

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- در هندسه اقلیدسی کدام گزینه مفهوم جبری میانبود نقطه  $X$  میان دو نقطه  $P$  و  $Q$  است؟

۱.  $d(P, X) + d(X, Q) \leq d(P, Q)$  ۲.  $X = P + Q$

۳.  $X = \frac{1}{3}P + \frac{2}{3}Q$  ۴.  $d(P, X) + d(X, Q) = d(P, Q)$

۲- در صفحه اقلیدسی کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. ضرب داخلی نگاشتی خطی است.
۲. ضرب داخلی نامتقارن است.
۳. مفهوم ضرب داخلی با اندازه رابطه نزدیکی دارد.
۴. ضرب داخلی زوال ناپذیر نیست.

۳- در صفحه اقلیدسی کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱. هر انعکاس حافظ فاصله نیست.
۲. هر ایزومتري يك انعكاس است.
۳. هر نگاشتی که حافظ فاصله است یک ایزومتري است.
۴. هر ایزومتري حاصل ضرب حداکثر سه انعكاس است.

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. لغزه نابدیهی یک نقطه ثابت دارد.
۲. مجموعه نقاط ثابت هر انعكاس تشكيل يك خط می دهد.
۳. دوران نابدیهی نقطه ثابت ندارد.
۴. مجموعه نقاط ثابت یک ایزومتري فقط یک نقطه یا یک خط راست است.

۵- کدام گزینه صحیح است؟ در صفحه اقلیدسی .....

۱. هر تبدیل آفین یک هم خطی است ولی عكس آن درست نیست.
۲. هر هم خطی یک تبدیل آفین است ولی عكس آن درست نیست.
۳. دو مفهوم تبدیل آفین و ایزومتري يكسان اند.
۴. دو مفهوم هم خطی و تبدیل آفین يكسان اند.

۶- منظور از لغزه بدیهی کدام است؟

۱. انتقال ۲. دوران ۳. انعكاس - انتقال ۴. انعكاس

۷- اگر دو خط ثابت تبدیل آفین متقاطع باشند، آنگاه تقاطع آنها ..... است.

۱. یک نقطه در بی نهایت ۲. یک نقطه
۳. یک نقطه ثابت در بی نهایت ۴. یک نقطه ثابت

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۸- کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱. تجانس مرکزی تجانسی است که دقیقاً یک نقطه ثابت دارد.
۲. تجانسی که دو نقطه را ثابت نگه دارد، تجانس بدیهی نیست.
۳. هر تجانس نابدیهی بی نهایت نقطه ثابت دارد.
۴. نگاشت همانی یک تجانس نیست.

۹- فرض کنید پیکره  $\mathcal{S}$  مجموعه ای شامل دو نقطه باشد. در این صورت،  $AS(\mathcal{S})$  با گروه ماتریس های  $2 \times 2$  به صورت ..... یکرخت است، که در آن  $\mu \neq 0$ .

$$1. \begin{bmatrix} \pm 1 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & \pm \mu \end{bmatrix} \quad 3. \begin{bmatrix} 1 & \pm \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} 1 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix}$$

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. در هندسه تصویری حاصلضرب دو هم خطی یک هم خطی نیست.
۲. نقاط  $p^2$  همان نقاط معمولی می باشند.
۳. هر هم خطی تصویری دست کم یک نقطه ثابت و یک خط ثابت دارد.
۴. در صفحه تصویری دو خط تنها در یک نقطه متقاطع اند.

۱۱- کدام یک نشان دهنده هم خطی تصویری با دو نقطه ثابت است؟

$$1. \begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 2. \begin{bmatrix} 0 & a & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 3. \begin{bmatrix} a & p & 0 \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 4. \begin{bmatrix} a & q & 0 \\ 0 & c & p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱۲- پرسپکتیوی که مرکزش بر محورش واقع باشد، ..... نامیده می شود.

۱. همولوژی
۲. مانستگی
۳. همانی
۴. بالابر

۱۳- در  $p^2$  خطی که از قطب خودش بگذرد ..... نامیده می شود.

۱. خط قطبی
۲. خود مزدوج
۳. مزدوج
۴. خط قاطع

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۴۵۵

۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. در صفحه تصویری هر دو خط که بر یک خط عمودند، موازی هستند.
۲. در صفحه هذلولوی خطوط موازی عمود مشترک دارند.
۳. در صفحه اقلیدسی هر دو خط که بر یک خط عمودند، موازی هستند.
۴. تمام ویژگی های وقوع در دو صفحه تصویری و صفحه هذلولوی یکسان هستند.

۱۵- در  $H^2$  فرض کنید  $l$  و  $m$  خط هایی با بردارهای قائم یکه  $\xi$  و  $\eta$  باشند. اگر  $\xi \times \eta$  نورگونه باشد، آن گاه

۱.  $l$  و  $m$  موازی نامیده می شوند.
۲.  $l$  و  $m$  متقاطع نامیده می شوند.
۳.  $l$  و  $m$  فرا موازی نامیده می شوند.
۴.  $l$  و  $m$  تنها در یک نقطه متقاطع اند.

۱۶- در  $H^2$  اگر خطوط  $\alpha$  و  $\beta$  در نقطه  $P$  متقاطع باشند، آنگاه  $\Omega_\alpha \Omega_\beta$  یک ..... حول  $P$  نامیده می شود.

۱. تغییر مکان موازی
۲. انتقال در امتداد  $l$
۳. فراموازی
۴. دوران

۱۷- در یک چهار ضلعی لامبرت چند زاویه قائمه اند؟

۱. دو
۲. هیچ
۳. یک
۴. سه

۱۸- در کدام هندسه مفهوم نیم صفحه وجود ندارد؟

۱. اقلیدسی
۲.  $P^2$
۳.  $H^2$
۴. در تمام هندسه ها وجود دارد.

۱۹- مقطع مخروطی ساخته شده توسط ماتریس  $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$  در  $P^2$  کدام است؟

۱.  $2x_1^2 + 3x_2^2 = 4$
۲.  $-2x_1^2 + 3x_2^2 = 4$
۳.  $3x_1^2 + 2x_2^2 = 4$
۴.  $-3x_1^2 + 2x_2^2 = 4$

۲۰- فرض کنید  $v \in R^3$

۱.  $b(v, v) > 0$  نورگونه است هرگاه
۲.  $b(v, v) < 0$  نورگونه است هرگاه
۳.  $b(v, v) = 0$  نورگونه است هرگاه
۴.  $b(v, v) = 1$  نورگونه است هرگاه

### سوالات تشریحی

۱- در هندسه اقلیدسی قضیه سه انعکاس را نوشته و اثبات کنید.

۱،۲۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۵۰ تشریحی : ۷۰

سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی / گد درس : ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۲- ثابت کنید هر تبدیل آفین یک هم خطی است.

۱،۲۰ نمره

۳- قضیه اساسی هندسه تصویری را نوشته و اثبات نمائید.

۱،۲۰ نمره

۴- ماتریس دوران هذلولوی را بدست آورید.

۱،۲۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر تبدیل آفین  $T$  سه نقطه ناهمخط را ثابت نگه دارد، آنگاه  $T$  تبدیل همانی است.

۱،۲۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت كليد |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | ج         | عادي       |
| 2             | ج         | عادي       |
| 3             | د         | عادي       |
| 4             | ب         | عادي       |
| 5             | د         | عادي       |
| 6             | د         | عادي       |
| 7             | د         | عادي       |
| 8             | الف       | عادي       |
| 9             | الف       | عادي       |
| 10            | ج         | عادي       |
| 11            | الف       | عادي       |
| 12            | د         | عادي       |
| 13            | ب         | عادي       |
| 14            | ج         | عادي       |
| 15            | الف       | عادي       |
| 16            | د         | عادي       |
| 17            | د         | عادي       |
| 18            | ب         | عادي       |
| 19            | ب         | عادي       |
| 20            | ج         | عادي       |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- در نامساوی کوشی - شوارتس که به ازای هر دو بردار  $x$  و  $y$  در  $R^2$  به صورت  $|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\|$  است تساوی برقرار می شود اگر و فقط اگر

۱.  $x, y$  مساوی باشند.
۲.  $x, y$  مخالف صفر باشند.
۳.  $x, y$  متناسب باشند.
۴.  $x, y$  معکوس یکدیگر باشند.

۲- اگر  $v, w$  یک زوج متعامد یکه در  $R^2$  باشند در این صورت به ازای هر  $x \in R^2$  داریم

۱.  $x = \langle x, v \rangle v + \langle x, w \rangle w$
۲.  $x = \langle x, v \rangle w + \langle x, w \rangle v$
۳.  $x = \langle x, v \rangle x + \langle x, w \rangle w$
۴.  $x = \langle x, v \rangle v + \langle x, w \rangle x$

۳- در هندسه اقلیدسی اگر  $l \perp n$  و  $m \perp n$  آنگاه

۱.  $l \parallel m$
۲.  $l = m$  یا  $l \parallel m$
۳.  $l = m$
۴.  $l \perp m$  یا  $l \parallel m$

۴- در هندسه اقلیدسی هر زیرمجموعه از صفحه را یک ..... می نامیم.

۱. پیکره
۲. نمودار
۳. تصویر
۴. مجموعه ای از نقاط

۵- اگر  $l$  خطی در  $R^2$  باشد کدام گزینه در مورد  $TRANS(l)$  صحیح نیست؟

۱. گروهی آبدی است.
۲. یکریخت با  $(R, +)$  است.
۳. یک حرکت است.
۴. یک عضو آن ایزومتري نیست.

۶- کدام گزینه در مورد گروه دوران های حول مبدا در هندسه اقلیدسی صحیح نیست؟

۱. با  $O(2)$  نمایش داده می شود.
۲. با  $SO(2)$  نمایش داده می شود.
۳. آبدی است.
۴. اعضای آن حرکت هستند.

۷- اگر  $M$  نقطه وسط پاره خط  $QR$  باشد کدام گزینه در مورد انعکاس آفین  $[P:Q \leftrightarrow R]$  صحیح است؟

۱. خط  $PM$  را به صورت نقطه به نقطه ثابت نگه می دارد.
۲. بعضی خطوط موازی  $QR$  را ثابت نگه می دارد.
۳. یک ایزومتري است.
۴. هم خطی نیست.

۸- تبدیل آفین  $T$  را تجانس نامیم هرگاه به ازای هر خط  $l$  داشته باشیم

۱.  $Tl = l$
۲.  $Tl \parallel l$
۳.  $Tl = l$  یا  $Tl \parallel l$
۴.  $Tl \perp l$  یا  $Tl \parallel l$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۹- تجانس که دو نقطه ثابت داشته باشد

۱. انتقال نابدیهی است. ۲. انعکاس نابدیهی است. ۳. دوران نابدیهی است. ۴. همانی است.

۱۰- گروه تقارن های آفین پیکره ای که تنها شامل یک نقطه است کدام است؟

۱.  $GL(2)$  ۲.  $GL(3)$  ۳.  $O(2)$  ۴.  $SO(2)$

۱۱- در  $E^2$  مختصات گرانیگاهی توسط ..... ایجاد می شود.

۱. سه نقطه نا همخط ۲. سه نقطه روی یک خط  
۳. دو نقطه روی یک خط ۴. یک نقطه و یک خط

۱۲- بر اساس مختصات گرانیگاهی صفحه  $E^2$  به چند قسمت تقسیم می شود؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۴ ۴. ۷

۱۳- گروه تقارن های آفین یک مثلث چند عضو دارد؟

۱. ۲ ۲. ۴ ۳. ۶ ۴. ۸

۱۴- در یک مثلث متساوی الاضلاع دوران های چند درجه حول مرکز آن ایزومتري هستند؟

۱. ۶۰ درجه ۲. ۹۰ درجه ۳. ۱۲۰ درجه ۴. ۱۸۰ درجه

۱۵- در  $H^2$  اگر  $X$  یک نقطه و  $l$  یک خط باشند آنگاه چند خط وجود دارد که از  $X$  میگذرد و بر  $l$  عمود است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. بینهایت ۴. خطی وجود ندارد.

۱۶- قضیه دزارگ در کدام هندسه مطرح می شود؟

۱. هندسه اقلیدسی ۲. هندسه کروی ۳. هندسه تصویری ۴. هندسه هذلولوی

۱۷- گروه هم خطی های تصویری  $PGL(2)$  با کدامیک از موارد زیر یکرخت است؟

۱.  $GL(3)$  ۲.  $GL(2)$  ۳.  $SL(3)$  ۴.  $O(3)$

۱۸- فرض کنید  $l$  و  $m$  خط هایی با بردارهای قائم یکه  $\xi$  و  $\eta$  باشند. اگر  $\xi \times \eta$  زمان گونه باشد  $l$  و  $m$  را ..... و اگر

$\xi \times \eta$  فضا گونه باشند  $l$  و  $m$  را ..... نامند.

۱. متقاطع - فراموازی ۲. متقاطع - موازی ۳. موازی - فراموازی ۴. فراموازی - موازی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۴۵۵

۱۹- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  خط هایی موازی در هندسه هذلولوی باشند آنگاه  $\Omega_\alpha \Omega_\beta$  را یک ..... می نامیم.

۱. دوران      ۲. انتقال      ۳. تغییر مکان موازی      ۴. لغزه

۲۰- در الگوی کلاین هندسه هذلولوی دسته خطی که روی مرز یکدیگر را قطع می کنند کدامند؟

۱. موازی      ۲. فراموازی      ۳. متقاطع      ۴. همراستا

### سوالات تشریحی

۱- در هندسه اقلیدسی ثابت کنید  $\Omega_l(X) = X$  اگر و تنها اگر  $X \in l$ . ۱.۲۰ نمره

۲- قضیه سه انعکاس برای دسته خط موازی  $P$  با عمود مشترک  $l$  در هندسه اقلیدسی را بیان و ثابت کنید. ۱.۲۰ نمره

۳- در هندسه آفین ثابت کنید تجانسی که دو نقطه را ثابت نگه دارد تجانس بدیهی است. ۱.۲۰ نمره

۴- تشابه در هندسه اقلیدسی را تعریف کنید و ثابت کنید هر تشابه یک تبدیل آفین است. ۱.۲۰ نمره

۵- فرض کنید  $T$  یک انتقال نابدیهی در امتداد خط  $l$  در هندسه اقلیدسی باشد. ثابت کنید بردار راستایی مانند  $v$  برای خط  $l$  وجود دارد که به ازای هر  $x \in E^2$  داریم  $Tx = x + v$ . ۱.۲۰ نمره

برعکس ثابت کنید اگر  $v \neq 0$  بردار راستای دلخواهی از خط  $l$  باشد آنگاه نگاشت  $Tx = x + v$  یک انتقال در امتداد  $l$  است.

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت كليد |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | ج         | عادي       |
| 2             | الف       | عادي       |
| 3             | ب         | عادي       |
| 4             | الف       | عادي       |
| 5             | د         | عادي       |
| 6             | الف       | عادي       |
| 7             | الف       | عادي       |
| 8             | ج         | عادي       |
| 9             | د         | عادي       |
| 10            | الف       | عادي       |
| 11            | الف       | عادي       |
| 12            | د         | عادي       |
| 13            | ج         | عادي       |
| 14            | ج         | عادي       |
| 15            | الف       | عادي       |
| 16            | ج         | عادي       |
| 17            | ج         | عادي       |
| 18            | الف       | عادي       |
| 19            | ج         | عادي       |
| 20            | الف       | عادي       |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- دو پیکره  $L$  و  $L_p$  قابل انطباق هستند اگر .....

۱. ایزومتري وجود داشته باشد به طوري كه  $L$  و  $L_p$  را بر يكدیگر بنگارد.
۲. انتقالی وجود داشته باشد به طوري كه  $L$  و  $L_p$  را بر يكدیگر بنگارد.
۳. تجانس وجود داشته باشد به طوري كه  $L$  و  $L_p$  را بر يكدیگر بنگارد.
۴. دورانی وجود داشته باشد به طوري كه  $L$  و  $L_p$  را بر يكدیگر بنگارد.

۲- کدام گزینه در هندسه اقلیدسی نادرست است؟

۱. هر ایزومتري يك انعكاس است.
۲. هر انعكاس، يك ایزومتري است.
۳. هر انعكاس دوسوئی است.
۴. هر انعكاس حافظ فاصله است.

۳- کدام گزینه در هندسه اقلیدسی نادرست است؟

۱. هر لغزه يك انعكاس است.
۲. هر ایزومتري دوسوئی است.
۳. هر ایزومتري فاصله را حفظ می کند.
۴. هر ایزومتري يك حرکت است.

۴- کدام گزینه در هندسه اقلیدسی نادرست است؟

۱. دوران نابديهی نقطه ثابت ندارد.
۲. انتقال نابديهی نقطه ثابت ندارد.
۳. لغزه نابديهی نقطه ثابت ندارد.
۴. تمام نقاط صفحه، نقاط ثابت تابع همانی هستند.

۵- فرض کنید  $l, l'$  دو خط ثابت تبدیل آفین  $T$  باشند. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر  $l, l'$  متقاطع باشند، آنگاه نگاره های آنها تحت  $T$  ثابت نگه داشته می شود.
۲. اگر  $l, l'$  متقاطع باشند، آنگاه نقطه تقاطع آنها يك نقطه ثابت است.
۳. اگر  $l, l'$  موازی باشند، آنگاه هر خط متعلق به دسته خطوط موازی با این دو خط توسط  $T$  ثابت نگه داشته می شود.
۴. اگر  $l, l'$  موازی باشند، آنگاه نگاره های آنها تحت  $T$  ثابت نگه داشته می شود.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱. هر تجانس حداکثر یک خط ثابت دارد.
۲. هر تجانس یک تبدیل آفین است.
۳. هر تجانسی که دو نقطه ثابت داشته باشد، تجانس بديهی است.
۴. هر تجانس نابديهی حداکثر یک نقطه ثابت دارد.

۷- کدام گزینه درست است؟

۱.  $(ref \theta)(ref \varphi) = ref(\varphi + \frac{\theta}{2})$
۲.  $(ref \theta)(ref \varphi) = rot 2(\theta - \varphi)$
۳.  $(ref \theta)(ref \varphi) = ref(\varphi + \theta)$
۴.  $(ref \theta)(ref \varphi) = rot(\varphi - \theta)$

۸- هر نیم دور یک تجانس مرکزی با ضریب تجانس ..... است.

۱.  $k = -1$
۲.  $k = 1$
۳.  $k = 2$
۴.  $k = -2$

۹- در صفحه تصویری  $P^2$  کدام یک از گزینه های زیر برقرار نیست؟

۱. خطوط موازی وجود دارند.
۲. بر هر دو نقطه، تنها یک خط می گذرد.
۳. بر هر خط دست کم سه نقطه واقع است.
۴. هر دو خط متقاطع هستند.

۱۰- کدام گزینه در مورد هم خطی های تصویری درست است؟

۱. دست کم یک نقطه ثابت و یک خط ثابت دارند.
۲. حداکثر یک نقطه ثابت دارند.
۳. حداکثر یک خط ثابت دارند.
۴. حداکثر یک نقطه ثابت و یک خط ثابت دارند.

۱۱- فرض کنیم  $P$  نقطه دلخواهی از  $E^2$  و  $\{v, N\}$  زوجی متعامد یکه است. کدام یک از گزینه های زیر با خط  $P + [v]$  برابر است؟

۱.  $\{X \mid \langle X - P, N \rangle = 0\}$
۲.  $\{X \mid \langle X, N \rangle = 0\}$
۳.  $\{X \mid \langle X - P, N \rangle = 1\}$
۴.  $\{X \mid \langle X + P, N \rangle = 0\}$

۱۲- مجموعه انتقال ها در امتداد خط  $l$ ،  $Trans(l)$ ، با کدام گزینه یکرخت است؟

۱.  $(R, +)$
۲.  $(Q, +)$
۳.  $(Z, +)$
۴.  $(C, +)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۳- مجموعه  $T(E^*)$  متشکل از انتقال های  $E^*$ ، تحت عمل جمع برداری با کدام گزینه یکرخت است؟

۱.  $(R^*, +)$  ۲.  $(Q^*, +)$  ۳.  $(C^*, +)$  ۴.  $(R, +)$

۱۴- دو تبدیل آفین  $Tx = Ax + b$ ,  $\tilde{T}x = \tilde{A}x + \tilde{b}$  را در نظر بگیرید. جزء خطی و جزء آفین ترکیب  $T\tilde{T}$  کدام است؟

۱. جزء خطی  $A\tilde{A}$  و جزء آفین  $A\tilde{b} + b$  ۲. جزء خطی  $A\tilde{A}$  و جزء آفین  $\tilde{b}$   
۳. جزء خطی  $\tilde{A}$  و جزء آفین  $A\tilde{b} + b$  ۴. جزء خطی  $A\tilde{A}$  و جزء آفین  $A\tilde{b} - b$

۱۵- در هندسه اقلیدسی، حاصل ضرب یک انعکاس و یک انتقال در امتداد محور انعکاس کدام است؟

۱. لغزه ۲. تجانس ۳. دوران ۴. ایزومتري

۱۶- ماتریس متناظر هر تبدیل آفین روی  $\mathbb{R}^2$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ 0 & 1 & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ 0 & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ 1 & a_{22} & b_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۷- ماتریس قیچی  $T$  که نقاط ثابت آن محور  $X$  است برابر است با:

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۸- کدام گزینه نادرست است؟

۱. هر انعکاس آفین، یک ایزومتري است.  
۲. هر انعکاس آفین، یک نگاشت برگشتی است.  
۳. هر انعکاس آفین معمولی نسبت به یک خط، یک انعکاس آفین است.  
۴. هر انعکاس آفین، یک نقطه را ثابت و دو نقطه دیگر را با هم جابجا می کند.

۱۹- کدام یک از مجموعه های زیر خطوط ثابت انعکاس  $\Omega_m$  است؟

۱. خط  $m$  و دسته خطوط عمود بر آن ۲. خط  $m$   
۳. خط  $m$  و دسته خطوط موازی بر آن ۴. انعکاس خط ثابت ندارد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۲۰- کدام گزینه در هندسه آفین نادرست است؟

۱. هر هم خطی یک ایزومتري است.
۲. هر تبدیل آفین یک هم خطی است.
۳. هر هم خطی یک تبدیل آفین است.
۴. هر ایزومتري یک تبدیل آفین است.

### سوالات تشریحی

۱- فرض کنید  $T = \Omega_\alpha \Omega_\beta$  عضوی از  $Trans(l)$  و  $m, n$  دو خط دلخواه عمود بر خط  $l$  باشند. ثابت کنید دو خط منحصربفرد  $m', n'$  وجود دارند به طوری که

$$T = \Omega_m \Omega_{m'} = \Omega_n \Omega_{n'}.$$

۲- ثابت کنید برای هر دو مثلث  $PQR$  و  $P'Q'R'$ ، یک تبدیل آفین منحصربفرد مانند  $T$  وجود دارد به طوری که

$$T(R) = R', \quad T(Q) = Q', \quad T(P) = P'.$$

۳- قضایای دزارگ و پاپوس را در هندسه تصویری بیان کنید. (بدون اثبات)

۴- ثابت کنید سه نقطه  $P, Q, R \in P^2$  بر یک خط واقعند اگر و تنها اگر یا

الف)  $d(P, Q) + d(Q, R) = d(P, R)$

یا

ب)  $d(P, Q) + d(Q, R) + d(P, R) = \pi$

۵- ثابت کنید در هندسه تصویری

الف) هر نیم دور یک انعکاس است.

ب) هر انعکاس نیز یک نیم دور است.

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت كليد |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | الف       | عادي       |
| 2             | الف       | عادي       |
| 3             | الف       | عادي       |
| 4             | الف       | عادي       |
| 5             | الف       | عادي       |
| 6             | الف       | عادي       |
| 7             | ب         | عادي       |
| 8             | الف       | عادي       |
| 9             | الف       | عادي       |
| 10            | الف       | عادي       |
| 11            | الف       | عادي       |
| 12            | الف       | عادي       |
| 13            | الف       | عادي       |
| 14            | الف       | عادي       |
| 15            | الف       | عادي       |
| 16            | الف       | عادي       |
| 17            | الف       | عادي       |
| 18            | الف       | عادي       |
| 19            | الف       | عادي       |
| 20            | الف       | عادي       |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- در هندسه اقلیدسی کدام مورد نادرست است؟

۱. دو خط متمایز حداکثر یک نقطه تقاطع دارند.
۲. ضرب داخلی نگاشتی دوخطی، متقارن است.
۳. مفهوم اندازه و ضرب داخلی هیچ ارتباطی با هم ندارند.
۴. هر خط توسط دو نقطه اش به طور یکتا مشخص می شود.

۲- انعکاس نسبت به خط، نگاشتی چون  $\Omega_l$  از  $E^2$  به  $E^2$  است که

۱.  $\Omega_l x = x + 2 < x - p, N > N$
۲.  $\Omega_l x = x - 2 < x - p, N > N$
۳.  $\Omega_l x = x - 2 < x + p, N > N$
۴.  $\Omega_l x = 2x - < x + p, N > N$

۳- ماتریس نمایشگر انعکاس نسبت به خط گذرنده از مبدا با بردار راستای  $(\cos \theta, \sin \theta)$  کدام یک از موارد زیر است؟

۱.  $\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$
۲.  $\begin{bmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$
۳.  $\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix}$
۴.  $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$

۴- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱.  $(ref)(rot \varphi) = ref(\theta - \frac{\varphi}{2})$
۲.  $(ref)(rot \varphi) = ref(2\theta - \frac{\varphi}{2})$
۳.  $(ref)(rot \varphi) = ref(2\theta + \frac{\varphi}{2})$
۴.  $(ref)(rot \varphi) = ref(\varphi - \frac{\theta}{2})$

۵- در هندسه اقلیدسی کدام گزاره درست است.

۱. مجموعه دوران های حول مبدا همراه با انعکاس هایی که محور آنها از مبدا می گذرد، گروه نیست.
۲. مجموعه نقاط ثابت هر انعکاس تشکیل یک خط نمی دهند.
۳. دوران نابدیهی دقیقا یک نقطه ثابت دارد.
۴. لغزه حاصلضرب یک انعکاس و یک انتقال در امتداد محور انعکاس است.

۶- در هندسه اقلیدسی کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱. انتقال نابدیهی نقطه ثابت دارد.
۲. لغزه نابدیهی نقطه ثابت دارد.
۳. مجموعه نقاط ثابت هر انعکاس تشکیل یک خط می دهد.
۴. دوران نابدیهی یک خط ثابت دارد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۷- در هندسه اقلیدسی کدام گزاره نادرست است؟

۱. هر تبدیل آفین یک همخطی است.
۲. هر تبدیل آفین حافظ توازی خطوط است.
۳. هر تبدیل آفین حافظ همخطی نقاط روی یک خط دلخواه است.
۴. هر همخطی یک ایزومتري است.

۸- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟

۱. اگر دو خط موازی نباشند، نگاره‌های آنها تحت هر تبدیل آفین موازی است.
۲. هر تبدیل آفین ترتیب نقاط روی هر خط را حفظ نمی‌کند.
۳. تجانسی که دو نقطه را ثابت نگه دارد، تجانس بدیهی است.
۴. تجانسی که هیچ نقطه ثابت ندارد یک انتقال نمی‌باشد.

۹-  $AF(2)$  زیر گروه کدام یک از موارد زیر است؟

۱. گروه ماتریس‌های  $3 \times 3$  وارون ناپذیر
۲. گروه ماتریس‌های  $2 \times 2$  وارون ناپذیر
۳. گروه ماتریس‌های  $3 \times 3$  وارون پذیر
۴. گروه ماتریس‌های  $2 \times 2$  وارون ناپذیر

۱۰- تجانسی که هیچ نقطه ثابتی ندارد یک ..... است.

۱. انتقال
۲. عدد حقیقی
۳. نقطه ثابت
۴. خط

۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱. هر هم خطی تصویری دست کم یک نقطه ثابت و یک خط ثابت دارد.
۲. مجموعه تمام هم خطی‌های  $P^2$  یک گروه است.
۳. مجموعه تمام هم خطی‌های  $P^2$  یک گروه آبلی است.
۴. دو خط متمایز در  $P^2$  فقط یک نقطه تلاقی دارند.

۱۲- مجموعه تمام هم خطی‌های  $P^2$  یک ..... است.

۱. هم خطی
۲. گروه
۳. دسته خطوط موازی
۴. دسته خطوط متقاطع

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۳- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟

۱. مثلث سه مجانبی مثلثی است که اضلاع آن خط های دو به دو موازی اند.
۲. گروه تقارن  $n$  ضلعی حاصل با گروه تقارن  $n$  ضلعی منتظم هندسه اقلیدسی یکریخت نیست.
۳. گروه تقارن  $n$  ضلعی حاصل با گروه تقارن  $2n$  ضلعی منتظم هندسه اقلیدسی یکریخت است.
۴. گروه تقارن  $2n$  ضلعی حاصل با گروه تقارن  $n$  ضلعی منتظم هندسه اقلیدسی یکریخت است.

۱۴- ماتریس نمایش یک هم خطی تصویری با دو نقطه ثابت کدام مورد زیر است؟

۱.  $\begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۲.  $\begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 1 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۳.  $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ p & c & 0 \\ 0 & q & 1 \end{bmatrix}$
۴.  $\begin{bmatrix} a & p & 0 \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۵- پرسپکتیوی که مرکزش بر محورش واقع باشد، ..... نامیده می شود.

۱. همولوژی
۲. مانستگی
۳. ماتریس نمایشگر
۴. بالابر

۱۶- مقطع مخروطی حاصل از ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$  کدام گزینه زیر است؟

۱.  $2x_1^2 + 3x_2^2 = 4$
۲.  $2x_1^2 - 3x_2^2 = 4$
۳.  $2x_1^2 + 3x_2^2 = -4$
۴.  $-2x_1^2 + 3x_2^2 = -4$

۱۷- هر پایه متعامد یکه دو بردار ..... و یک بردار ..... دارد.

۱. زمان گونه - فضاگونه
۲. نورگونه - فضاگونه
۳. فضاگونه - نورگونه
۴. زمان گونه - نورگونه

۱۸- فرض کنید  $l$  و  $m$  خط هایی با بردارهای قائم یکه  $\xi$  و  $\eta$  باشند. در این صورت فراموازی گفته می شوند هرگاه

۱.  $\xi \times \eta$  زمان گونه باشد.
۲.  $\xi \times \eta$  موازی باشد.
۳.  $\xi \times \eta$  نورگونه باشد.
۴.  $\xi \times \eta$  فضاگونه باشد.

۱۹- فاصله بین دو نقطه  $x, y \in H^2$  کدام گزینه زیر است؟

۱.  $d(x, y) = \cos^{-1}(-b(x, y))$
۲.  $d(x, y) = \cosh^{-1}(-b(x, y))$
۳.  $d(x, y) = \sinh^{-1}(-b(x, y))$
۴.  $d(x, y) = \sin^{-1}(-b(x, y))$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۲۰- در هندسه  $H^2$  اگر  $\alpha$  و  $\beta$  موازی باشند، آن گاه  $\Omega_\alpha \Omega_\beta$  یک ..... نامیده می شود.

۱. انتقال در امتداد خط  $L$
۲. تغییر مکان موازی
۳. دوران
۴. لغزه

### سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید  $P$ ،  $Q$  و  $R$  سه نقطه متمایز هستند. در این صورت،  $|R-Q|^2 = |Q-P|^2 + |R-Q|^2$  اگر و تنها اگر دو خط  $\vec{PQ}$  و  $\vec{RQ}$  متعامد باشند.  
۱،۲۰ نمره
- ۲- نشان دهید هر ایزومتري  $E^2$  یک حرکت است.  
۱،۲۰ نمره
- ۳- نشان دهید به ازای هر دو مثلث  $PQR$  و  $P'Q'R'$  تبدیل آفین یکتای  $T$  وجود دارد که  $TR = R'$  و  $TP = P'$  و  $TQ = Q'$ .  
۱،۲۰ نمره
- ۴- قضیه دزارگ و قضیه پاپوس در هندسه تصویری را بیان کنید (بدون اثبات).  
۱،۲۰ نمره
- ۵- در هندسه تصویری سه نقطه  $P, Q, R$  بر یک خط واقعند اگر و فقط اگر  $d(P, R) = d(P, Q) + d(Q, R)$  یا اینکه  $d(P, R) + d(P, Q) + d(Q, R) = \pi$ .  
۱،۲۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت گلبه |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | ج         | همادي      |
| 2             | ب         | همادي      |
| 3             | الف       | همادي      |
| 4             | الف       | همادي      |
| 5             | ج         | همادي      |
| 6             | ج         | همادي      |
| 7             | د         | همادي      |
| 8             | ج         | همادي      |
| 9             | ج         | همادي      |
| 10            | الف       | همادي      |
| 11            | ج         | همادي      |
| 12            | ب         | همادي      |
| 13            | الف       | همادي      |
| 14            | الف       | همادي      |
| 15            | د         | همادي      |
| 16            | الف       | همادي      |
| 17            | ج         | همادي      |
| 18            | د         | همادي      |
| 19            | ب         | همادي      |
| 20            | ب         | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- کدام گزاره در هندسه اقلیدسی نادرست است.

۱.  $\Omega_l(x) = x$  اگر و تنها اگر  $x \in l$ . ۲. در  $E^2$  دو خط عمود بر یک خط، موازی اند.

۳. مجموعه انتقال‌های خط  $l$  یک گروه آبلی است. ۴. مجموعه دوران‌های حول مبدأ یک گروه ناآبلی است.

۲- فرض کنیم  $a, b$  و  $c$  سه عدد حقیقی هستند در این صورت مجموعه  $\{(x, y) | ax + by + c = 0\}$  برابر است با:

۱. مجموعه تهی اگر  $a = 0$  و  $b = 0$  و  $c = 0$  ۲. تمام صفحه اگر  $a \neq 0$  و  $b \neq 0$  و  $c = 0$

۳. خطی با بردار  $(a, b)$  اگر  $a = b = 0$  و  $c \neq 0$  ۴. تمام صفحه اگر  $a = 0$  و  $b = 0$  و  $c = 0$

۳- کدام گزاره در هندسه اقلیدسی درست است.

۱. دوران غیربدیهی نقطه ثابت ندارد.

۲. مجموعه تهی نقطه ثابت یک ایزومتري نمی‌باشد.

۳. هر نیم‌دور دسته‌ای از خطوط خاص را ثابت نگه می‌دارد.

۴. مجموعه نقاط ثابت یک ایزومتري فقط یک نقطه یا یک خط راست است.

۴- اگر  $n, m$  و  $l$  سه خط در  $R^2$  باشند. عبارت درست کدام است؟

۱. اگر  $l \parallel m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l \perp n$  ۲. اگر  $l \perp m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l \perp n$

۳. اگر  $l \parallel m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l \parallel n$  ۴. اگر  $l \perp m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l = n$

۵- نگاشت پوشای  $T$  از  $E^2$  به  $E^2$  را یک ایزومتري (یا طول پایی) می‌نامیم اگر برای هر  $X$  و  $Y$  در  $E^2$ :

۱.  $d(Tx, Tx) = d(Ty, Ty)$  ۲.  $d(Tx, Ty) = d(x, y)$

۳.  $d(Tx, Ty) = d(Ty, Tx)$  ۴.  $d(Tx, x) = d(Ty, y)$

۶- فرض کنید  $T$  یک لغزنده و  $\Omega_\alpha$  انعکاس دلخواه باشد. در این صورت  $\Omega_\alpha T$  برابر کدام است؟

۱. انعکاس یا انتقال ۲. انعکاس یا دوران ۳. انتقال یا دوران ۴. تنها انعکاس است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۷- کدام گزینه صحیح است. در صفح اقلیدسی .....

۱. هر هم خطی یک تبدیل آفین است ولی عکس آن برقرار نیست.

۲. هر تبدیل آفین یک ایزومتري است ولی عکس آن برقرار نیست.

۳. دو مفهوم هم خطی و تبدیل آفین یکسان اند.

۴. دو مفهوم تبدیل آفین و ایزومتري یکسان اند.

۸- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است.

$$1. (rot \theta)(ref \varphi) = ref \left( \varphi + \frac{\theta}{2} \right)$$

$$2. (rot \theta)(ref \varphi) = ref \left( \varphi - \frac{\theta}{2} \right)$$

$$3. (ref \theta)(rot \varphi) = ref \left( \theta + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$4. (ref \theta)(ref \varphi)(ref \phi) = ref (\theta + \varphi + \phi)$$

۹- فرض کنید M نقطه وسط پاره خط QR و P نقطه ای نا همخط با Q و R باشد. در این صورت انعکاس آفین  $[P; Q \leftrightarrow R]$  کدام نقاط را ثابت نگه می دارد؟

۱. همه نقاط خط  $\overline{PM}$  ۲. همه نقاط خط  $\overline{PR}$  ۳. همه نقاط خط  $\overline{PQ}$  ۴. تنها نقطه P

۱۰- کدام یک از گزاره های زیر صحیح است.

۱. اگر T یک انعکاس باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انتقال است.

۲. اگر T یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انعکاس است.

۳. اگر T یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  نگاشت همانی است.

۴. اگر T یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انتقال است.

۱۱- گروه تقارن های یک پاره خط عبارتند از :

۱. دو جایگشت یک نیم دور و یک انعکاس

۲. دو انعکاس یک نیم دور یک جایگشت همانی

۳. یک دوران یک جایگشت و یک انعکاس

۴. یک انعکاس یک نیم دور و جایگشت همانی

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ : تستی : ۶۰ : تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات: تستی : ۲۰ : تشریحی : ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۲- کدام یک از گزاره های زیر نادرست است.

۱. هر دو  $m$  ضلعی منتظم متشابه اند.

۲. گروه های تقارن هر دو  $m$  ضلعی منتظم در  $I(E^2)$  مزدوج نیستند.

۳. فرض کنید  $P$  یک  $m$  ضلعی منتظم است در این صورت  $S(P) = D_m$ .

۴. هر گروه دو وجهی  $D_m$  گروه تقارن یک پیکره است.

۱۳- فرض کنید  $P$  نقطه ای در  $E^2$  است. در این صورت به ازای هر  $x \in E^2$ ، نیم دور  $H_p$  حول  $P$  برابر است با

$$H_p(x) = x + 2p \quad ۲.$$

$$H_p(x) = -x + 2p \quad ۱.$$

$$H_p(x) = x - p \quad ۴.$$

$$H_p(x) = -x + p \quad ۳.$$

۱۴- تجانسی که هیچ نقطه ثابت ندارد یک ..... است.

۱. دوران

۲. بدیهی

۳. خط گذرنده از مبدا

۴. انتقال

۱۵- از دو نقطه متمایز در  $p^2$ :

۱. بینهایت خط می گذرد.

۲. تنها یک خط می گذرد.

۳. دو خط متقاطع می گذرد.

۴. ممکن است خطی نگذرد.

۱۶- اگر  $\xi$  و  $\eta$  دو بردار فضاگونه باشند به طوری که  $\xi \times \eta$  زمان گونه باشد، آنگاه

$$b(\xi, \eta) < b(\xi, \xi)b(\eta, \eta) \quad ۱.$$

$$b(\xi, \eta)^2 < b(\xi, \xi)b(\eta, \eta) \quad ۲.$$

$$b(\xi, \eta)^2 = b(\xi, \xi)b(\eta, \eta) \quad ۳.$$

$$b(\xi, \eta) > b(\xi, \xi)b(\eta, \eta) \quad ۴.$$

۱۷- بردار  $v \in R^3$  را برداری ..... می نامیم اگر  $b(v, v) < 0$

۱. زمان گونه

۲. فضاگونه

۳. نورگونه

۴. متعامدیکه

۱۸- در هندسه  $H^2$  خطوط  $m$  و  $l$  با بردارهای قائم یکه  $\eta$  و  $\xi$  موازی گویند هرگاه

۱.  $\xi \times \eta$  زمان گونه باشد.

۲.  $\xi \times \eta$  فضاگونه باشد.

۳.  $\xi \times \eta$  نورگونه باشد.

۴.  $\xi \times \eta$  متعامد یکه باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۹- در هندسه  $H^2$  کدام گزاره نادرست است.

۱. هر دو دسته متمایز از خطوط موازی خط مشترک یکتایی دارند.

۲. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  موازی باشند، آن گاه  $\Omega_\alpha \Omega_\beta$  خط ثابتی ندارد.

۳. مثلث سه مجانبی مثلثی است که اضلاع آن خط‌های دو به دو موازی‌اند.

۴. در این هندسه چهارضلعی‌های محدب چهار زاویه قائمه دارند.

۲۰- اگر  $H^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid x_3 > 0, b(x, x) = -1\}$  آن گاه  $H^2$ :

۱. نیمه بالایی هذلولیوار دویارچه است.

۲. نیمه پایینی هذلولیوار دویارچه است.

۳. نیمه بالایی هذلولیوار یک پارچه است.

۴. نیمه بالایی یک مخروط بیضوی است.

### سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

۱- دو خط متمایز  $l$  و  $m$  موازی‌اند اگر و تنها اگر یک راستا داشته باشند.

۱.۲۰ نمره

۲- هر تبدیل آفین یک هم خطی است.

۱.۲۰ نمره

۳- فرض کنید  $G$  زیرگروهی متناهی از گروه  $AF(2)$  است. در این صورت  $G$  نقطه ثابت دارد.

۱.۲۰ نمره

۴- قضیه پاپوس و قضیه اساسی در هندسه تصویری را بیان کنید (بدون اثبات).

۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید مجموع اندازه‌های سه زاویه هر مثلث برابر  $\pi$  رادیان است.

# 1111050 - 98-99-3

| نمبره سوال | د پاسخ صحیح | وضاحت کتید |
|------------|-------------|------------|
| 1          | 4           | عادي       |
| 2          | 4           | عادي       |
| 3          | 3           | عادي       |
| 4          | 1           | عادي       |
| 5          | 2           | عادي       |
| 6          | 3           | عادي       |
| 7          | 3           | عادي       |
| 8          | 1           | عادي       |
| 9          | 1           | عادي       |
| 10         | 4           | عادي       |
| 11         | 2           | عادي       |
| 12         | 2           | عادي       |
| 13         | 1           | عادي       |
| 14         | 4           | عادي       |
| 15         | 2           | عادي       |
| 16         | 2           | عادي       |
| 17         | 1           | عادي       |
| 18         | 3           | عادي       |
| 19         | 4           | عادي       |
| 20         | 1           | عادي       |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- به ازای دو بردار  $x$  و  $y$  در  $R^2$  نامساوی  $|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\|$  نامساوی ..... نامیده می شود و تساوی برقرار است اگر و فقط اگر .....

۱. کوشی شوارتز -  $x$  و  $y$  متناسب باشند.

۲. کوشی شوارتز -  $x$  مضرب مثبتی از  $y$  باشد یا برعکس.

۳. مثلثی -  $x$  و  $y$  متناسب باشند.

۴. مثلثی -  $x$  مضرب مثبتی از  $y$  باشد یا برعکس.

۲- فرض کنید  $X$  یک نقطه و  $l$  یک خط باشد. فرض کنید  $F$  محل تلاقی  $l$  با خط عمودی باشد که از  $X$  بر  $l$  رسم شده است. در این صورت اگر  $P$  نقطه دلخواهی از  $l$  و  $N$  بردار یکه و فائم بر  $l$  باشد، آنگاه

$$d(X, F) = |\langle X, N \rangle| \quad ۲.$$

$$d(X, F) = |\langle X - P, N \rangle| \quad ۱.$$

$$d(X, F) = |X - 2\langle X - P, N \rangle N| \quad ۴.$$

$$d(X, F) = |X - 2\langle X - P, N \rangle N| \quad ۳.$$

۳- در هندسه اقلیدسی اگر  $P$  نقطه ای واقع بر خط  $l$  با بردار یکه قائم  $N$  باشد کدام گزینه تساوی را کامل می کند؟  
 $\Omega_l X = \dots\dots\dots$

$$X - 2\langle X - P, N \rangle N \quad ۲.$$

$$X + 2\langle X - P, N \rangle N \quad ۱.$$

$$X + \langle X - P, N \rangle N \quad ۴.$$

$$X - \langle X - P, N \rangle N \quad ۳.$$

۴- در هندسه اقلیدسی مرتبه گروه تقارنی مثلث متساوی الساقین برابر است با

۴ . ۴

۳ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۱

۵- در هندسه اقلیدسی اگر  $m$  و  $n$  دو خط عمود بر خط  $l$  باشند آنگاه  $\Omega_m \Omega_n$  یک ..... است.

۱. انتقال در امتداد  $m$       ۲. انتقال در امتداد  $n$       ۳. انتقال در امتداد  $l$       ۴. انعکاس نسبت به  $l$

۶- در هندسه اقلیدسی اگر  $P$  دسته خط عمود بر خط  $l$  باشد هر عضو  $REF(P)$  .....

۱. انتقالی در امتداد  $l$  است.

۲. انعکاسی نسبت به یکی از خطوط  $P$  است.

۳. به شکل حاصلضرب سه عضو  $REF(P)$  نوشته می شود.

۴. موارد ۱ و ۲

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۷- کدام گزینه در مورد  $AF(2)$  صحیح نیست؟

۱. گروه تبدیلات آفین دو بعدی است.
۲. زیر گروهی از  $SL(3)$  است.
۳. گروه هم خطی های دو بعدی است.
۴. به شکل ماتریسهای  $3 \times 3$  نوشته می شود.

۸- کدام ماتریس نمایشگر انعکاس نسبت به خط گذرا از مبدا با بردار راستای  $(\cos \theta, \sin \theta)$  است؟

۱.  $\begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix}$
۲.  $\begin{bmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$
۳.  $\begin{bmatrix} \sin 2\theta & \cos 2\theta \\ \cos 2\theta & -\sin 2\theta \end{bmatrix}$
۴.  $\begin{bmatrix} -\sin 2\theta & \cos 2\theta \\ \cos 2\theta & \sin 2\theta \end{bmatrix}$

۹- در هندسه اقلیدسی کدام ایزومتري فقط یک نقطه ثابت دارد؟

۱. لغزه
۲. انتقال
۳. انعکاس
۴. دوران

۱۰- در هندسه کروی  $SO(3)$  متناظر با کدام نگاشتها است؟

۱. انعکاسها
۲. لغزه ها
۳. دوران ها
۴. موارد ۱ و ۲

۱۱- تعداد نقاط تلاقی دو خط در هندسه کروی و تصویری به ترتیب ..... و ..... است..

۱. ۲ - ۱
۲. ۱ - ۲
۳. ۱ - ۱
۴. ۲ - ۲

۱۲- هر هم خطی تصویری حداقل ..... نقطه ثابت و ..... خط ثابت دارد.

۱. ۱ - ۲
۲. ۲ - ۱
۳. ۱ - ۱
۴. ۲ - ۲

۱۳- در هندسه تصویری فرض کنید  $P$  نقطه ای ناواقع بر خط  $l$  باشد. در این صورت گروه هم خطی هایی که  $P, l$  را ثابت نگه می دارند با کدام گزینه یکرخت است؟

۱.  $GL(2)$
۲.  $PGL(2)$
۳.  $AF(2)$
۴.  $SL(2)$

۱۴- هر هم خطی تصویری با دو نقطه ثابت حداقل ..... خط ثابت دارد.

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۴

۱۵- پرسپکتیوی که مرکزش بر محورش واقع باشد ..... نامیده می شود.

۱. همولوژی
۲. هم خطی
۳. مانستگی
۴. بالابر

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ : تستی : ۶۰ : تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ : تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۶- در هندسه هذلولوی هر پایه متعامد یکه شامل ..... است.

۱. یک بردار فضا گونه و دو بردار زمان گونه
۲. دو بردار فضا گونه و یک بردار زمان گونه
۳. یک بردار فضا گونه و دو بردار نور گونه
۴. دو بردار فضا گونه و یک بردار نور گونه

۱۷- به ازای هر خط  $\alpha$  در  $H^2$  و هر نقطه  $x \in R^3$  اگر  $x$  زمان گونه باشد آنگاه  $\Omega_\alpha x$

۱. فضا گونه است.
۲. نور گونه است.
۳. زمان گونه است.
۴. هر سه مورد ممکن است.

۱۸- در  $H^2$  مجموعه دوران های حول نقطه  $P$  با ..... یکرخت است.

۱.  $SO(2)$
۲.  $SO(3)$
۳.  $O(2)$
۴.  $O(3)$

۱۹- در هندسه هذلولوی دو خط  $l_1$  و  $l_2$  نسبت به هم ..... حالت دارند.

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۴

۲۰- در کدام هندسه، مثلثی وجود دارد که اضلاع آن موازیند.

۱. اقلیدسی
۲. کروی
۳. تصویری
۴. هذلولوی

### سوالات تشریحی

۱- در هندسه اقلیدسی ثابت کنید دو خط  $l$  و  $m$  موازیند اگر و فقط اگر دارای راستای یکسان باشند. (راستای خط  $p + [v]$ ، مجموعه  $[v]$  است.)

۲- در هندسه اقلیدسی ثابت کنید  $TRANS(l)$  یک گروه آبدی و یکرخت با گروه جمعی اعداد حقیقی است.

۳- فرض کنید  $T = \Omega_\alpha \Omega_\beta$  عضوی از  $TRANS(l)$  است. اگر  $m, n$  دو خط دلخواه عمود بر  $l$  باشند آنگاه دو خط منحصر بفرد  $m', n'$  وجود دارند به طوری که  $T = \Omega_m \Omega_{m'} = \Omega_n \Omega_{n'}$ .

۴- ثابت کنید هر تبدیل آفین یک هم خطی است.

۵- نقاط و خطوط ثابت تبدیل آفین  $TX = AX + B$  که در آن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وصفيت نكبت |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | الف       | همادي      |
| 2             | الف       | همادي      |
| 3             | ب         | همادي      |
| 4             | ب         | همادي      |
| 5             | ج         | همادي      |
| 6             | د         | همادي      |
| 7             | ب         | همادي      |
| 8             | الف       | همادي      |
| 9             | د         | همادي      |
| 10            | ج         | همادي      |
| 11            | ب         | همادي      |
| 12            | ج         | همادي      |
| 13            | الف       | همادي      |
| 14            | ب         | همادي      |
| 15            | د         | همادي      |
| 16            | ب         | همادي      |
| 17            | ج         | همادي      |
| 18            | الف       | همادي      |
| 19            | ج         | همادي      |
| 20            | د         | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- در هندسه اقلیدسی کدام یک از موارد زیر نمی تواند یک انعکاس باشد؟

۱. انعکاس آفین      ۲. ایزومتري      ۳. دوران      ۴. حرکت

۲- مجموعه انتقال ها در امتداد یک خط در  $E^2$ :

۱. یک گروه دوری و یکریخت با گروه جمعی اعداد حقیقی است.  
۲. یک گروه دوری و یکریخت با گروه جمعی اعداد صحیح است.  
۳. یک گروه آبلی و یکریخت با گروه جمعی اعداد گویا است.  
۴. یک گروه آبلی و یکریخت با گروه جمعی اعداد حقیقی است.

۳- اگر  $g$  و  $T$  دو ایزومتري  $E^2$  باشند، آن گاه کدام یک از گزاره های زیر صحیح است؟

۱. اگر  $T$  یک انعکاس باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انتقال است.  
۲. اگر  $T$  یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انعکاس است.  
۳. اگر  $T$  یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  نگاشت همانی است.  
۴. اگر  $T$  یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انتقال است.

۴- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱.  $(rot \theta)(ref \varphi) = ref \left( \varphi + \frac{\theta}{2} \right)$   
۲.  $(ref \theta)(rot \varphi) = rot \left( \theta + \frac{\varphi}{2} \right)$   
۳.  $(rot \theta)(ref \varphi) = ref \left( \varphi - \frac{\theta}{2} \right)$   
۴.  $(ref \theta)(ref \varphi)(ref \phi) = ref (\theta + \varphi + \phi)$

۵- منظور از لغزه بدیهی کدام است؟

۱. انعکاس      ۲. انتقال      ۳. دوران      ۴. انعکاس - انتقال

۶- در هندسه اقلیدسی کدام گزاره نادرست است؟

۱. دوران غیربدیهی یک نقطه ثابت دارد.  
۲. هر لغزه غیر بدیهی دارای نقطه ثابت نیست.  
۳. مجموعه نقاط ثابت یک ایزومتري یک نقطه یا یک خط راست است.  
۴. هر نیم دور دسته ای از خطوط خاص را ثابت نگه می دارد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۷- دو انعکاس متمایز  $\Omega_l$  و  $\Omega_m$  جابجایی می شوند اگر و فقط اگر

۱.  $l$  موازی  $m$  باشد.
۲.  $l$  و  $m$  متقاطع نباشند.
۳.  $m$  عمود بر  $l$  باشد.
۴.  $l$  و  $m$  متقاطع باشند.

۸- در هندسه اقلیدسی کدام گزاره نادرست است؟

۱. هر تبدیل آفین یک هم خطی است.
۲. هر هم خطی یک ایزومتري است.
۳. هر تبدیل آفین حافظ توازی خطوط است.
۴. هر تبدیل آفین حافظ هم خطی نقاط روی یک خط دلخواه است.

۹- به ازای هر دو نقطه  $x, y$  از  $E^n$  کدام گزینه درست است؟

۱.  $T_\lambda + T_\mu(X) = T_{\lambda\mu}(X)$
۲.  $T_\lambda \cdot T_\mu(X) = T_{\lambda\mu}(X)$
۳.  $d(T^{-1}X, T^{-1}Y) = d(TX, TY)$
۴.  $d(\Omega_\lambda X, \Omega_\lambda Y) = d(X, Y)$

۱۰- ماتریس قیچی  $T$  که نقاط ثابت آن محور  $x$  ها است عبارت است از

۱.  $S_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۲.  $S_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \lambda \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۳.  $S_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \lambda \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۴.  $S_\lambda = \begin{bmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ 0 & 1 & \lambda \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۱- کدام یک از گزاره های زیر نادرست است.

۱. هر دو  $m$  ضلعی منتظم متشابه اند.
۲. گروه های تقارن هر دو  $m$  ضلعی منتظم در  $I(E^2)$  مزدوج اند.
۳. فرض کنید  $P$  یک  $m$  ضلعی منتظم است در این صورت  $S(p) \neq D_m$ .
۴. هر گروه دو وجهی  $D_m$  گروه تقارن یک پیکره است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۲- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۱.  $GL(2)$  گروه ماتریس‌های حقیقی  $2 \times 2$  وارون ناپذیر است.

۲.  $GL(2)$  گروه ماتریس‌های حقیقی  $2 \times 2$  وارون پذیر است.

۳.  $GL(2)$  گروه ماتریس‌های جابجایی حقیقی  $2 \times 2$  است.

۴.  $GL(2)$  گروه ماتریس‌های حقیقی  $2 \times 2$  است.

۱۳- در هندسه هذلولوی و در الگوی  $D^2$  دو خط موازیند اگر در  $D^2$  متقاطع باشند..

۱. خارج ۲. داخل ۳. مرز ۴. مرز یا خارج

۱۴- کدام گزینه درست نیست؟

۱.  $T(E^\vee)$  با گروه جمعی  $R^\vee$  یکرخت است. ۲.  $I(E^\vee)$  زیر گروه آبدی  $T(E^\vee)$  است.

۳.  $TRANS(l)$  با گروه جمعی اعداد حقیقی یکرخت است. ۴.  $TRANS(l)$  زیر گروه  $I(E^\vee)$  است.

۱۵- هر هم‌خطی تصویری حداقل ..... نقطه ثابت و ..... خط ثابت دارد.

۱. یک - یک ۲. دو - یک ۳. یک - دو ۴. دو - دو

۱۶- فرض کنید  $p$  و  $l$  به ترتیب یک نقطه و یک خط بر  $P^2$  باشند به طوری که  $p \in l$ . در این صورت نمایش ماتریسی هر هم‌خطی تصویری که  $p$  و  $l$  را ثابت نگه می‌دارد کدام است؟ ( $ac \neq 0$ )

۱.  $\begin{bmatrix} a & b & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} a & b & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 0 & b & q \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 0 & 1 & q \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$

۱۷- کدام یک انعکاس نسبت به خط ۱ است؟

۱.  $\Omega_p X = X - 2 \langle X - P, N \rangle N$  ۲.  $\Omega_p X = X - \langle X - P, N \rangle N$

۳.  $\Omega_p X = X - \langle X - P, N \rangle$  ۴.  $\Omega_p X = X + 2 \langle X - P, N \rangle N$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۴۵۵

۱۸- کدام گزینه درست نیست؟

۱. حاصل ضرب سه انعکاس نسبت به سه خط، یک انعکاس نسبت به خطی از این دسته است.
۲. مجموعه دوران های حول مبدأ یک گروه غیر آبدی است.
۳. حاصل ضرب یک دوران و یک انعکاس، یک انعکاس است.
۴. هر ایزومتري یکی از چهار نگاشت انعکاس، انتقال، دوران یا لغزه است.

۱۹- بردار  $v \in R^3$  را برداری ..... می نامیم اگر  $b(v, v) > 0$ .

۱. زمان گونه
۲. فضا گونه
۳. نور گونه
۴. متعامدیکه

۲۰- لازمه اینکه یک نگاشت  $T$  یک ایزومتري از  $E^2$  به  $E^2$  باشد آن است که

۱. نگاشت  $T$  فاصله را حفظ کند.
۲. نگاشت  $T$  یک به یک و پوشا باشد.
۳. نگاشت  $T$  یک به یک باشد.
۴. نگاشت  $T$  پوشا باشد و فاصله را حفظ کند.

### سوالات تشریحی

۱- (قضیه سه انعکاس) فرض کنیم سه خط  $\alpha, \beta, \gamma$  از نقطه  $P$  بگذرند. در این صورت خط یکتای  $\delta$  وجود دارد که از  $P$  می گذرد و  $\Omega_\alpha \Omega_\beta \Omega_\gamma = \Omega_\delta$ .

۲- (قضیه نمایش انتقال ها) فرض کنید  $T = \Omega_\alpha \Omega_\beta$  عضوی از  $TRANS(1)$  است. اگر  $m$  و  $n$  دو خط دلخواه عمود بر خط  $l$  باشند، آن گاه دو خط منحصر بفرد  $m'$  و  $n'$  وجود دارند به طوری که  $T = \Omega_m \Omega_{m'} = \Omega_n \Omega_{n'}$ .

۳- تبدیل آفین  $T$  و خط  $l = P + [v]$  را در نظر بگیرید. ثابت کنید  $Tl$  برابر است با خط  $TP + [Av]$  که در آن  $A$  ماتریس جزء خطی  $T$  است.

۴- اگر  $P$  و  $Q$  دو نقطه خود مزدوج در  $P^2$  باشند، آن گاه  $\overrightarrow{PQ}$  خود مزدوج نیست.

۵- فرض کنید  $T$  یک ایزومتري  $H^2$  باشد. در این صورت نقاط  $P, Q$  و  $R$  در  $H^2$ ، بر یک خط قرار دارند اگر و فقط اگر  $TP, TQ$  و  $TR$  بر یک خط باشند.

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وصفیت کلبه |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | ب         | جمادی      |
| 2             | ج         | جمادی      |
| 3             | د         | جمادی      |
| 4             | الف       | جمادی      |
| 5             | الف       | جمادی      |
| 6             | ج         | جمادی      |
| 7             | ج         | جمادی      |
| 8             | ب         | جمادی      |
| 9             | د         | جمادی      |
| 10            | الف       | جمادی      |
| 11            | ج         | جمادی      |
| 12            | ب         | جمادی      |
| 13            | ج         | جمادی      |
| 14            | ب         | جمادی      |
| 15            | الف       | جمادی      |
| 16            | الف       | جمادی      |
| 17            | الف       | جمادی      |
| 18            | ب         | جمادی      |
| 19            | ب         | جمادی      |
| 20            | د         | جمادی      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- نگاشتی چون  $\Omega_l$  که به ازای هر  $x \in E^2$  به صورت  $\Omega_l(x) = x - 2 \langle x - p, N \rangle N$  تعریف شده است که در آن  $l$  یک خط دلخواه،  $p$  نقطه‌ای روی  $l$  و  $N$  بردار یکه عمود بر  $l$  است. در این صورت  $\Omega_l$  یک ..... است.

۱. دوران ۲. انتقال ۳. انعکاس ۴. لغزه

۲- کدام گزاره در هندسه اقلیدسی نادرست است.

۱.  $\Omega_l(x) = x$  اگر و تنها اگر  $x \in l$ .  
۲. در  $E^2$  دو خط عمود بر یک خط، موازی‌اند.  
۳. مجموعه انتقال‌های خط  $l$  یک گروه آبلی است.  
۴. مجموعه دوران‌های حول مبدأ یک گروه ناآبلی است.

۳- کدام گزاره در هندسه اقلیدسی درست است.

۱. دوران غیربديهي نقطه ثابت ندارد.  
۲. مجموعه تهی نقطه ثابت یک ایزومتري نمی‌باشد.  
۳. هر نیمدور دسته‌ای از خطوط خاص را ثابت نگه می‌دارد.  
۴. مجموعه نقاط ثابت یک ایزومتري فقط یک نقطه یا یک خط راست است.

۴- انعکاس آفین  $T = [P; Q \leftrightarrow R]$  یک ایزومتري است اگر و تنها اگر

۱.  $\overrightarrow{PM} \perp \overrightarrow{QR}$   
۲.  $\overrightarrow{PM} \parallel \overrightarrow{QR}$   
۳.  $T$  نگاشت همانی باشد.  
۴.  $T$  نگاشت پوشا نباشد.

۵- هر نیم دور یک تجانس مرکزی با ضریب تجانس ..... است.

۱.  $k = 0$  ۲.  $k = 1$  ۳.  $k = -1$  ۴.  $k = \frac{1}{2}$

۶- کدام گزینه صحیح است. در صفح اقلیدسی .....

۱. هر هم خطی یک تبدیل آفین است ولی عکس آن برقرار نیست.  
۲. هر تبدیل آفین یک ایزومتري است ولی عکس آن برقرار نیست.  
۳. دو مفهوم هم خطی و تبدیل آفین یکسان‌اند.  
۴. دو مفهوم تبدیل آفین و ایزومتري یکسان‌اند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۷- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است.

۱.  $(rot \theta)(ref \varphi) = ref(\varphi + \frac{\theta}{2})$

۲.  $(rot \theta)(ref \varphi) = ref(\varphi - \frac{\theta}{2})$

۳.  $(ref \theta)(rot \varphi) = ref(\theta + \frac{\varphi}{2})$

۴.  $(ref \theta)(ref \varphi)(ref \phi) = ref(\theta + \varphi + \phi)$

۸- نگاشت  $T: E^2 \rightarrow E^2$  را ..... گویند هر گاه عدد ثابت  $k \geq 0$  موجود باشد به قسمی که به ازای هر  $x, y \in E^2$  رابطه  $d(Tx, Ty) = kd(x, y)$  برقرار باشد.

۱. دوران

۲. تشابه

۳. تجانس

۴. تقارن

۹- کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است.

۱. اگر  $T$  یک انعکاس باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انتقال است.

۲. اگر  $T$  یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انعکاس است.

۳. اگر  $T$  یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  نگاشت همانی است.

۴. اگر  $T$  یک انتقال باشد، آن گاه  $g^{-1}Tg$  یک انتقال است.

۱۰- فرض کنید  $\{Q_k\}$  مجموعه راس‌های یک  $m$  ضلعی منتظم است. در این صورت

۱.  $\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m Q_k = p$  ۲.  $\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m Q_k = 0$  ۳.  $\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m Q_k = 0$  ۴.  $\frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m Q_k = p$

۱۱- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است.

۱. هر دو  $m$  ضلعی منتظم متشابه‌اند.

۲. گروه‌های تقارن هر دو  $m$  ضلعی منتظم در  $I(E^2)$  مزدوج نیستند.

۳. فرض کنید  $P$  یک  $m$  ضلعی منتظم است در این صورت  $S(P) = D_m$ .

۴. هر گروه دو وجهی  $D_m$  گروه تقارن یک پیکره است.

۱۲- اگر محور پرسپکتیو  $l_\infty$  و این پرسپکتیو یک بالابر باشد، آن گاه کدام یک ماتریس آن می‌باشد؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & p \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۳- فرض کنید  $P$  نقطه‌ای در  $E^2$  است. در این صورت به ازای هر  $x \in E^2$ ، نیم دور  $H_p$  حول  $P$  برابر است با

۲.  $H_p(x) = x + 2p$

۱.  $H_p(x) = -x + 2p$

۴.  $H_p(x) = x - p$

۳.  $H_p(x) = -x + p$

۱۴- تجانسی که هیچ نقطه ثابت ندارد یک ..... است.

۱. دوران      ۲. بدیهی      ۳. خط گذرنده از مبدا      ۴. انتقال

۱۵- هر هم خطی تصویری .....

۱. دست کم یک نقطه ثابت و یک خط ثابت دارد.  
۲. دست کم یک نقطه ثابت دارد ولی خط ثابت ندارد.  
۳. دارای نقطه ثابت و خط ثابت نمی‌باشد.  
۴. بی‌نهایت نقطه ثابت و خط ثابت دارد.

۱۶- اگر  $\xi$  و  $\eta$  دو بردار فضاگونه باشند به طوری که  $\xi \times \eta$  زمان گونه باشد، آنگاه

۲.  $b(\xi, \eta)^2 < b(\xi, \xi)b(\eta, \eta)$

۱.  $b(\xi, \eta) < b(\xi, \xi)b(\eta, \eta)$

۴.  $b(\xi, \eta) > b(\xi, \xi)b(\eta, \eta)$

۳.  $b(\xi, \eta)^2 = b(\xi, \xi)b(\eta, \eta)$

۱۷- بردار  $v \in R^3$  را برداری ..... می‌نامیم اگر  $b(v, v) < 0$

۱. زمان گونه      ۲. فضاگونه      ۳. نورگونه      ۴. متعامدیکه

۱۸- در هندسه  $H^2$  خطوط  $m$  و  $l$  با بردارهای قائم یکه  $\eta$  و  $\xi$  موازی گویند هرگاه

۱.  $\xi \times \eta$  زمان گونه باشد.  
۲.  $\xi \times \eta$  فضاگونه باشد.  
۳.  $\xi \times \eta$  نورگونه باشد.  
۴.  $\xi \times \eta$  متعامد یکه باشد.

۱۹- در هندسه  $H^2$  کدام گزاره نادرست است.

۱. هر دو دسته متمایز از خطوط موازی خط مشترک یکتایی دارند.  
۲. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  موازی باشند، آنگاه  $\Omega_\alpha \Omega_\beta$  خط ثابتی ندارد.  
۳. مثلث سه مجانبی مثلثی است که اضلاع آن خط‌های دو به دو موازی‌اند.  
۴. در این هندسه چهارضلعی‌های محدب چهار زاویه قائمه دارند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۴۵۵

۲۰- در هندسه  $H^2$  اگر  $\alpha$  و  $\beta$  موازی باشند، آن گاه  $\Omega_\alpha \Omega_\beta$  یک ..... نامیده می شود.

۱. دوران ۲. انتقال در امتداد یک خط

۳. تغییر مکان موازی ۴. ایزومتري

### سوالات تشریحی

۱- دو خط متمایز  $l$  و  $m$  موازی اند اگر و تنها اگر یک راستا داشته باشند. ۱.۲۰ نمره

۲- هر تبدیل آفین یک هم خطی است. ۱.۲۰ نمره

۳- فرض کنید  $G$  زیر گروهی متناهی از گروه  $AF(2)$  است. در این صورت  $G$  نقطه ثابت دارد. ۱.۲۰ نمره

۴- قضیه پاپوس و قضیه اساسی در هندسه تصویری را بیان کنید (بدون اثبات). ۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید مجموع اندازه های سه زاویه هر مثلث برابر  $\pi$  رادیان است. ۱.۲۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت گلبه |
|---------------|-----------|------------|
| ۱             | ج         | همادي      |
| ۲             | د         | همادي      |
| ۳             | ج         | همادي      |
| ۴             | الف       | همادي      |
| ۵             | ج         | همادي      |
| ۶             | ج         | همادي      |
| ۷             | الف       | همادي      |
| ۸             | ب         | همادي      |
| ۹             | د         | همادي      |
| ۱۰            | الف       | همادي      |
| ۱۱            | ب         | همادي      |
| ۱۲            | د         | همادي      |
| ۱۳            | الف       | همادي      |
| ۱۴            | د         | همادي      |
| ۱۵            | الف       | همادي      |
| ۱۶            | ب         | همادي      |
| ۱۷            | الف       | همادي      |
| ۱۸            | ج         | همادي      |
| ۱۹            | د         | همادي      |
| ۲۰            | ج         | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- تابع فاصله در هندسه اقلیدسی کدامیک از خواص زیر را ندارد؟

۱. نامساوی مثلثی      ۲. نامساوی کوشی      ۳. تقارن      ۴. مثبت بودن

۲- در کدام هندسه بین دو نقطه ممکن است دو پاره خط واقع باشد؟

۱. اقلیدسی      ۲. کروی      ۳. هذلولوی      ۴. هیچ هندسه ای

۳- در هندسه اقلیدسی دو خط متمایز ..... یک نقطه تقاطع دارند.

۱. حداقل      ۲. حداکثر      ۳. دقیقاً      ۴. هیچ

۴- پای عمود مرسوم از یک نقطه خارج یک خط در کدام هندسه منحصر بفرد نیست؟

۱. اقلیدسی      ۲. کروی      ۳. هذلولوی      ۴. افین

۵- در هندسه اقلیدسی دو خط موازیند اگر .....

۱. دارای یک راستا باشند      ۲. بر هم منطبق باشند  
۳. کمتر از دو تقاطع داشته باشند      ۴. نمی توانند موازی باشند

۶- در هندسه کروی دو خط موازیند اگر.....

۱. در یک راستا باشند      ۲. دارای تقاطع نباشند  
۳. بر هم عمود نباشند      ۴. نمی توانند موازی باشند

۷- در هندسه اقلیدسی انعکاس ..... را حفظ نمی کند.

۱. فاصله      ۲. تعامد      ۳. جهت زاویه      ۴. توازی

۸- در هندسه اقلیدسی کدام خاصیت برای انعکاس برقرار نیست؟

۱. حفظ جهت زاویه      ۲. ایزومتري      ۳. خود توانی      ۴. دوسویی

۹- در هندسه اقلیدسی کدام خاصیت در مورد ایزومتري برقرار نیست؟

۱. ترکیب ایزومتريها نیز ایزومتري است.      ۲. معکوس ایزومتري نیز ایزومتري است.  
۳. تجانس یک ایزومتري است.      ۴. همانی یک ایزومتري است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ : تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ : تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۰- کدام قضیه در مورد هندسه آفین برقرار نیست؟

۱. هر ایزومتري يك تبدیل آفین است
۲. هر تبدیل آفین يك همخطی است
۳. هر ایزومتري يك هم خطی است
۴. هر همخطی يك ایزومتري است

۱۱- در هندسه کروی اگر A یک ..... باشد A - نیز ..... است. (منظور از A - قرینه A نسبت به مبدا مختصات است)

۱. قطب - قطب
۲. قطب-کانون
۳. کانون - قطب
۴. کانون - کانون

۱۲- اگر دو خط ثابت تبدیل آفین ..... باشند آنگاه نقطه تقاطع آنها تحت این تبدیل آفین ..... است

۱. متقاطع-ثابت
۲. موازی - ثابت
۳. متقاطع -- نا ثابت
۴. موازی --- نا ثابت

۱۳- در کدام هندسه اگر نقطه ای بر یک خط باشد قرینه آن نقطه نسبت به مبدا مختصات بر آن خط قرار ندارد.

۱. اقلیدسی
۲. کروی
۳. هذلولوی
۴. طولی

۱۴- اگر تبدیل آفینی ..... نقطه ناهمخط را ثابت نگه دارد همانی است

۱. 1
۲. 2
۳. 3
۴. 4

۱۵- در هندسه کروی

۱. دوران دارای دو نقطه ثابت منحصر بفرد است.
۲. انعکاس دارای دو خط ثابت است.
۳. لغزه نابدیهی نقطه ثابت ندارد.
۴. تابع همانی فقط یک نقطه ثابت دارد.

۱۶- در هندسه کروی

۱. نیمدور فقط عمود مشترک خطوط گذرنده از یک نقطه را ثابت نگه می دارد.
۲. نیمدور فقط خطوط گذرنده از یک نقطه را ثابت نگه می دارد.
۳. یک دوران خط قطبی دوران را ثابت نگه می دارد.
۴. نگاشت متقاطر تمام خطوط را ثابت نگه می دارد.

۱۷- در هندسه کروی هر پاره خط و متمم آن .....عمود منصف دارند.

۱. یک
۲. حداقل یک
۳. حد اکثر یک
۴. هیچ

۱۸- در هندسه کروی حاصلضرب انعکاسهای عمود منصفهای اضلاع یک مثلث یک ..... است.

۱. دوران
۲. انعکاس
۳. تجانس
۴. انتقال

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ : تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ : تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۹- در هندسه تصویری هر خط یک مقطع مخروطی را ..... قطع می کند.

۱. در یک نقطه      ۲. در دو نقطه      ۳. حداکثر در یک نقطه      ۴. حد اکثر در دو نقطه

۲۰- در هندسه هذلولوی اگر ضرب خارجی بردارهای قائم دو خط زمان گونه باشند آن دو خط.....اند.

۱. متقاطع      ۲. موازی      ۳. فراموازی      ۴. متنافر

### سوالات تشریحی

۱- مفهوم هم خطی در هندسه تصویری را توضیح دهید. ۱.۲۰ نمره

۲- ثابت کنید در هندسه کروی اگر  $T$  یک ایزومتري باشد و  $S$  پاره خط کوچک باشد  $TS$  نیز چنین است. ۱.۲۰ نمره

۳- گروه تقارنی انواع مثلث (مختلف الاضلاع، متساوی الساقین و متساوی الاضلاع) در هندسه اقلیدسی را با تعیین اعضای آنها مشخص کنید؟ ۱.۲۰ نمره

۴- ثابت کنید در هندسه اقلیدسی مجموعه دورانهای حول مبدا یک گروه آبدی است. ۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید در هندسه آفین هر پاره خط توسط نقاط انتهاییش مشخص می شود. ۱.۲۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت گلبه |
|---------------|-----------|------------|
| ۱             | ب         | همادي      |
| ۲             | ب         | همادي      |
| ۳             | ب         | همادي      |
| ۴             | ب         | همادي      |
| ۵             | الف       | همادي      |
| ۶             | د         | همادي      |
| ۷             | ج         | همادي      |
| ۸             | الف       | همادي      |
| ۹             | ج         | همادي      |
| ۱۰            | د         | همادي      |
| ۱۱            | الف       | همادي      |
| ۱۲            | الف       | همادي      |
| ۱۳            | ج         | همادي      |
| ۱۴            | ج         | همادي      |
| ۱۵            | ج         | همادي      |
| ۱۶            | د         | همادي      |
| ۱۷            | الف       | همادي      |
| ۱۸            | ب         | همادي      |
| ۱۹            | د         | همادي      |
| ۲۰            | الف       | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- اگر  $x = \langle x_1, x_2 \rangle$  و  $y = \langle y_1, y_2 \rangle$  آنگاه ضرب داخلی دو بردار برابر است با:

۱.  $\langle x_1 y_1, x_2 y_2 \rangle$  ۲.  $\langle x_1 x_2, y_1 y_2 \rangle$  ۳.  $x_1 y_1 + x_2 y_2$  ۴.  $x_1 x_2 + y_1 y_2$

۲- فرض کنیم  $a, b$  و  $c$  سه عدد حقیقی هستند در این صورت مجموعه  $\{(x, y) | ax + by + c = 0\}$  برابر است با:

۱. مجموعه تهی اگر  $a = 0$  و  $b = 0$  و  $c = 0$  ۲. تمام صفحه اگر  $a \neq 0$  و  $b \neq 0$  و  $c = 0$   
۳. خطی با بردار  $(a, b)$  اگر  $a = b = 0$  و  $c \neq 0$  ۴. تمام صفحه اگر  $a = 0$  و  $b = 0$  و  $c = 0$

۳- اگر  $n, m$  و  $l$  سه خط در  $R^2$  باشند. عبارت درست کدام است؟

۱. اگر  $l \parallel m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l \perp m$  ۲. اگر  $l \perp m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l \perp n$   
۳. اگر  $l \parallel m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l \parallel n$  ۴. اگر  $l \perp m$  و  $m \perp n$  آن گاه  $l = n$

۴- نگاشت پوشای  $T$  از  $E^2$  به  $E^2$  را یک ایزومتري (یا طول پایی) می نامیم اگر برای هر  $X$  و  $Y$  در  $E^2$ :

۱.  $d(Tx, Tx) = d(Ty, Ty)$  ۲.  $d(Tx, Ty) = d(x, y)$   
۳.  $d(Tx, Ty) = d(Ty, Tx)$  ۴.  $d(Tx, x) = d(Ty, y)$

۵- فرض کنید  $T$  یک لغزنده و  $\Omega_\alpha$  انعکاس دلخواه باشد. در این صورت  $\Omega_\alpha T$  برابر کدام است؟

۱. انعکاس یا انتقال ۲. انعکاس یا دوران ۳. انتقال یا دوران ۴. تنها انعکاس است.

۶- تبدیل آفین  $T$  و خط  $l = p + [v]$  در نظر بگیرید. هرگاه  $A$  ماتریس جزء خطی  $T$  باشد. در این صورت  $Tl$  برابر است با:

۱.  $p + [Av]$  ۲.  $TP + [Av]$  ۳.  $TP + [v]$  ۴.  $p + [v]$

۷- فرض کنید  $M$  نقطه وسط پاره خط  $QR$  و  $P$  نقطه ای نا همخط با  $Q$  و  $R$  باشد. در این صورت انعکاس آفین  $[P; Q \leftrightarrow R]$  کدام نقاط را ثابت نگه می دارد؟

۱. همه نقاط خط  $\overline{PM}$  ۲. همه نقاط خط  $\overline{PR}$  ۳. همه نقاط خط  $\overline{PQ}$  ۴. تنها نقطه  $P$

۸- هر نیم دور، یک تجانس مرکزی با ضریب تجانس:

۱.  $k = 1$  است. ۲.  $k = \frac{1}{2}$  است. ۳.  $k = -\frac{1}{2}$  است. ۴.  $k = -1$  است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۹- گروه تقارن های یک پاره خط عبارتند از:

۱. دو جایگشت یک نیم دور و یک انعکاس
۲. دو انعکاس یک نیم دور یک جایگشت همانی
۳. یک دوران یک جایگشت و یک انعکاس
۴. یک انعکاس یک نیم دور و جایگشت همانی

۱۰- اگر  $N$  برداری یکه و  $P$  نقطه ای دلخواه در  $R^3$  باشند. آن گاه مجموعه  $\{x \mid \langle x - p, N \rangle = 0\}$ :

۱. یک صفحه در  $R^3$  است.
۲. یک نقطه در  $R^3$  است.
۳. خطی موازی بردار  $N$  است.
۴. دو بردار را مشخص می کند.

۱۱- در  $\gamma^2$  کدام درست است؟

۱. همه خطوط در  $\gamma^2$  با یکدیگر موازیند.
۲. تنها دو خط در  $\gamma^2$  هستند که موازیند.
۳. هیچ دو خط در  $\gamma^2$  موازی یکدیگر نیستند.
۴. هر دو خط در  $\gamma^2$  تنها یک نقطه مشترک دارند.

۱۲- اگر ماتریس  $A$  متعامد باشد آن گاه:

۱.  $A^t = A$
۲.  $A^{-1} = A$
۳.  $A^{-1} = A^t$
۴.  $\det A = 1$

۱۳- در هندسه کروی مجموع اندازه های زاویه های مثلث:

۱. همواره  $\pi$  است.
۲. همواره  $2\pi/3$  است.
۳. همواره از  $2\pi/3$  کمتر است.
۴. نسبت به اندازه مثلث متغیر است.

۱۴- از دو نقطه متمایز در  $p^2$ :

۱. بینهایت خط می گذرد.
۲. تنها یک خط می گذرد.
۳. دو خط متقاطع می گذرد.
۴. ممکن است خطی نگذرد.

۱۵- نگاشت دو سوئی  $T: p^2 \rightarrow p^2$  را یک هم خطی می نامیم اگر به ازای هر سه نقطه هم خط  $R, Q, P$  در  $p^2$  نقاط  $TR, TQ$  و  $TP$ :

۱. یک مثلث تشکیل دهند.
۲. برهم منطبق باشند.
۳. دو خط متقاطع تشکیل دهند.
۴. بر یک خط باشند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰: تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰: تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۶- فرض کنیم ماتریس متناظر با پرسپکتیو  $T$  به صورت  $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد. کدام درست است؟

۱. اگر  $a = 0$  آن گاه  $T$  یک همولوژی است.
۲. اگر  $a = 1$  و  $p = 1$  آن گاه  $T$  همانی است.
۳. اگر  $a = 1$  و  $p = 0$  آن گاه  $T$  همانی است.
۴. اگر  $a = 1$  و  $p = 0$  آن گاه  $T$  یک بالابر است.

۱۷- نگاشت  $T: P^2 \rightarrow P^2$  رایک ایزومتري  $P^2$  می نامیم اگر به ازای هر  $P$  و  $Q$  در  $P^2$ :

۱.  $d(P, Q) = d(TP, Q)$
۲.  $d(TP, P) = d(TQ, Q)$
۳.  $d(TP, Q) = d(P, TQ)$
۴.  $d(P, Q) = d(TP, TQ)$

۱۸- اگر پاره خطی به طول  $L$  و با نقاط انتهایی  $A$  و  $B$  در  $P^2$  باشد، کدام عبارت درست است؟

۱. اگر  $L \leq \pi/2$  آن گاه  $d(A, B) = L$
۲. اگر  $L > \pi/2$  آن گاه  $d(A, B) = L$
۳. اگر  $L = \pi/2$  آن گاه  $d(A, B) = \pi - L$
۴. اگر  $L \leq \pi/2$  آن گاه  $d(A, B) = \pi - L$

۱۹- اگر  $H^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid x_3 > 0, b(x, x) = -1\}$  آن گاه  $H^2$ :

۱. نیمه بالایی هذلولیوار دوپارچه است.
۲. نیمه پایینی هذلولیوار دوپارچه است.
۳. نیمه بالایی هذلولیوار یک پارچه است.
۴. نیمه بالایی یک مخروط بیضوی است.

۲۰- فرض کنیم  $\beta$  خطی در  $H^2$  باشد. در این صورت  $\Omega_\alpha \beta = \beta$  اگر و تنها اگر:

۱.  $\alpha = \beta$  یا  $\alpha \parallel \beta$
۲.  $\alpha = \beta$  یا  $\alpha \perp \beta$
۳.  $\alpha \parallel \beta$  یا  $\alpha \perp \beta$
۴.  $\Omega_\beta \alpha = \alpha$

### سوالات تشریحی

نمره ۱،۲۰

۱- فرض کنیم نقطه  $P$  نقطه ای دلخواه و  $\{v, N\}$  زوجی متعامد یکه است. ثابت کنید

$$P + [v] = \{x \mid \langle x - P, N \rangle = 0\}$$

نمره ۱،۲۰

۲- ثابت کنید مجموع اندازه های سه زاویه هر مثلث برابر با  $\pi$  رادیان است.

نمره ۱،۲۰

۳- اگر  $u$  برداری یکه باشد ثابت کنید بردارهای  $v$  و  $w$  وجود دارند که  $\{u, v, w\}$  پایه ای متعامد یکه باشند.

نمره ۱،۲۰

۴- ثابت کنید هر خط یک مقطع مخروطی را حداکثر در دو نقطه قطع می کند.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱.۲۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر  $\{e_1, e_2, e_3\}$  پایه ای متعامد یکه برای  $R^3$  باشد آن گاه برای هر  $x \in R^3$  داریم:

$$x = \sum_{i=1}^3 b(x, e_i) b(e_i, e_i) e_i$$

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت گلبه |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | ج         | همادي      |
| 2             | د         | همادي      |
| 3             | الف       | همادي      |
| 4             | ب         | همادي      |
| 5             | ج         | همادي      |
| 6             | ب         | همادي      |
| 7             | الف       | همادي      |
| 8             | د         | همادي      |
| 9             | ب         | همادي      |
| 10            | الف       | همادي      |
| 11            | ج         | همادي      |
| 12            | ج         | همادي      |
| 13            | د         | همادي      |
| 14            | ب         | همادي      |
| 15            | د         | همادي      |
| 16            | ج         | همادي      |
| 17            | د         | همادي      |
| 18            | الف       | همادي      |
| 19            | الف       | همادي      |
| 20            | ب         | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- هرگاه  $X, Y$  و  $Z$  در  $R^2$  باشند. کدام درست است؟

۱.  $\langle X+Y, Z+Y \rangle = \langle X, Y \rangle + \langle X, Z \rangle + |Y|^2$  ۲.  $\langle X, Y \rangle + \langle Y, X \rangle = \langle 0, 0 \rangle$

۳.  $\langle X, Y-Z \rangle = \langle X, Y \rangle - \langle X, Z \rangle$  ۴.  $\langle X, Y \rangle + \langle Y, Z \rangle = \langle X, Z \rangle$

۲- اگر  $P, X$  و  $Q$  سه نقطه متمایز در  $E^2$  باشند در اینصورت  $X$  میان  $P$  و  $Q$  است اگر و تنها اگر:

۱.  $d(P, X) + d(X, Q) \geq d(P, Q)$  ۲.  $d(P, X) + d(X, Q) = d(P, Q)$

۳.  $d(P, X) = d(X, Q) + d(P, Q)$  ۴.  $d(P, X) + d(X, Q) = \frac{1}{2} d(P, Q)$

۳- فرض کنید خط  $L$  از نقطه  $P$  بگذرد و  $N$  برداری قائم بر آن باشد. اگر  $X'$  تقارن  $X$  نسبت به خط  $L$  باشد.  $X'$  کدام است؟

۱.  $X - 2\langle X - P, N \rangle N$  ۲.  $X - \langle X - P, N \rangle N$  ۳.  $2X - \langle X - P, N \rangle N$  ۴.  $X - \frac{1}{2} \langle X - P, N \rangle N$

۴- مجموعه  $\tau(E^2)$  متشکل از انتقال های  $E^2$  با کدام گروه یک ریخت است؟

۱. گروه کلین از مرتبه چهار ۲. گروه ماتریس های  $2 \times 2$  روی  $R$

۳. گروه  $R^2$  همرا با جمع برداری ۴. گروه همه جایگشت ها روی  $R$

۵- اگر ماتریس  $2 \times 2$  وارون پذیر  $\Lambda$  و برداری مانند  $b \in R^2$  وجود داشته باشد که نگاشت  $T: E^2 \rightarrow E^2$  به صورت

$$T x = \Lambda x + b$$

۱. تبدیل آفین است. ۲. دوران است. ۳. انعکاس است. ۴. ایزومتري است.

۶- مجموعه همه تبدیل های آفین روی  $R^2$  تحت عمل ترکیب توابع چه می باشد؟

۱. یک میدان است. ۲. حلقه ناجابجایی است.

۳. فضای برداری است. ۴. یک گروه است.

۷- نگاشت  $T: E^2 \rightarrow E^2$  یک تشابه با ضریب تشابه  $k \geq 0$  می نامیم اگر  $d(Tx, Ty)$  برای هر  $x$  و  $y$  در  $E^2$  برابر کدام باشد؟

۱.  $d(x, y)$  ۲.  $kd(x, y)$  ۳.  $\frac{1}{k}d(x, y)$  ۴.  $k^2 d(x, y)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۸- اگر  $u, v$  و  $w$  بردارهایی در  $R^3$  باشند. کدام عبارت درست است؟

۱.  $\{u, v, u \times v\}$  پایه ای برای  $R^3$  است. ۲.  $(u \times v) \times w = u \times (v \times w)$

۳.  $\langle u \times v, w \rangle = \langle u, v \rangle \times w$  ۴.  $(u \times v) \times w = \langle u, w \rangle v - \langle v, w \rangle u$

۹- فرض کنیم  $l$  و  $m$  دو خط متمایز در کره  $S^2$  باشند. در این صورت  $l$  و  $m$  چند نقطه مشترک دارند؟

۱. دقیقاً دو نقطه ۲. دقیقاً یک نقطه ۳. حداکثر یک نقطه ۴. بینهایت نقطه

۱۰- در  $S^2$  کدام عبارت درست است؟

۱. هر انعکاس یک دوران است. ۲. هر دوران یک انعکاس است. ۳. هر دوران یک انتقال است. ۴. هر انعکاس نگاشت همانی است.

۱۱- فرض کنیم  $T$  یک ایزومتري باشد در این صورت:

۱. اگر  $s$  یک پاره خط کوچک باشد،  $Ts$  یک نیم خط است. ۲. اگر  $s$  یک پاره خط بزرگ باشد،  $Ts$  یک نیم خط کوچک است. ۳. اگر  $s$  یک نیم خط باشد،  $Ts$  یک نیم خط است. ۴. اگر  $s$  یک نیم خط باشد،  $Ts$  یک پاره خط کوچک است.

۱۲- اگر در  $S^2$  دو مثلث  $\Delta PQR$  و  $\Delta P'Q'R'$  اندازه های زاویه ها برحسب رادیان نظیر به نظیر برابر باشند. آن گاه دو مثلث لزوماً:

۱. نامساویند. ۲. قابل انطباقند. ۳. متساوی الاضلاع هستند. ۴. قائم الزاویه هستند.

۱۳- فرض کنیم نگاشت  $\pi: S^2 \rightarrow P^2$  به هر  $x$  نقطه  $\{x, -x\}$  را نسبت می دهد. در این صورت  $\pi$  نگاشتی:

۱. یک به یک است. ۲. دو به یک است. ۳. ثابت است. ۴. متناهی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۴-

فرض کنید  $T$  پرسپکتیوی به صورت  $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  روی  $P^2$  باشد. کدام درست است؟

۱. اگر  $a \neq 0$  و  $p = 0$  آنگاه  $T$  یک بالا بر است.
۲. اگر  $a = 1$  و  $p = 1$  آن گاه  $T$  یک همانی است.
۳. اگر  $a \neq 1$  آن گاه  $T$  یک همولوژی است.
۴. اگر  $a \neq 0$  آن گاه  $T$  یک همولوژی است.

۱۵- فاصله بین نقاط  $\{x, -x\}$  و  $\{y, -y\}$  در صفحه تصویری  $(P^2)$  برابر کدام است؟

۱. فاصله  $(x, -x, 0)$  و  $(y, -y, 0)$  در  $R^3$ .
۲. نزدیکترین نماینده های این دو نقطه روی کره
۳. فاصله نقاط  $(x, -x)$  و  $(y, -y)$  در  $R^2$ .
۴. فاصله  $(x, y, 0)$  تا  $(-x, -y, 0)$  در  $R^3$ .

۱۶- خط های ثابت انعکاس در  $P^2$  برابرند با:

۱. تمام خطوط واقع در  $P^2$ .
۲. تمام خطوط واقع در  $S^2$ .
۳. تمام خطوطی که از مبدا می گذرند
۴. محور انعکاس و تمام خطوط عمود بر آن.

۱۷- هر ایزومتري  $P^2$ :

۱. یک دوران است.
۲. یک انعکاس است.
۳. یک یگریختی است.
۴. یک تکریختی است.

۱۸- صورت دو خطی که هندسه هذلولوی بر اساس آن بنا می شود  $b(x, y)$  برابر کدام است؟

۱.  $x_1 y_1 + x_2 y_2 - x_3 y_3$
۲.  $x_1 y_1 - x_2 y_2 + x_3 y_3$
۳.  $x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3$
۴.  $x_1 y_1 - x_2 y_2 - x_3 y_3$

۱۹- اگر تعریف کنیم  $H^2 = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in R^3 \mid x_3 > 0, b(x, x) = -1\}$ ، در این صورت  $H^2$ :

۱. بخشی از هذلولیوار یک پارچه است.
۲. نیمه پایینی هذلولیوار دو پارچه است.
۳. نیمه بالایی هذلولیوار دو پارچه است.
۴. تلاقی هذلولیوار یک پارچه با صفحه  $z = -1$  است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) - ۱۱۱۱۰۵۰، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۲۰- فرض کنیم  $x$  نقطه ای در  $H^2$  باشد. در این صورت  $\Omega_\alpha x = x$  اگر و تنها اگر:

۱.  $x = 0$       ۲.  $x^2 = x$       ۳.  $-x \in \alpha$       ۴.  $x \in \alpha$

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید به ازای هر دو بردار  $x$  و  $y$  در  $R^2$  داریم  $|\langle x, y \rangle| \leq \|x\| \|y\|$  (نابرابری کوشی - شوارتس)

۱.۲۰ نمره

۲- اگر  $\{u, v, w\}$  سه تایی متعامد یکه ای باشند، ثابت کنید به ازای هر  $x \in R^3$  داریم:

۱.۲۰ نمره

$$x = \langle x, u \rangle u + \langle x, v \rangle v + \langle x, w \rangle w$$

۳- فرض کنید  $R, Q, P$  و  $S$  چهار نقطه در  $P^2$  باشند که هیچ سه تای آن ها بر یک خط واقع نیستند. ثابت کنید

۱.۲۰ نمره

پایه ای برای  $R^3$  وجود دارد که نسبت به آن مختصات همگن این نقاط به ترتیب عبارتند از  $(0,0,1)$ ،  $(1,1,1)$ ،  $(1,0,0)$ ،  $(0,1,0)$ .

۴- فرض کنیم  $T$  یک ایزومتري  $P^2$  باشد. اگر  $R, Q, P$  سه نقطه واقع بر یک خط باشند، ثابت کنید  $TR, TQ, TP$  نیز بر یک خط واقع اند.

۱.۲۰ نمره

۵- در هندسه هذلولوی بردار  $v \in R^3$  را چه موقع الف) فضاگونه، ب) زمان گونه، ج) نورگونه، می نامیم؟ در هر مورد مثالی بیاورید.

۱.۲۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحیح | وضعیت کلمه |
|---------------|-----------|------------|
| ۱             | ج         | همادي      |
| ۲             | ب         | همادي      |
| ۳             | الف       | همادي      |
| ۴             | ج         | همادي      |
| ۵             | الف       | همادي      |
| ۶             | د         | همادي      |
| ۷             | ب         | همادي      |
| ۸             | د         | همادي      |
| ۹             | الف       | همادي      |
| ۱۰            | ج         | همادي      |
| ۱۱            | ج         | همادي      |
| ۱۲            | ب         | همادي      |
| ۱۳            | ب         | همادي      |
| ۱۴            | د         | همادي      |
| ۱۵            | ب         | همادي      |
| ۱۶            | د         | همادي      |
| ۱۷            | الف       | همادي      |
| ۱۸            | الف       | همادي      |
| ۱۹            | ج         | همادي      |
| ۲۰            | د         | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- اگر  $P$  یک نقطه روی خط  $l$  با قائم یکه  $N$  باشد ضابطه نگاشت انعکاس  $\Omega_l$  از  $E^2$  به  $E^2$  به کدام صورت است؟

۱.  $\Omega_l X = X - 2 \langle X - P, N \rangle N$  ۲.  $\Omega_l X = X + 2 \langle X - P, N \rangle N$

۳.  $\Omega_l X = X - 2 \langle X + P, N \rangle N$  ۴.  $\Omega_l X = X + 2 \langle X + P, N \rangle N$

۲- خط  $l$  با راستای یکه  $N$  و نقطه  $P$  واقع بر آن را در نظر بگیرید. اگر  $\alpha = P + aN + [N^\perp]$  و  $\beta = P + bN + [N^\perp]$  آنگاه  $\Omega_a \Omega_b$  برابر است با

۱.  $\Omega_{a-\frac{b}{2}}$  ۲.  $\Omega_{b-\frac{a}{2}}$  ۳.  $T_{2(a-b)}$  ۴.  $T_{2(b-a)}$

۳- کدامیک از موارد زیر از ویژگی های  $\tau(E^2)$ ، متشکل از گروه انتقالهای  $E^2$  نیست؟

۱. زیرگروه آبدی  $I(E^2)$  است. ۲.  $\tau_v \tau_w = \tau_{v-w}$

۳.  $(\tau_v)^{-1} = \tau_v$  ۴.  $(\tau_v)^2 = I$

۴- مجموعه دوران های حول مبدا  $E^2$  یک گروه ..... است و آن را با ..... نمایش می دهند.

۱. آبدی -  $O(2)$  ۲. آبدی -  $SO(2)$  ۳. نا آبدی -  $O(2)$  ۴. نا آبدی -  $SO(2)$

۵- فرض کنید  $T$  یک لغزه و  $\Omega_\alpha$  انعکاسی دلخواه روی  $E^2$  باشند. در این صورت  $\Omega_\alpha T$  کدامیک از موارد زیر می تواند باشد.

۱. انتقال یا انعکاس ۲. انتقال یا دوران ۳. دوران یا انعکاس ۴. دوران یا لغزه

۶- کدام گزینه در مورد گروه تبدیلات آفین  $AF(2)$  صحیح نیست؟

۱. گروه تبدیلات هم خطی  $E^2$  است. ۲. زیرگروهی از  $GL(3)$  است.

۳. آبدی است. ۴. به صورت  $T = \begin{bmatrix} A & b \\ 0 & I \end{bmatrix}$  هستند.

۷- موضوع قضیه اساسی هندسه آفین کدام مورد است؟

۱. تبدیل یک مثلث به دیگری با یک تبدیل آفین ۲. تبدیل یک چهار ضلعی به دیگری با یک تبدیل آفین  
۳. تبدیل یک خط به دیگری با یک تبدیل آفین ۴. هیچکدام

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۸- هر نیم دور یک تجانس مرکزی با ضریب تجانس ..... است.

۱. ۱      ۲. -1      ۳.  $\frac{1}{2}$       ۴.  $-\frac{1}{2}$

۹- گروه تقارن های آفین یک نقطه ثابت کدام است؟

۱.  $O(2)$       ۲.  $SO(2)$       ۳.  $GL(2)$       ۴.  $AF(2)$

۱۰- اگر دو خط با قطب  $\xi$  و  $\eta$  روی  $S^2$  بر هم عمود باشند آنگاه

۱.  $\xi \times \eta = 0$       ۲.  $\xi \cdot \eta = 0$       ۳.  $\xi + \eta = 0$       ۴.  $\xi = \eta$

۱۱- نمایش ماتریسی یک لغزه در  $S^2$  با محور  $l$  نسبت به یک پایه متعامد یکه کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} \cos \lambda & -\sin \lambda & 0 \\ \sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$       ۳.  $\begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۲- به ازای هر  $T \in SO(3)$  تحدید  $T$  به  $S^2$  یک ..... است.

۱. انعکاس      ۲. لغزه      ۳. دوران      ۴. همانی

۱۳- مجموع زوایای یک مثلث در  $S^2$  .....  $2\pi$  است.

۱. کمتر      ۲. بیشتر      ۳. برابر      ۴. بستگی دارد

۱۴- تعداد انعکاس هایی که دو خط  $l$  و  $l'$  در  $S^2$  را با هم جا به جا می کنند چند تا است؟

۱. ۰      ۲. ۱      ۳. ۲      ۴. ۳

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۵- موضوع قضیه اساسی هندسه تصویری کدام است؟

۱. تبدیل یک مثلث به دیگری با یک تبدیل هم خطی تصویری
۲. تبدیل یک چهارضلعی به دیگری با یک تبدیل هم خطی تصویری
۳. تبدیل یک خط به دیگری با یک تبدیل هم خطی تصویری
۴. هیچکدام

۱۶- هر هم خطی تصویری حداقل ..... نقطه ثابت و ..... خط ثابت دارد.

۱. یک - یک
۲. دو - یک
۳. یک - دو
۴. دو - دو

۱۷- ماتریس یک هم خطی تصویری با دو نقطه ثابت به کدام صورت است؟

۱.  $\begin{bmatrix} a & 1 & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۲.  $\begin{bmatrix} a & 1 & p \\ 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & q \end{bmatrix}$
۳.  $\begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 0 & c & q \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
۴.  $\begin{bmatrix} a & 0 & p \\ 0 & c & 1 \\ 0 & 0 & q \end{bmatrix}$

۱۸- اگر  $m$  و  $l$  دو خط با قائم یک  $\xi$  و  $\eta$  در  $H^2$  باشند و  $\xi \times \eta$  به ترتیب فضاگونه و زمان گونه باشند آنگاه  $l$  و  $m$  به ترتیب

۱. متقاطع و موازی هستند.
۲. فراموازی و موازی هستند.
۳. فراموازی و متقاطع هستند.
۴. موازی و فراموازی هستند.

۱۹- نگاشت تغییر مکان موازی مختص کدام هندسه است؟

۱. اقلیدسی
۲. کروی
۳. تصویری
۴. هذلولوی

۲۰- فرض کنید  $\alpha$  و  $\beta$  و  $\gamma$  در  $H^2$  به هیچ دسته خط خاصی متعلق نباشند. در این صورت  $\Omega_\alpha \Omega_\beta \Omega_\gamma$  یک ..... است.

۱. انتقال
۲. انعکاس
۳. لغزه
۴. دوران

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید هر ایزومتري  $E^2$  یک حرکت است.

۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید اگر دو خط ثابت تبدیل آفین  $T$  موازی باشند آنگاه  $T$  هر خط متعلق به دسته خطوط موازی با این دو خط را ثابت نگه می دارد.

۱.۴۰ نمره

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵      زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰      سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۳- ثابت کنید خطوط ثابت یک تجانس مرکزی دقیقاً خطوطی هستند که از مرکز تجانس عبور می کنند. ۱.۴۰ نمره

۴- ثابت کنید ایزومتري  $T: S^2 \rightarrow S^2$  خط  $l$  با قطب  $\xi$  را ثابت نگه می دارد اگر و فقط اگر  $T\xi = \pm\xi$ . ۱.۴۰ نمره

۵- انواع مثلث در هندسه هذلولوی را با رسم شکل توضیح دهید. ۱.۴۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت گلبند |
|---------------|-----------|-------------|
| ۱             | الف       | همادي       |
| ۲             | ج         | همادي       |
| ۳             | د         | همادي       |
| ۴             | ب         | همادي       |
| ۵             | ب         | همادي       |
| ۶             | ج         | همادي       |
| ۷             | الف       | همادي       |
| ۸             | ب         | همادي       |
| ۹             | ج         | همادي       |
| ۱۰            | ب         | همادي       |
| ۱۱            | الف       | همادي       |
| ۱۲            | ج         | همادي       |
| ۱۳            | ب         | همادي       |
| ۱۴            | ج         | همادي       |
| ۱۵            | ب         | همادي       |
| ۱۶            | الف       | همادي       |
| ۱۷            | ج         | همادي       |
| ۱۸            | د         | همادي       |
| ۱۹            | د         | همادي       |
| ۲۰            | ج         | همادي       |

سری سوال: یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- اگر  $P$  و  $Q$  و  $R$  سه نقطه در  $E^2$  باشند کدام مورد صحیح نیست؟

۱.  $d(P, Q) > 0$  ۲.  $d(P, Q) = 0 \Leftrightarrow P = Q$

۳.  $d(P, Q) = d(Q, P)$  ۴.  $d(P, Q) + d(Q, R) \geq d(P, R)$

۲- در کدام مورد دو پیکره  $S_1$  و  $S_2$  در  $E^2$  را قابل انطباق نامیم؟

۱. توسط یک نگاشت انتقال بر هم منطبق شوند. ۲. توسط یک نگاشت انعکاس بر هم منطبق شوند.

۳. توسط یک نگاشت دوران بر هم منطبق شوند. ۴. همه موارد

۳- کدام گزینه در مورد گروه  $TRANS(l)$  در  $E^2$  صحیح نیست؟

۱. زیرگروه  $I(E^2)$  است.

۲. یکرخت با گروه جمعی اعداد حقیقی است.

۳. آبلی است.

۴. اگر  $P$  دسته خط عمود بر  $l$  باشد  $REF(P)$  زیرگروه آن است.

۴- کدام گزینه در مورد گروه  $\tau(E^2)$  (گروه انتقال ها) صحیح نیست؟

۱.  $\tau_v \tau_w = \tau_{v+w}$  ۲.  $\tau_0 = I$  ۳.  $(\tau_v)^{-1} = -\tau_v$  ۴. آبلی است.

۵- کدام مورد درباره یک تبدیل آفین صحیح نیست؟

۱. یک هم خطی است. ۲. یک ایزومتري است.

۳. نقطه تقاطع دو خط ثابت یک نقطه ثابت است. ۴. حافظ توازی خطوط است.

۶- اگر  $M$  نقطه وسط پاره خط  $QR$  باشد آنگاه انعکاس آفین  $T = [P; Q \leftrightarrow R]$  یک انعکاس اقلیدسی است هرگاه

۱.  $T = \Omega_{PQ}$  و  $PQ \perp QR$  ۲.  $T = \Omega_{QR}$  و  $PM \perp QR$

۳.  $T = \Omega_{QR}$  و  $PQ \perp QR$  ۴.  $T = \Omega_{PM}$  و  $PM \perp QR$

۷- یک تجانس که حداقل ..... نقطه ثابت داشته باشد تجانس بدیهی است.

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۸- اگر پیکره  $S$  تنها شامل یک نقطه باشد در این صورت  $AS(S)$  (گروه تقارن های آفین) با کدامیک از گروه های زیر یکرخت است؟

۲.  $GL(3)$

۱.  $GL(2)$

۴.  $O(2)$

۳.  $\begin{bmatrix} \pm 1 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix}, \mu \neq 0$   
گروه ماتریس های

۹- گروه تقارن های یک پاره خط دارای چند عضو است؟

۴. ۴

۳. ۳

۲. ۲

۱. ۱

۱۰- گروه تقارن های آفین یک مثلث چند عضو دارد؟

۴. ۸

۳. ۶

۲. ۴

۱. ۲

۱۱- اگر  $P$  و  $Q$  دو نقطه روی کره باشند ..... خط از آنها می گذرد.

۴. موارد ۱ و ۳

۳. بی شمار

۲. ۲

۱. ۱

۱۲- اگر  $P$  یک نقطه و  $l$  خطی روی کره باشند آنگاه ..... خط وجود دارد که از  $P$  می گذرد و بر  $l$  عمود است.

۴. موارد ۱ و ۳

۳. بی شمار

۲. ۲

۱. ۱

۱۳- کدام مورد درباره هندسه کروی صحیح است؟

۱. خطوط موازی وجود دارند.

۲. دوران های و انتقال ها یکسانند.

۳. از هر نقطه خارج از خط تنها یک عمود بر خط وجود دارد.

۴. از هر دو نقطه تنها یک خط عبور می کند.

۱۴- در  $S^2$  گروه  $SO(3)$  متناظر با نگاشت های دوران و تبدیلات متعامد با دترمینان  $-1$  متناظر با ..... هستند.

۴. موارد ۱ و ۳

۳. لغزه ها

۲. انتقال ها

۱. انعکاس ها

۱۵- مختصات همگن نقطه تقاطع دو خط  $\begin{cases} X+Y+5=0 \\ 2X+2Y+8=0 \end{cases}$  در  $E^2$  کدام است؟

۴.  $(1,0,1)$

۳.  $(1,0,-1)$

۲.  $(1,1,0)$

۱.  $(1,-1,0)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ :تستی : ۶۰ :تشریحی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ :تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۶- یک چهار ضلعی در  $E^2$  چند نوع دارد؟

۱. ۲      ۲. ۳      ۳. ۴      ۴. ۵

۱۷- کدام مورد درباره  $PGL(2)$  صحیح نیست؟

۱. با  $GL(3)$  یکرخت است.  
۲. گروه عمومی خطی تصویری صفحه تصویر حقیقی است.  
۳. گروه هم خطی های  $P^2$  است.  
۴. با  $SL(3)$  یکرخت است.

۱۸- اگر  $l$  و  $m$  خطوطی با بردارهای قائم یکدیگر  $\xi$  و  $\eta$  در  $H^2$  باشند آنگاه اگر  $\xi \times \eta$  زمان گونه، نور گونه یا فضا گونه باشند خطوط  $l$  و  $m$  به ترتیب نسبت به هم چگونه اند؟

۱. فراموازی، موازی، متقاطع  
۲. موازی، متقاطع، فراموازی  
۳. متقاطع، موازی، فراموازی  
۴. متقاطع، فراموازی، موازی

۱۹- ایزومتري های  $H^2$  به چند گروه تقسیم می شوند؟

۱. ۲      ۲. ۳      ۳. ۴      ۴. ۵

۲۰- در الگوی کلاین ..... راس مثلث تک مجانبی روی مرز  $B$  قرار دارد.

۱. ۰      ۲. ۱      ۳. ۲      ۴. ۳

### سوالات تشریحی

۱- قضیه سه انعکاس را برای دسته خط موازی  $P$  با عمود مشترک  $l$  در هندسه اقلیدسی بیان کرده و آن را ثابت کنید. ۱.۴۰ نمره

۲- اگر  $M$  نقطه وسط پاره خط  $QR$  باشد ثابت کنید انعکاس آفین  $T = [P; Q \leftrightarrow R]$  خط  $\overleftrightarrow{PM}$  و هر خط موازی با  $\overleftrightarrow{QR}$  و تنها این خطوط را ثابت نگه می دارد. ۱.۴۰ نمره

۳- ثابت کنید در هندسه کروی ایزومتري  $T$  خط  $l$  با قطب  $\xi$  را ثابت نگه می دارد اگر و فقط اگر  $\xi = \pm T\xi$ . ۱.۴۰ نمره

۴- انواع چهار ضلعی در صفحه تصویری را با رسم شکل توضیح دهید. ۱.۴۰ نمره

۵- انواع حرکت در  $H^2$  را بیان کرده و توضیح دهید. ۱.۴۰ نمره

| شماره<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعيت گلبه |
|---------------|-----------|------------|
| 1             | الف       | عمادي      |
| 2             | د         | عمادي      |
| 3             | د         | عمادي      |
| 4             | ج         | عمادي      |
| 5             | ب         | عمادي      |
| 6             | د         | عمادي      |
| 7             | ب         | عمادي      |
| 8             | الف       | عمادي      |
| 9             | د         | عمادي      |
| 10            | ج         | عمادي      |
| 11            | د         | عمادي      |
| 12            | د         | عمادي      |
| 13            | ب         | عمادي      |
| 14            | د         | عمادي      |
| 15            | الف       | عمادي      |
| 16            | د         | عمادي      |
| 17            | الف       | عمادي      |
| 18            | ج         | عمادي      |
| 19            | د         | عمادي      |
| 20            | ب         | عمادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- در هندسه اقلیدسی  $T(x) = -x + 2p$  نمایش کدام ایزومتري است

۱. انتقال ۲. انعکاس ۳. نیمدور ۴. قیچی

۲- در هندسه کروی کدام اصل ابهام دارد؟

۱. قابلیت انطباق ۲. میان بود ۳. اصول وقوع ۴. دوران

۳- در هندسه کروی اگر یک ایزومتري نقطه  $p$  را ثابت نگه دارد و ..... آنگاه  $\langle p, q \rangle = 0$

۱.  $p$  را به  $q$  بنگارد ۲.  $q$  را به  $p$  بنگارد  
۳.  $q$  را به  $q$  بنگارد ۴.  $p = -q$

۴- در هندسه کروی حاصلضرب دو دوران یک ..... است

۱. دوران ۲. انتقال ۳. انعکاس ۴. نیمدور

۵- انعکاس آفین  $T = [p : Q \longleftrightarrow R]$

۱. همواره ایزومتري است.  
۲. ایزومتري است هرگاه خط گذرنده از نقطه وسط  $QR$  و نقطه  $P$  بر  $QR$  عمود باشد.  
۳. ایزومتري است هرگاه  $PQ \perp QR$   
۴. ایزومتري است هرگاه  $PR \perp QR$

۶- فرض کنید تبدیل آفین  $T$  سه نقطه ناهمخط را ثابت نگه دارد در این صورت تبدیل  $T$

۱. انعکاس است ۲. دوران است ۳. تجانس است ۴. همانی است

۷- در هندسه تصویری یک پر سپکتیو دارای ..... نقطه ثابت است

۱. هیچ ۲. یک ۳. دو ۴. بینهایت

۸- به ازای هر دو خط متقاطع در هندسه اقلیدسی ..... وجود ندارد که یکی را بر دیگری بنگارد.

۱. دوران ۲. انعکاس ۳. انتقال ۴. ایزومتري آفینی

۹- در هندسه اقلیدسی کدام مورد میتواند هر جفت از خطوط را (موازی یا متقاطع) با هم تعویض نماید؟

۱. همانی ۲. هیچ نگاشتی ۳. دوران ۴. انعکاس

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۰- کدام مورد در هندسه کروی بیش از یک نقطه ثابت ندارد؟

۱. دوران بدیهی      ۲. دوران نابديهی      ۳. انعکاس      ۴. لغزه

۱۱- مختصات ثقلی یکی از رئوس یک مثلث کدامیک از موارد زیر می تواند باشد؟

۱. ۰ و ۰ و ۱      ۲. ۰ و ۰.۲ و ۰.۸      ۳. ۰.۲ و ۰.۳ و ۰.۵      ۴. -۰.۲ و ۰.۸ و ۰.۴

۱۲- پرسپکتیوی که در ماتریس نمایشگرش قطر اصلی همگی یک ولی درایه ۲۳ مخالف صفر باشد یک ..... است

۱. بالابر      ۲. همانی      ۳. همولوژی      ۴. همولوژی توافقی

۱۳- در هندسه اقلیدسی اگر دورانی حول یک نقطه یک نیمخط به مبدا آن نقطه را ثابت نگه دارد کدامیک از موارد زیر می تواند باشد؟

۱. انتقال غیر بدیهی      ۲. لغزه غیر بدیهی      ۳. همانی      ۴. انعکاس

۱۴- گروه تقارنی یک مثلث شامل چند عضو نمی تواند باشد؟

۱. یک      ۲. دو      ۳. چهار      ۴. شش

۱۵- در هندسه کروی یک دوران کدامیک از موارد زیر نمی تواند باشد؟

۱. انتقال      ۲. نیمدور      ۳. ترکیب دو نیمدور      ۴. انعکاس

۱۶- در هندسه هذلولوی کدامیک از موارد زیر میتواند دو نقطه را جابجا کند

۱. انعکاس      ۲. انتقال      ۳. دوران      ۴. تغییر مکان موازی

۱۷- در هندسه هذلولوی کدام گزاره نادرست است؟

۱. مثلثی تک مجانبی با دو زاویه ۴۰ درجه      ۲. مثلثی دو مجانبی با زاویه ۴۰ درجه      ۳. مثلثی سه مجانبی با سه زاویه ۴۰ درجه      ۴. مثلثی تک مجانبی با دو زاویه ۲۵ درجه

۱۸- در هندسه اقلیدسی کاستی هر مثلث ..... است.

۱. صفر      ۲. مثبت      ۳. منفی      ۴. بستگی به مثلث دارد

۱۹- در هندسه هذلولوی هر پایه متعامد یکه دارای ..... است.

۱. سه بردار فضا گونه      ۲. دقیقاً یک بردار زمان گونه      ۳. دقیقاً یک بردار زمان گونه      ۴. دقیقاً یک بردار نور گونه

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۲۰- کدام مورد اثر تبدیل آفین  $Tx = Ax + b$  روی خط  $l: p + [v]$  می باشد؟

۱.  $Ap + [v]$       ۲.  $p + [Av]$       ۳.  $p + [Tv]$       ۴.  $Tp + [Av]$

### سوالات تشریحی

۱- در هندسه اقلیدسی اگر  $\alpha, \beta, \gamma$  سه خط متمایز غیر متقارب و غیر موازی باشند نشان دهید  $\Omega_\alpha \Omega_\beta \Omega_\gamma$  یک لغزه غیر بدیهی است.

۲- مختصات ثقلی و مثلث مرجع را برای سه نقطه دلخواه بیان کنید

۳- همخطی تصویری پرسپکتیو و بالابر و همولوژی را تعریف ماتریس متناظر یک پرسپکتیو را نمایش دهید.

۴- یک انعکاس نسبت به خط  $l$  در هندسه کروی را تعریف کنید و ثابت کنید هر انعکاس یک ایزومتري است.

۵- مختصات همگن دو نقطه در هندسه تصویری  $(-1,0,1), (1,1,0)$  میباشد فاصله این دو نقطه را بیابید

# 1111050 - 95-96-1

| نمبر<br>سوال | پاسخ صحيح | وصفیت کلبه |
|--------------|-----------|------------|
| 1            | ج         | همادي      |
| 2            | ب         | همادي      |
| 3            | ج         | همادي      |
| 4            | الف       | همادي      |
| 5            | ب         | همادي      |
| 6            | د         | همادي      |
| 7            | د         | همادي      |
| 8            | ج         | همادي      |
| 9            | د         | همادي      |
| 10           | د         | همادي      |
| 11           | الف       | همادي      |
| 12           | الف       | همادي      |
| 13           | ج         | همادي      |
| 14           | ج         | همادي      |
| 15           | د         | همادي      |
| 16           | الف       | همادي      |
| 17           | ج         | همادي      |
| 18           | الف       | همادي      |
| 19           | ج         | همادي      |
| 20           | د         | همادي      |

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱- در هندسه اقلیدسی کدام گزینه نادرست است؟

۱. مجموع زوایا ۱۸۰ درجه است
۲. زوایای پای دو ساق مساوی مساویند
۳. قانون سینوسها برقرار است
۴. زرز ملاک تطابق مثلثها است

۲- در هندسه ها کدام گزاره نادرست است؟

۱. در هندسه اقلیدسی خطوط یا موازیند یا متقاطع
۲. در هندسه هذلولوی خطوط نسبت به هم سه نوع هستند
۳. در هندسه کروی خطوط همواره متقاطعند
۴. در هندسه تصویری خطوط نسبت به هم دو نوع هستند

۳- در هندسه کروی کدام گزاره نادرست است؟

۱. مجموعه تقارنهای خط چهار عضو دارد
۲. دو پاره خط قابل انطباق طول مساوی دارند
۳. مثلثی با سه زاویه قائمه وجود دارد
۴. مثلثی با سه زاویه ۶۰ درجه وجود دارد

۴- در هندسه اقلیدسی هرگاه شیب خطی برابر  $m$  باشد کدام بردار در راستای آن خط است؟

۱.  $(m, 1)$
۲.  $(1, m)$
۳.  $(1, 1)$
۴.  $(m, m)$

۵- در  $E^2$  کدام گزاره نادرست است

۱. ترکیب دو تشابه یک تشابه است
۲. تشابه زوایا را عوض می کند
۳. تشابه یک تبدیل آفین است
۴. تشابه ترکیب تجانس و ایزومتري است

۶- در هندسه اقلیدسی

۱. گروه متعامد زیر گروهی از گروه متعامد خاص است
۲. مقطع گروههای متعامد و متعامد خاص بدیهی است
۳. گروه متعامد خاص زیر گروه متعامد است
۴. گروههای متعامد و متعامد خاص یکریختند

۷- در هندسه هذلولوی و در الگوی  $D^2$  دو خط موازیند اگر در .....  $D^2$  متقاطع باشند

۱. خارج
۲. داخل
۳. مرز
۴. مرز یا خارج

۸- کدام گزاره در هندسه های متفاوت نادرست است

۱. در صفحه آفین دو خط میتوانند در یک نقطه متقاطع باشند
۲. در صفحه تصویر دو خط تنها در یک نقطه متقاطعند
۳. در هندسه کروی دو خط فقط در یک نقطه متقاطعند
۴. در هندسه هذلولوی دو خط تنها در یک نقطه متقاطعند

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۹- کدام گزاره در هندسه کروی نادرست است؟

۱. فاصله در نامساوی مثلثی صدق میکند
۲. میانبود یک مفهوم اقلیدسی است
۳. هر خط را میتوان به صورت پارامتری نمایش داد
۴. فاصله بین دو نقطه قابل محاسبه است

۱۰- در هندسه اقلیدسی کدامیک از موارد زیر نمیتواند یک انعکاس باشد

۱. انعکاس آفین
۲. دوران
۳. ایزومتري
۴. حرکت

۱۱- به ازای هر دو خط موازی در هندسه اقلیدسی ..... ای وجود ندارد که یکی را بر دیگری بنگارد

۱. انعکاس
۲. انتقال
۳. دوران
۴. حرکت

۱۲- بر اساس قضیه اساسی هندسه تصویری

۱. نقاط ثابت هر همخطی تصویری یک خط می سازند
۲. هر ماتریس مربع یک همخطی تصویری است
۳. هر چهار ضلعی خود مزدوج است
۴. یک همخطی تصویری رئوس یک چهار ضلعی را به رئوس یک چهار ضلعی دلخواه می نگارد

۱۳- کدام گزینه در هندسه تصویری نادرست است؟

۱. قضیه دزارک
۲. قضیه پاپوس
۳. یکریختی با  $E$
۴. یکریختی با  $E^2$

۱۴- در هندسه کروی کدام مورد دارای خط ثابتی نیست؟

۱. دوران نابديهی
۲. دوران بدیهی
۳. انعکاس
۴. همانی

۱۵- یک ایزومتري در هندسه کروی خطی را ثابت نگه میدارد اگر

۱. قطب را ثابت نگه دارد
۲. قطب را حتما جابجا کند
۳. قطب را ثابت یا به متقاطرش بنگارد
۴. حتما نقاط آن خط را ثابت نگه دارد

۱۶- در هندسه کروی یک لغزه ..... را ثابت نگه میدارد

۱. تنها محورش
۲. خطوط عمود بر محورش
۳. محورش یا تمام خطوط را
۴. تمام خطوط را

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰ سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مبانی هندسه، مبانی هندسی، هندسه هذلولوی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۰ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۷ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۱ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۵۵

۱۷- اگر دو خط در هندسه هذلولوی چنان باشند که حاصلضرب خارجی بردارهای قائم یکه آنها ..... باشد موازیند.

۱. زمان گونه ۲. نور گونه ۳. فضاگونه ۴. زمان گونه یا فضاگونه

۱۸- در کدام هندسه ایزومتري یک حرکت نیست؟

۱. اقلیدسی ۲. کروی ۳. هذلولوی ۴. هیچ هندسه ای

۱۹- در یک مثلث دو مجانبی چند راس در بینهایت قرار دارد؟

۱. هیچ ۲. یک ۳. دو ۴. سه

۲۰- ایزومتریهای هندسه هذلولوی به چند شکل ممکن میباشند

۱. ۳ ۲. ۶ ۳. ۵ ۴. ۴

### سوالات تشریحی

۱- قضیه سه انعکاس را در هندسه اقلیدسی برای دسته خطوط موازی با عمود مشترکی بیان و اثبات کنید. ۱.۴۰ نمره

۲- در هندسه اقلیدسی اگر یک ایزومتري مبدا را به مبدا بنگارد بصورت قضیه ای ثابت کنید این ایزومتري یک دوران یعنی  $rot\theta$  یا یک انعکاس یعنی  $ref\theta$  است. ۱.۴۰ نمره

۳- ثابت کنید از هر دو نقطه در هندسه کروی یک خط می گذرد. ۱.۴۰ نمره

۴- قضیه دزاک را در هندسه تصویری برای دو مثلث که ادعا میکند چنانچه خطوط حامل رؤس متناظر در دو مثلث در نقطه ای متقارب باشند آنگاه محل تلاقی اضلاع متناظر در این دو مثلث بریک خط واقعند را دقیقاً بیان کنید ۱.۴۰ نمره

۵- حالت‌های مختلف دسته خطوط را در قرص  $D^2$  برحسب موازی بودن یا نبودن بیان و رسم کنید. آیا حالتی وجود دارد که عمود مشترکی داشته باشند؟ با رسم شکل توضیح دهید. ۱.۴۰ نمره

| نمبر<br>سوال | پاسخ صحيح | وضعت كلبه |
|--------------|-----------|-----------|
| ۱            | د         | همدي      |
| ۲            | د         | همدي      |
| ۳            | د         | همدي      |
| ۴            | ب         | همدي      |
| ۵            | ب         | همدي      |
| ۶            | ج         | همدي      |
| ۷            | ج         | همدي      |
| ۸            | ج         | همدي      |
| ۹            | ب         | همدي      |
| ۱۰           | ب         | همدي      |
| ۱۱           | ج         | همدي      |
| ۱۲           | د         | همدي      |
| ۱۳           | د         | همدي      |
| ۱۴           | الف       | همدي      |
| ۱۵           | ج         | همدي      |
| ۱۶           | ج         | همدي      |
| ۱۷           | ب         | همدي      |
| ۱۸           | د         | همدي      |
| ۱۹           | ج         | همدي      |
| ۲۰           | ج         | همدي      |