ ۴. fd^2g

۶- نگاشت $F : E^n \to E^n$ یک دیفئومورفیسم است یعنی چه ؟

۱. منظم است.

۲. F_{*p} به ازای هر $P \in E$ یک به یک است.

۳. دارای معکوس است.

۴. مرتبه ماتریس ژاکوبی F در P برابر n است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (آنالیز)۱۱۱۱۳۸۴

۷- در مورد خم β کدام گزینه با سایرین متفاوت است؟

۱. مسطح است.

۲. در صفحه بوسان نقطهٔ $\beta(0)$ قرار دارد.

۳. $\tau = 0$

۴. انحنایش ثابت است.

۸- با فرض $v = (y-x)u_1 + xy\,u_3$ و $w = x^2 u_1 + yz\,u_3$ و آنگاه $p = (2,1,0)$ $\nabla_v (W)(p) = ?$

۱. $-4u_2(p) + 2u_3(p)$

۲. $-4u_1(p) + 2u_3(p)$

۳. $+4u_1(p) + 2u_3(p)$

۴. $-4u_1(p) + 4u_2(p)$

۹- یکی از وجوه تمایزمعادلات همبندی میدان سه وجهی E_1, E_2, E_3 و فرمولهای فرنه کدام است؟

۱. پاد متقارن بودن ماتریس ضرایب

۲. ۱- فرمی بودن درایه های ماتریس ضرایب

۳. صفر بودن درایه های قطراصلی ماتریس ضرایب

۴. متقارن بودن ماتریس ضرایب

۱۰- اگر F یک ایزومتری و T و C به ترتیب بخشهای انتقال و متعامد آن باشند بطوریکه $F = TC$ ، در این صورت

۱. $\operatorname{sgn} F^{-1} = -\operatorname{sgn} F$

۲. $CT_{c(a)} = T_{c(a)} C$

۳. $\operatorname{sgn} F = \det C$

۴. $F_*(v_p) = T\,(Cv)_{F(p)}$

۱۱- اگر X_u و X_v سرعتهای جزئی برای نگاشت $X : D \to E^3$ و $E = X_U \cdot X_U, F = X_U \cdot X_V, G = X_V \cdot X_V$ باشند مقدار $\|X_U \times X_V\|^2$ کدام است؟

۱. $EG - F^2$

۲. $E^2 - FG$

۳. $F^2 - EG$

۴. $FG - E^2$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (آنالیز)۱۱۱۱۳۸۴

۱۲- فرض کنید $M : x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$ و $p = (0,0,0) \in M$ ، در این صورت کدام صفحه زیر عضو $T_p(M)$ می باشد؟

۱. $z = 1$
۲. $x = 0$
۳. $z = 2$
۴. $z = 0$

۱۳- روی رویهٔ M

۱. هر فرم بسته، کامل است.
۲. هر ۲-فرم، بسته است.
۳. حاصل ضرب گووه ای ، همه خواص جبر معمولی را داراست.
۴. همه ۳- فرم ها ، با هم متمایزند.

۱۴- اگر $M \xrightarrow{F} N \xrightarrow{G} P$ نگاشتهای رویه ها و ξ, η فرمهایی روی N باشند در این صورت کدام خاصیت برقرار نیست؟

۱. $F^*(\xi + \eta) = F^*\xi + F^*\eta$
۲. $F^*(\xi \wedge \eta) = F^*\xi \wedge F^*\eta$
۳. $F^*(d\xi) = d(F^*\xi)$
۴. $F^*(G^*\xi) = (FG)^*(\xi)$

۱۵- کدام گزارهٔ زیر در مورد نقاط کره و خمیدگیهای اصلی آن درست است؟

۱. $k_2 = k_1 = -\frac{1}{r}$ و هر نقطه کره نافی است.
۲. $k_2 = k_1 = \frac{1}{r}$ و هر نقطه کره نافی است.
۳. $-\frac{1}{r} = k_2 < k_1 = \frac{1}{r}$ و خمیدگی ماکسیمم و مینیمم دارد.
۴. $-\frac{1}{r} = k_2 < k_1 = r$ و خمیدگی ماکسیمم و مینیمم دارد.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (آنالیز)۱۱۱۱۳۸۴

۱۶- در کدام یک از رویه های M زیر در مجاورت نقطه ای مانند P واقع بر M فقط یکی از خمیدگی های اصلی صفر است؟

۱. $2z = x^2 + y^2$ رأس سهمیگون

۲. $2z = x^2 - y^2$ نقطه زینی هذلولیگون

۳. $2z = x^2$ استوانه ، در مجاورت P که M به شکل ناودانی است.

۴. $z = 0$ صفحهٔ

۱۷- ژئودزیکهای استوانه مستدیر $M : x^2 + y^2 = r^2$ کدام خمهای زیر می باشند؟

۱. ماپیچ های روی آن

۲. دوایر مقاطع عرضی آن

۳. دوایر مقاطع عرضی و ماپیچ های روی آن

۴. خطوط راست موازی با محور Z ها

۱۸- فرض کنیم S عملگر شکلی متناظر به E_3 و E_1 ، E_2 ، E_3 یک میدان سه وجهی برازنده روی $M \subset E^3$ باشد. آنگاه به ازای هر بردار مماس v بر M در P ، $S(v)$ برابر است با

۱. $\omega_{21}(v)\,E_2(p) + \omega_{32}E_3(p)$

۲. $\omega_{23}(v)\,E_2(p) + \omega_{31}E_3(p)$

۳. $\omega_{12}(v)\,E_1(p) + \omega_{23}E_2(p)$

۴. $\omega_{13}(v)\,E_1(p) + \omega_{23}E_2(p)$

۱۹- معادلات ساختاری اول میدان سه وجهی برازندهٔ E_1 و E_2 و E_3 روی کرهٔ $\sum : x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ کدامند؟

۱. $\begin{cases} d\theta_1 = r\sin\varphi d\vartheta \wedge d\varphi \\ d\theta_2 = -r\cos\varphi d\vartheta \wedge d\varphi \end{cases}$

۲. $\begin{cases} d\theta_1 = r\sin\varphi d\vartheta \wedge d\varphi \\ d\theta_2 = 0 \end{cases}$

۳. $\begin{cases} d\theta_1 = 0 \\ d\theta_2 = r\sin\varphi d\vartheta \wedge d\varphi \end{cases}$

۴. $\begin{cases} d\theta_1 = -r\cos\varphi d\vartheta \wedge d\varphi \\ d\theta_2 = r\sin\varphi d\vartheta \wedge d\varphi \end{cases}$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض (آنالیز)۱۱۱۱۳۸۴

۲۰- اگر خمیدگی های اصلی رویهٔ $M \subset E^3$ ثابت باشد آنگاه M عبارت است از

۱. بخشی از کره یا صفحه یا استوانه مستدیر
۲. بخشی از هذلولیگون یا سهمیگون
۳. بخشی از هذلولیگون یا استوانه مستدیر
۴. بخشی از کره یا سهمیگون یا صفحه

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید شرط لازم وکافی برای اینکه خم منظم α با $k > 0$ ، یک مارپیچ استوانه ای باشدآن است که τ/k نسبت ثابت باشد. **۱.۴۰ نمره**

۲- فرض کنید U_1, U_2, U_3 میدان سه وجهی طبیعی و

$$F_1 = \cos\varphi\cos\vartheta U_1 + \cos\varphi\sin\vartheta U_2 + \sin\varphi U_3$$

و

$$F_2 = -\sin\vartheta U_1 + \cos\vartheta U_2$$

و

$$F_3 = -\sin\varphi\cos\vartheta U_1 - \sin\varphi\sin\vartheta U_2 + \cos\varphi U_3$$

میدان سه وجهی کروی روی E^3 باشندبه کمک ماتریس ایستاری ، فرمهای همبندی میدان سه وجهی کروی را بیابید. **۱.۴۰ نمره**

۳- ثابت کنید اگر F یک ایزومتری از E^3 باشد، در این صورت یک انتقال یکتای T ویک تبدیل متعامد C وجود داردبطوریکه $F = TC$. **۱.۴۰ نمره**

۴- اگر f تابعی با مقدار حقیقی (دیفرانسیلپذیر)روی رویه M باشد، ثابت کنید $d(df) = 0$. **۱.۴۰ نمره**

۵- خمیدگی گاوسی و متوسط رویهٔ H باضابطهٔ زیررا بدست آورده ومینیمال یا هموار بودن آنرا تشخیص دهید. **۱.۴۰ نمره**

$$H : X(u,v) = (u\cos v, u\sin v, bv), b \neq 0$$

(هلیکوئید)

1111049 - 91-92-1

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت غلبه
1	ج	عادی
2	الف	عادی
3	ب	عادی
4	د	عادی
5	الف	عادی
6	ج	عادی
7	د	عادی
8	ب	عادی
9	ب	عادی
10	ج	عادی
11	الف	عادی
12	د	عادی
13	ب	عادی
14	د	عادی
15	الف	عادی
16	ج	عادی
17	ج	عادی
18	د	عادی
19	ب	عادی
20	الف	عادی

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضی محض (جبر)،ریاضی محض (هندسه)،ریاضیات و کاربردها،ریاضی محض آنالیز)۱۱۱۱۳۸۴)

سوالات تشریحی

۱- ص ۸۵ ق ۶،۴ **۱،۴۰ نمره**

۲- **۱،۴۰ نمره**

$$A=\begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\vartheta & \cos\varphi\cos\vartheta & \sin\varphi \\ -\sin\vartheta & cos\vartheta & 0 \\ -\sin\varphi\cos\vartheta & -\sin\varphi\sin\vartheta & \cos\varphi \end{bmatrix}$$

تمرین ۴ ص ۱۰۵ : از ماتریس ایستاری و ماتریس متقارن چپ

$$(\omega_{ij}) = \boldsymbol{\omega} = dAA^t$$

فرمهای همبندی بوسیله قضیه ۳،۷ ص ۱۰۳ بصورت بدست می آید.

۳- ص ۱۱۷ ق ۷،۱ **۱،۴۰ نمره**

۴- ص ۱۷۶ ق ۶،۴ **۱،۴۰ نمره**

۵- ص ۲۴۰ م ۳،۴ **۱،۴۰ نمره**

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- فرض کنید $f = x^2 e^{xz}$ و $p = (-1,1,-1)$ و $v = (1,1,2)$ باشند. مقدار $v_p[f]$ کدام است؟

۱. e^{-1} ۲. $-e^{-1}$ ۳. e ۴. $-e$

۲- فرض کنید α خمی در E^3 و f تابع دیفرانسیل پذیر روی E^3 باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i-1}^{3} \frac{\partial f(t)}{\partial x^i} \frac{d\alpha_i(t)}{dt}$

۲. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i-1}^{3} \frac{\partial f(t)}{\partial x^i} \alpha(t)$

۳. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i-1}^{3} \frac{\partial f(\alpha(t))}{\partial x^i} \frac{d\alpha_i(t)}{dt}$

۴. $\alpha'(t)[f] = \sum_{i-1}^{3} \frac{\partial f(\alpha(t))}{\partial x^i} \alpha'(t)$

۳- فرض کنید $\varphi = xzdx + y^2 dz$ یک ۱-فرم در E^3 باشد. در این صورت:

۱. $d\varphi = -xdx \wedge dz + 2ydy \wedge dz$

۲. $d\varphi = xdx \wedge dz + 2ydy \wedge dz$

۳. $d\varphi = -xdx \wedge dz - 2ydy \wedge dz$

۴. $d\varphi = xdx \wedge dz - 2ydy \wedge dz$

۴- فرض کنید $F : E^2 \to E^2$ نگاشتی با ضابطه $F(u,v) = (u^2 - v^2, 2uv)$ باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. بر اثر نگاشت F، صفحه E^2 بطور هموار بر E^2 منطبق است.

۲. بر اثر نگاشت F، صفحه E^2 بطور هماردو بار به دور خود می پیچد و مبدا ثابت می ماند..

۳. بر اثر نگاشت F، صفحه E^2 بطور هموار به نیم صفحه بالایی تصویر می شود.

۴. بر اثر نگاشت F، صفحه E^2 بطور هموار به نیم صفحه پایینی تصویر می شود.

۵- فرض کنید $F : E^n \to E^m$ نگاشتی باشد که مرتبه ماتریس ژاکوبی F در هر نقطه p برابر n باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. F منظم است

۲. F_{*p} یک بیک است.

۳. F تابع هموار است.

۴. F_{*p} پوشاست.

۶- مساحت متوازی الاضلاع که اضلاع آن بردارهای $v = (1,-1,2)$ و $w = (-1,2,1)$ می باشد، کدام است؟

۱. ۱۹

۲. ۳۵

۳. $\sqrt{۱۹}$

۴. $\sqrt{۳۵}$

۷- میدان برداری Y روی خم $\alpha : I \to E^3$ را توازی گویند هر گاه:

۱. Y ثابت باشد.

۲. Y' ثابت باشد

۳. $Y' = 0$

۴. $Y'' = 0$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۸- فرض کنید $\beta : I \to E^3$ خمی با تندی واحد و خمیدگی $\kappa > 0$ و تاب τ باشد. در این صورت:

۱. $B' = -\kappa T$ ۲. $B' = -\kappa N$ ۳. $B' = -\tau T$ ۴. $B' = -\tau N$

۹- فرض کنید خم منظم α در E^3 یک مار پیچ استوانه ای و U یک بردار ثابت باشد. در این صورت:

۱. $T(t).U = \cos\theta$ ۲. $T'(t).U = \cos\theta$ ۳. $B(t).U = \cos\theta$ ۴. $B'(t).U = \cos\theta$

۱۰- فرض کنید θ_1 ، θ_2 و θ_3 ۱- فرمهای دو گان میدان های سه وجهی E_1 ، E_2 و E_3 باشند. در این صورت هر ۱-فرمی Φ روی E^3 بطور یکتا بصورت زیر نوشته می شود:

۱. $\Phi = \sum \Phi(\theta_i) E_i$ ۲. $\Phi = \sum \Phi(E_i) \theta_i$ ۳. $\Phi = \sum \Phi(E_i) E_i$ ۴. $\Phi = \sum \Phi(\theta_i) \theta_i$

۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

۱. ترکیب دو انتقال یک انتقال است.

۲. بازای هر دو نقطه مفروض p و q از E^3 ، حداقل دو انتقال وجود دارد که p را به q تصویر می کند.

۳. هر گاه T یک انتقال باشد و نقطه ای مانند p وجود داشته باشد که $T(p) = p$ ، آنگاه $T = I$.

۴. هر تبدیل متعامد یک ایزومتری است.

۱۲- ایزومتری $F = TC$ صفحه مار بر p و عمود بر q را :

۱. بر صفحه مار بر $F(p)$ و عمود بر $C(q)$ تصویر می کند.

۲. بر صفحه مار بر $T(p)$ و عمود بر $C(q)$ تصویر می کند.

۳. بر صفحه مار بر $C(p)$ و عمود بر $T(q)$ تصویر می کند.

۴. بر صفحه مار بر $F(p)$ و عمود بر $T(q)$ تصویر می کند.

۱۳- کدام گزینه درست است؟

۱. $\operatorname{sgn}(FG) = \operatorname{sgn}(F) + \operatorname{sgn}(G)$ ۲. $\operatorname{sgn}(FG) = \operatorname{sgn}(GF)$

۳. $\operatorname{sgn}(F) = -\operatorname{sgn}(F^{-1})$ ۴. $\operatorname{sgn}(FG^{-1}) = \operatorname{sgn}(F)/\operatorname{sgn}(G)$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۴- فرض کنید $F=TC$ یک ایزومتری E^3 و β یک مارپیچ استوانه ای باشد. در این صورت $F(\beta)$:

۱. یک خط در E^3 است.
۲. یک مار پیچ دلخواه است.
۳. یک مار پیچ استوانه ای است
۴. یک خم کروی است.

۱۵- فرض کنید $\alpha,\beta: I \to E^3$ دو خم دلخواه و E_1 ، E_2 و E_3 یک میدان سه وجهی روی α و F_1 ، F_2 و F_3 یک میدان سه وجهی روی β باشد بطوری که $\alpha'.E_i = \beta'.F_i$ و $E_i'.E_j = F_i'.F_j$. در این صورت:

۱. α و β یکسان هستند. یعنی $\alpha = \beta$
۲. α و β قابل انطباق هستند.
۳. α و β موازی هستند.
۴. α و β حداقل در یک نقطه بر هم عمودند.

۱۶- فرض کنید g تابعی دیفرانسیل پذیر با مقدار حقیقی روی E^3 و c یک عدد ثابت باشد. زیر مجموعه $M: g(x,y,z)=c$ از E^3 یک رویه است هر گاه :

۱. g یک بیک باشد.
۲. dg حد اقل یک نقطه ثابت داشته باشد.
۳. dg یک بیک باشد.
۴. dg در هیچ نقطه ای صفر نباشد.

۱۷- در کدام یک از حالت های زیر، نگاشت $\chi: E^2 \to E^3$ یک قطعه مختصاتی است؟

۱. $\chi(u,v)=(u^3,u+v,v^2)$
۲. $\chi(u,v)=(u^2,u^3,uv)$
۳. $\chi(u,v)=(\cos 2\pi u,\sin 2\pi u,v)$
۴. $\chi(u,v)=(uv,u^4+1,v^3+2)$

۱۸- فرض کنید M رویه ای در E^3 و $F: E^n \to E^3$ نگاشتی دیفرانسیل پذیر باشد، بطوریکه نگاره آن در M واقع است. در این صورت F بعنوان تابعی در M ، یعنی $F: E^n \to M$

۱. یک بیک است.
۲. پوشاست.
۳. دیفرانسیل پذیر است.
۴. معکوس پذیر است.

۱۹- فرض کنید $F: M \to N$ یک نگاشت رویه ها و ξ و η فرمهایی روی N باشند. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $F^*(\eta \wedge \xi) = F^*\eta \wedge F^*\xi$
۲. $F^*(\eta \wedge \xi) = F^*\eta \wedge \xi + \eta \wedge F^*\xi$
۳. $F^*(\eta \wedge \xi) = F^*\eta \wedge \xi \pm \eta \wedge F^*\xi$
۴. $F^*(\eta \wedge \xi) = F^*\eta \wedge \xi + (-1)^k \eta \wedge F^*\xi$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۲۰- فرض کنید Σ کره ای به شعاع r بوده و K_1 و K_2 انحنا های اصلی Σ با شند. کدام گزینه درست است؟

۱. $K_1 = K_2 = -1/r$ ۲. $K_1 = K_2 = 1/r$ ۳. $K_1 = K_2 = -1/r^2$ ۴. $K_1 = K_2 = 1/r^2$

سوالات تشریحی

۱- اگر $F = (f_1, f_2, ..., f_m)$ نگاشتی از E^n به E^m و v بردار مماس بر E^n در نقطه p باشد، آنگاه در نقطه $F(p)$ خواهیم داشت: $F_*(v) = (v[f_1], v[f_2], ..., v[f_m])$ — ۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید اگر β خمی با تندی واحد و خمیدگی ثابت $\kappa > 0$ و تاب صفر باشد، آنگاه β قوسی از دایره به شعاع $1/\kappa$ است. — ۱.۴۰ نمره

۳- ثابت کنید اگر F یک ایزومتری از E^3 باشد، در این صورت یک انتقال منحصر بفرد T و یک تبدیل متعامد C وجود دارد بطوری که $F = TC$. — ۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید $H = (k_1 + k_2)/2$ و $K = k_1.k_2$ که در آن H انحنای متوسط و K انحنای گاوسی رویه M هستند. — ۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر عملگر شکلی متحد با صفر شود آنگاه M بخشی از یک صفحه در E^3 است. — ۱.۴۰ نمره

1111049 - 90-91-3

وضعيت تحليل	پاسخ صحيح	شماره سوال
عادي	ب	۱
عادي	ج	۲
عادي	الف	۳
عادي	ب	۴
عادي	ج	۵
عادي	د	۶
عادي	ج	۷
عادي	د	۸
عادي	الف	۹
عادي	ب	۱۰
عادي	ب	۱۱
عادي	الف	۱۲
عادي	ب	۱۳
عادي	ج	۱۴
عادي	ب	۱۵
عادي	د	۱۶
عادي	ج	۱۷
عادي	ج	۱۸
عادي	الف	۱۹
عادي	الف	۲۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- مشتق جهتی تابع $f=e^x\cos y$ درنقطه $(۲,۰,-۱)$ و در امتداد بردار $(۲,-۱,۳)$ کدام است؟

۱. صفر ۲. $e^۲$ ۳. $۲e^۲$ ۴. $-۲e^۲$

۲- اگر $\phi=zdx+(x^۲+y^۳)dy$ و $\varphi=\sin zdx+\cos xyzdz$ دو ۱-فرمی باشند، حاصل $\varphi\wedge\phi+d^۲\phi$ کدام است؟

۱. $-(x^۲+y^۲)\sin zdx\wedge dy-(x^۲+y^۲)\cos xyzdy\wedge dz+z\cos xyzdx\wedge dz$

۲. $(x^۲+y^۲)\sin zdx\wedge dy-(x^۲+y^۲)\cos xyzdy\wedge dz+z\cos xyzdx\wedge dz$

۳. $-(x^۲+y^۲)\sin zdx\wedge dy+(x^۲+y^۲)\cos xyzdy\wedge dz-z\cos xyzdx\wedge dz$

۴. $(x^۲+y^۲)\sin zdy\wedge dx-(x^۲+y^۲)\cos xyzdz\wedge dy+z\cos xyzdx\wedge dz$

۳- اگر $E_۱,E_۲$ و $E_۳$ یک میدان سه وجهی روی $E^۳$ با فرمهای دوگان $(۱\le i\le ۳)\theta_i$ و فرمهای همبندی $(۱\le i,j\le ۳)\omega_{ij}$ باشد، کدام یک از معادلات زیر درست است؟

۱. $d\theta_i=\sum_j\omega_{ij}\wedge\theta_j$ ۲. $d\omega_{ij}=\sum_k\omega_{ik}\wedge\theta_k$

۳. $d\omega_{ij}=\sum_k\omega_{ik}\wedge d\theta_k$ ۴. $d\omega_{ij}=\sum_k d\omega_{ik}\wedge\theta_k$

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. شرط لازم و کافی برای آنکه خم α در $E^۳$ مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت و غیر صفر باشند.

۲. شرط لازم و کافی برای آنکه خم α با تندی واحد در $E^۳$ مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت باشند.

۳. شرط لازم و کافی برای آنکه خم α در $E^۳$ مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت باشند.

۴. شرط لازم و کافی برای آنکه خم α با تندی واحد در $E^۳$ مارپیچ باشد، آن است که خمیدگی و تاب آن ثابت و غیر صفرباشند.

۵- کدامیک از سطوح زیر یک رویه در فضا نیست؟

۱. مخروط دورانی ۲. مارپیچگون ۳. سهمیگون بیضوی ۴. هذلولیوار

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۶- کدامیک از کزینه های زیر در مورد دستگاههای مختصات رویه ای درست است؟

۱. هر قطعه مختصاتی در یک رویه مجموعه باز را به یک مجموعه باز تصویر می کند.

۲. هر قطعه مختصاتی خاص در یک رویه مجموعه باز را به یک مجموعه باز تصویر می کند.

۳. تصویر هر قطعه مختصاتی در یک رویه لزومی ندارد که مجموعه ای باز باشد.

۴. هر قطعه مختصاتی در یک رویه لزومی ندارد که قطعه ای خاص باشد.

۷- فرض کنید $W = 2x^2U_1 + yz^2U_3$ **و** $v = (-2,1,1)$ **در** $p = (1,2,-1)$ **باشد. در این صورت** $\nabla_v W$ **کدام است؟**

۱. $-8U_1(p) - 4U_3(p)$ ۲. $-4U_1(p) - 4U_3(p)$ ۳. $-8U_1(p) - 2U_3(p)$ ۴. $-4U_1(p) - 2U_3(p)$

۸- کدام گزینه در مورد خمیدگی گاوسی یک رویه (K) درست نیست؟

۱. هر رویه با خمیدگی گاوسی منفی فاقد نقطه نافی است.

۲. خمیدگی گاوسی رویه های مینیمال حداکثر صفر است.

۳. علامت خمیدگی گاوسی یک رویه را می توان بدون انجام محاسبات و تنها با مشاهده شکل آن در نواحی مختلف رویه مشخص کرد.

۴. یک رویه با خمیدگی گاوسی غیر مثبت فاقد نقطه هامنی است.

۹- کدامیک از خمهای یک رویه همواره در جهت بیشترین خمیدگی رویه دیده می شود؟

۱. خمهای اصلی ۲. خمهای مجانبی ۳. خمهای منظم ۴. خمهای دوپن

۱۰- هرگاه در هر نقطه از رویه ای دو امتداد مجانبی متعامد وجود داشته باشد، آن رویه چگونه است؟

۱. هموار ۲. مینیمال

۳. زینی ۴. چنین رویه ای نمی تواند وجود داشته باشد.

۱۱- در کدام نواحی از یک رویه خم مجانبی وجود ندارد؟

۱. نواحی که خمیدگی گاوسی در آن مثبت است. ۲. نواحی که خمیدگی گاوسی در آن منفی است.

۳. نواحی که خمیدگی میانگین در آن مثبت است. ۴. نواحی که خمیدگی میانگین در آن منفی است.

۱۲- یک شرط لازم و کافی برای آنکه تمامی نقاط یک رویه نافی باشد چیست؟

۱. رویه فشرده باشد. ۲. رویه بخشی از یک صفحه یا یک کره باشد.

۳. رویه یک کره کامل باشد. ۴. خمیدگی گاوسی رویه مثبت باشد.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۳- اگر $b \neq 0$ **باشد، خمیدگی گاوسی مارپیچگون** $X(u,v) = (u\cos v, u\sin v, bv)$ **برابر است با:**

۱. $K = \frac{b^2}{(b^2+u^2)^2}$

۲. $K = \frac{-b^2}{(b^2+u^2)^2}$

۳. $K = \frac{-b^2}{(u^2-b^2)^2}$

۴. $K = \frac{b^2}{(u^2-b^2)^2}$

۱۴- کدام گزینه به بیان صحیح قضیه انطباق خمها می پردازد؟

۱. اگر $\alpha, \beta : I \to E^3$ دو خم دلخواه باشد به طوریکه $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$ و $\tau_\alpha = \pm\tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۲. اگر $\alpha, \beta : I \to E^3$ دو خم با تندی واحد باشد به طوریکه $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$ و $\tau_\alpha = \pm\tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۳. اگر $\alpha, \beta : I \to E^3$ دو خم دلخواه باشد به طوریکه $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$ و $\tau_\alpha = \tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۴. اگر $\alpha, \beta : I \to E^3$ دو خم با تندی واحد باشد به طوریکه $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$ و $\tau_\alpha = \tau_\beta$ آنگاه دو خم قابل انطباقند.

۱۵- اگر $(1 \le i \le 3)E_i$ **یک میدان سه وجهی برازنده روی** $M \subset E^3$ ، $(1 \le i \le 3)\theta_i$ **فرمهای دوگان و** $(1 \le i, j \le 3)\omega_{ij}$ **فرمهای همبندی باشند معادله اساسی تقارن کدامیک از معادلات زیر است؟**

۱. $\omega_{13} \wedge \theta_1 + \omega_{32} \wedge \theta_2 = 0$

۲. $\omega_{31} \wedge \theta_1 + \omega_{32} \wedge \theta_2 = 0$

۳. $\omega_{31} \wedge \theta_1 + \omega_{32} \wedge \theta_3 = 0$

۴. $\omega_{31} \wedge \theta_2 + \omega_{32} \wedge \theta_3 = 0$

۱۶- اگر F **یک ایزومتری از** E^3 **باشد به طوریکه** $F(0) = 0$ **، در این صورت** F **کدامیک از تبدیلات زیر است؟**

۱. انتقال ۲. دوران ۳. متعامد ۴. تجانس

۱۷- شرط لازم و کافی برای آنکه میدان برداری X **روی یک خم متوازی باشد، آن است که :**

۱. مشتق آن، X' صفر باشد.

۲. X ثابت باشد.

۳. X بینهایت بار مشتقپذیر باشد.

۴. X میدان برداری صفر باشد.

۱۸- تابع طول قوس خم $\alpha(t) = (\cosh t, \sinh t, t)$ **کدام گزینه است؟**

۱. $s(t) = \sqrt{2}\cosh t$

۲. $s(t) = \cosh t$

۳. $s(t) = \sinh t$

۴. $s(t) = \sqrt{2}\sinh t$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۹- فرض کنید $x(u,v)=(u,v,f(u,v))$ **یک قطعهٔ مختصات مونژ باشد . اگر** x **هموار باشد آنگاه:**

۱. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2$ در هر نقطه ثابت است.

۲. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2=0$

۳. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2>0$

۴. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2<0$

۲۰- در کدامیک از خمهای زیر عملگر شکلی سرعت خم همواره بر سرعت خم عمود است؟

۱. خم اصلی ۲. خم دوپن ۳. خم منظم ۴. خم مجانبی

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید که نگاره قطعه مختصاتی $X(u,v)=(u,v,\ln\cos v-\ln\cos u)$ **یک رویه مینیمال است و خمیدگی گاوسی آن برابر است با** $K=\dfrac{-\sec^2 u\sec^2 v}{\left(1+\tan^2 u+\tan^2 v\right)^2}$. **۱.۴۰ نمره**

۲- اجزای دستگاه فرنه خم $\alpha(t)=(3t-t^3,3t^2,3t+t^3)$ **را در نقطه** $(-2,3,-4)$ **روی خم محاسبه کنید.** **۱.۴۰ نمره**

۳- فرض کنیم $F:M\to N$ **یک نگاشت رویه ها و** ξ **و** η **فرمهایی روی** N **باشند، ثابت کنید:** **۱.۴۰ نمره**

$$F^*(\xi\wedge\eta)=F^*\xi\wedge F^*\eta$$

۴- فرض کنید $F:E^n\to E^m$ **یک نگاشت،** α **یک خم در** E^n **و** $\beta=F(\alpha)$ **نگاره خم** α **در** E^m **باشد . ثابت کنید** $\beta'=F_*(\alpha')$ **۱.۴۰ نمره**

۵- نشان دهید هر رویه خط دار M **دارای خمیدگی گاوسی** $K\le 0$ **است. علاوه براین، شرط لازم و کافی برای** $K=0$ **آن است که بردار عمود یکهٔ** U **در طول مولد** M **متوازی باشد.** **۱.۴۰ نمره**

1111049 - 90-91-2

وضعيت تكليد	پاسخ صحيح	شماره سوال
عادي	ج	١
عادي	د	٢
عادي	الف	٣
عادي	د	٤
عادي	الف	٥
عادي	ب	٦
عادي	الف	٧
عادي	د	٨
عادي	الف	٩
عادي	ب	١٠
عادي	الف	١١
عادي	ب	١٢
عادي	ب	١٣
عادي	ب	١٤
عادي	ب	١٥
عادي	ج	١٦
عادي	الف	١٧
عادي	د	١٨
عادي	ج	١٩
عادي	د	٢٠

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

سوالات تشریحی

۱- با استفاده از فرمولهای صفحه ۲۴۱ ابتدا ثابت می شود خمیدگی میانگین صفر است سپس خمیدگی گاوسی محاسبه می شود.

۲- مثال ۴،۴ صفحهٔ ۸۱ در نقطه $t=-1$

۳- قسمت سوم قضیه ۷،۵ صفحه ۱۸۴.

۴- قضیه ۸،۷ صفحه ۴۵

۵- لم ۶،۵.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- فرض کنید $f = e^{xyz}$ **باشد. هرگاه** $p = (1,1,-1)$ **و** $v = (2,1,1)$ **آنگاه مقدار** $v_p[f]$ **کدام است؟**

۱. $2e^{-1}$ ۲. $-2e^{-1}$ ۳. e^{-1} ۴. $-e^{-1}$

۲- فرض کنید α **خمی در** E^3 **باشد بطوری که** $\alpha(0) = (1,0,5)$ **و** $\alpha'(t) = (t^2, t, e^t)$ **. در این صورت** $\alpha(t)$ **کدام است؟**

۱. $\alpha(t) = (1/3t^3, 1/2t^2, e^t)$ ۲. $\alpha(t) = (1/3t^3 + 1, 1/2t^2, e^t - 5)$

۳. $\alpha(t) = (1/3t^3 - 1, 1/2t^2, e^t + 5)$ ۴. $\alpha(t) = (1/3t^3 + 1, 1/2t^2, e^t - 6)$

۳- فرض کنید $p = (1,-1,-1)$ **و** $v = (2,1,3)$ **و** $\varphi = (z^2 - 1)dx + dy - xdz$ **. مقدار** $\varphi(v_p)$ **کدام است؟**

۱. ۲ ۲. -۲ ۳. ۳ ۴. -۳

۴- فرض کنید $F : E^n \to E^m$ **یک نگاشت منظم باشد. کدام گزینه نادرست است؟**

۱. در هر نقطهٔ $p \in E^n$ نگاشت F_{*p} یک بیک است.

۲. مرتبهٔ ماتریس ژاکوبی F در $p \in E^n$ برابر n است.

۳. در هر نقطهٔ $p \in E^n$ نگاشت F_{*p} پوشاست.

۴. اگر $F_*(v_p) = 0$ آنگاه $v_p = 0$.

۵- فرض کنید Y **یک میدان برداری روی خم** α **باشد بطوری که** Y **دارای طول ثابت است. در این صورت:**

۱. در هر نقطهٔ خم Y و Y' بر هم عمود هستند

۲. Y میدان برداری ثابت است.

۳. Y میدان برداری مماس است.

۴. Y روی خم α متوازی است.

۶- فرض کنید α **خم منظمی با تابع تندی** v **باشد. در این صورت شتاب** α **برابر است با:**

۱. $\alpha'' = dv/dtT + \kappa vN$ ۲. $\alpha'' = dv/dtN + \kappa vT$

۳. $\alpha'' = dv/dtT + \kappa v^2 N$ ۴. $\alpha'' = dv/dtN + \kappa v^2 T$

۷- فرض کنید $W = 2x^2U_1 + yz^2U_3$ **و** $v = (-2,1,1)$ **در** $p = (1,2,-1)$ **باشد. در این صورت** $\nabla_v W$ **کدام است؟**

۱. $-8U_1(p) - 4U_3(p)$ ۲. $-4U_1(p) - 4U_3(p)$ ۳. $-8U_1(p) - 2U_3(p)$ ۴. $-4U_1(p) - 2U_3(p)$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۸- کدام گزینه درست است؟

۱. هر ایزومتری یک تبدیل متعامد است.

۲. هر ایزومتری یک انتقال است.

۳. اگر F یک ایزومتری و $F(0)=0$ باشد آنگاه F یک انتقال است.

۴. هر انتقال یک ایزومتری است.

۹- فرض کنید $F:E^3\to E^3$ یک ایزومتری سو نگهدار باشد. آنگاه:

۱. $\operatorname{sgn} F=1$ ۲. $\operatorname{sgn} F=-1$ ۳. $\operatorname{sgn} F=\pm 1$ ۴. $\operatorname{sgn} F>0$

۱۰- فرض کنید Y یک میدان برداری روی خم α در E^3 و F یک ایزومتری باشد. در این صورت $\overline{Y}=F_*(Y)$ یک میدان برداری روی خم $\overline{\alpha}=F(\alpha)$ می باشد و:

۱. $\overline{Y}'=F(Y')$ ۲. $\overline{Y}'=F_*(Y')$ ۳. $Y'=F_*(\overline{Y}')$ ۴. $Y'=F(\overline{Y}')$

۱۱- فرض کنید α خمی با تندی واحد در E^3 باشد که دارای خمیدگی و تاب ثابت و مخالف صفر است. آنگاه:

۱. α یک قوسی از دایره است.
۲. α خم مسطح است.
۳. α مارپیچ است.
۴. α مارپیچ استوانه ای است.

۱۲- فرض کنید دو خم α و β با تندی واحد قابل انطباق هستند. آنگاه:

۱. $\kappa_\alpha/\kappa_\beta$ ثابت است.
۲. همواره $\kappa_\alpha=\kappa_\beta$.
۳. همواره $\kappa_\alpha=-\kappa_\beta$.
۴. همواره $\kappa_\alpha=\pm\kappa_\beta$

۱۳- کدامیک از زیر مجموعه های زیر یک رویه است:

۱. $M: z^2=2x^2+y^2$
۲. $M: xy=0, x\ge 0, y\ge 0$
۳. $M: z^2+y^2+x^2=1$
۴. $M: x^2+y^2-z^2=0$

۱۴- فرض کنید $M: g=c$ رویه ای در E^3 باشد در این صورت میدان برداری گرادیان $\nabla g=\sum(\partial g/\partial x_i)U_i$:

۱. یک میدان برداری مماس است.
۲. یک میدان برداری قائم است.
۳. یک میدان متوازی است.
۴. یک تابع روی رویه است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۵- فرض کنید $F:M\to N$ یک نگاشت و $x:D\to M$ نمایش پارامتری M و y نگاشت مرکب $F(x):D\to M$ باشد. آنگاه:

۱. $F_*(y_u)=x_u, F_*(y_v)=x_v$
۲. $F_*(x_u)=y_u, F_*(x_v)=y_v$
۳. $F\ (x_u)=y_u, F\ (x_v)=y_v$
۴. $F\ (y_u)=x_u, F\ (y_v)=x_v$

۱۶- فرض کنید P صفحه ای در E^3 باشد. در این صورت بازای هر میدان برداری قائم یکهٔ U روی P در E^3 :

۱. $S(v)=-\nabla_v U$ ثابت است.
۲. $S(v)=-\nabla_v U=0$
۳. $S(v)=-\nabla_v U>0$
۴. $S(v)=-\nabla_v U<0$

۱۷- فرض کنید P یک نقطهٔ نافی از رویهٔ $M\subset E^3$ باشد. در این صورت بازای هر بردار مماس یکهٔ u در P :

۱. $k(u)=0$
۲. $k(u)>0$
۳. $k(u)<0$
۴. $k(u)$ ثابت است.

۱۸- فرض کنید M یک رویهٔ مینیمال باشد. در این صورت:

۱. خمیدگی متوسط صفر است.
۲. خمیدگی متوسط مثبت است.
۳. خمیدگی متوسط منفی است.
۴. خمیدگی متوسط ثابت است.

۱۹- فرض کنید $x(u,v)=(u,v,f(u,v))$ یک قطعهٔ مختصات مونژ باشد . اگر x هموار باشد آنگاه:

۱. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2$ در هر نقطه ثابت است.
۲. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2=0$
۳. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2>0$
۴. $f_{uu}f_{vv}-f_{uv}^2<0$

۲۰- فرض کنید α خمی از رویهٔ $M\subset E^3$ باشد. هر گاه α یک خط مستقیم باشد در این صورت:

۱. α فقط ژئودزیک است.
۲. α فقط مجانبی است.
۳. α هم ژئودزیک است و هم مجانبی
۴. α نه ژئودزیک است و نه مجانبی.

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر $v_p=(v_1,v_2,v_3)$ یک بردار مماس بر E^3 باشد آنگاه: $v_p[f]=\sum v_i\partial f/\partial x_i(p)$ **۱.۴ نمره**

۲- ثابت کنید اگر α خمی منظم باشد آنگاه می توان برای آن نمایش دیگر β را طوری تعیین کرد که تندی β برابر ۱ باشد. **۱.۴ نمره**

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۳- اگر v و w دو بردار مماس بر E^3 در p باشند و F یک ایزومتری از E^3 آنگاه

$$F_*(v\times w) = \operatorname{sgn} FF_*(v)\times F_*(w)$$

۴- ثابت کنید:

الف) $K = k_1k_2$

ب) $H = (k_1 + k_2)/2$

۵- در یک رویهٔ دلخواه ثابت کنید:

الف) $\omega_{13}\wedge\omega_{23} = K\theta_1\wedge\theta_2$

ب) $\omega_{13}\wedge\theta_2 + \theta_1\wedge\omega_{23} = 2H\theta_1\wedge\theta_2$

1111049 - 90-91-1

رقم السؤال	الجواب الصحيح	وضعت الكلمة
١	ب	جامدي
٢	د	جامدي
٣	ب	جامدي
٤	ج	جامدي
٥	الف	جامدي
٦	ج	جامدي
٧	الف	جامدي
٨	د	جامدي
٩	الف	جامدي
١٠	ب	جامدي
١١	د	جامدي
١٢	د	جامدي
١٣	ج	جامدي
١٤	ب	جامدي
١٥	ب	جامدي
١٦	ب	جامدي
١٧	د	جامدي
١٨	الف	جامدي
١٩	ب	جامدي
٢٠	ج	جامدي