

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی، مدل‌های احتمالی و فرآیندهای تصادفی و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، آمار ۱۱۱۷۲۶۳ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -۱۴، مهندسی صنایع ۱۳۱۴۳۰۸ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

-۱ اگر $\uparrow A_n$ آنگاه کدام مورد زیر برابر $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$ است؟

۴. موارد اول و سوم

$$P\left(\bigcup_i A_i'\right)$$

$$P\left(\bigcap_i A_i\right)$$

$$P\left(\bigcup_i A_i\right)$$

۴. دو جمله‌ای

۳. پواسون

۲. نمایی

۱. نرمال

-۲ کدامیک از توزیع‌های زیر دارای خاصیت بیحافظگی است؟

۴. صفر

۳. ۰/۹۵

۲. ۰/۵

۱. ۰/۷۵

-۳ اگر X دارای توزیع یکنواخت در بازه $(0, 1)$ و $Y|X=x$ دارای توزیع یکنواخت بر بازه $(x, 1)$ باشند. آنگاه امید ریاضی $X+Y$ برابر است.

۲. مستقل - حاصل ضرب دو تابع مولد X و Y

۴. مستقل - حاصل جمع دو تابع مولد X و Y

۱. وابسته - حاصل ضرب دو تابع مولد X و Y

۳. وابسته - حاصل جمع دو تابع مولد X و Y

-۴ اگر X و Y باشند، آنگاه تابع مولد احتمال $X+Y$ برابر است.

۴. هر سه مورد

۳. نموهای مستقل

۲. مانای اکید

۱. مانای وسیع

-۵ اگر مورد زیر از ویژگی‌های فرآیند پواسن است؟

۴. هر سه مورد

۳. نموهای مستقل

۲. مانای اکید

۱. مانای وسیع

-۶ اگر $\{N(t), t \geq 0\}$ یک فرآیند پواسن با پارامتر ۵ باشد. مقدار ضریب همبستگی $N(9)$ و $N(100)$ چقدر است؟

۰/۴

۰/۵۵

۰/۳

۰/۰۹

۱. ۰/۰۹

-۷ اگر $\{N(t), t \geq 0\}$ یک فرآیند پواسن با پارامتر ۵ باشد. مقدار $Cov(N(4), N(25))$ چیست؟

۰/۲۹

۰/۲۰

۰/۱۰۰

۰/۰۹

۱. ۰/۰۹

-۸ اگر $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند حرکت براونی باشد. امید ریاضی آن چند است؟

۰/۵

۰/۲

۰/۰۵

۰/۰۵

۱. ۰/۰۵

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی، مدل‌های احتمالی و فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، آمار ۱۱۱۷۲۶۳ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -۱۴، مهندسی صنایع ۱۳۱۴۳۰۸ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۲ -

-۹- کدام مورد زیر بیانگر ویژگی بیحافظگی برای متغیرهای تصادفی است؟

$$P(X > t+s | X < t) = P(X > s) \quad .2$$

$$P(X > t+s | X < t) = P(X < 2s) \quad .1$$

$$P(X > t+s) = t+s \quad .4$$

$$P(X > t+s | X > t) = P(X > s) \quad .3$$

-۱۰- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر ارنفست ساده با ۵ مهره باشد. مقدار P_{44}^2 چیست؟

$$\frac{1}{4} \quad .4$$

$$\frac{0/75}{3} \quad .3$$

$$\frac{0/25}{2} \quad .2$$

$$\frac{0/36}{1} \quad .1$$

-۱۱- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر ارنفست ساده با ۶ مهره و X_1 دارای توزیع یکنواخت روی فضای حالت آن باشد. $P(X_1 = 2)$ چیست؟

$$\frac{5}{37} \quad .4$$

$$\frac{0/85}{3} \quad .3$$

$$\frac{4}{21} \quad .2$$

$$\frac{0/25}{1} \quad .1$$

-۱۲- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر قدم زدن تصادفی با $p = q = r$ باشد. $P(X_1 = 2)$ چیست؟

$$\frac{1}{9} \quad .4$$

$$\frac{2}{9} \quad .3$$

$$\frac{5}{9} \quad .2$$

$$1. \text{ صفر}$$

-۱۳- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر قدم زدن تصادفی ساده با $p = \frac{1}{4}$ باشد. $P_{44}^{(4)}$ چیست؟

$$\frac{0/75}{4} \quad .4$$

$$\frac{27}{128} \quad .3$$

$$\frac{57}{128} \quad .2$$

$$\frac{35}{97} \quad .1$$

-۱۴- اگر y حالتی بازگشتی باشد. $E_x(N(y))$ چیست؟

$$\frac{0/25}{4} \quad .4$$

$$\frac{0/5}{3} \quad .3$$

$$\frac{\infty}{2} \quad .2$$

$$1. \quad .1$$

-۱۵- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر قدم زدن تصادفی ساده باشد. تحت کدام تمام مقدار p تمام حالت‌های آن بازگشتی هستند؟

$$\frac{1}{8} \quad .4$$

$$\frac{0/75}{3} \quad .3$$

$$\frac{0/5}{2} \quad .2$$

$$\frac{0/25}{1} \quad .1$$

سری سوال: ۱ بیک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی، مدل‌های احتمالی و فرآیندهای تصادفی و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، آمار ۱۱۱۷۲۶۳ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -۱۴، مهندسی صنایع ۱۳۱۴۳۰۸ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۲ -

-۱۶- در زنجیر قدم زدن تصادفی که از صفر شروع می شود، اگر احتمال رفتن به چپ q و احتمال در جا زدن r و احتمال رفتن به راست p باشد، احتمال اینکه متوجه بعد از دو واحد زمانی در نقطه ۲- قرار گیرد کدام است؟

$$2qr^4$$

$$q^2r^3$$

$$p^2r^2$$

$$2qr^1$$

-۱۷- در زنجیر ارنفست ساده با پنج مهره با فرض اینکه X_0 دارای توزیع یکنواخت گستته بر $\{0,1,2,3,4,5\}$ باشد، برای توزیع X_1 مطلوب است $P(X_1=0)$ ؟

$$\frac{7}{30}^4$$

$$\frac{3}{30}^3$$

$$\frac{5}{30}^2$$

$$\frac{1}{30}^1$$

-۱۸- اگر π توزیع مانا و y حالتی گذرا باشد. آنگاه $(y|\pi)$ چند است؟

$$0/75^4$$

$$0/25^3$$

$$0/5^2$$

$$1. \text{ صفر}$$

-۱۹- توزیع مانای زنجیر تحویلناپذیر و گذرا چه نام دارد؟

$$4. \text{ وجود ندارد}$$

$$3. \text{ دوجمله ای}$$

$$2. \text{ پواسن}$$

$$1. \text{ هندسی}$$

-۲۰- توزیع مانای زنجیر ارنفست تعدیل یافته چه نام دارد؟

$$4. \text{ وجود ندارد}$$

$$3. \text{ پواسن}$$

$$2. \text{ دوجمله ای}$$

$$1. \text{ هندسی}$$

-۲۱- در زنجیر زاد و مرگی فرض کنید $p_x = p > 0, q_x = 1-p = q$. تحت کدام شرط زیر زنجیر بازگشتی است؟

$$4. \text{ موارد ۱ و ۳}$$

$$p = q^3$$

$$p < q^2$$

$$p > q^1$$

-۲۲- گزینه نا صحیح کدام است؟

$$E(X) = E(E(X|Y))$$

$$E(X|Y) = E(E(Y|X))$$

$$4. \text{ گزینه های اول و سوم}$$

$$E(XY) = E(X).E(X|Y)$$

-۲۳- کدام زنجیر زیر نادوره ای است؟

$$2. \text{ قدم زدن تصادفی ساده}$$

$$1. \text{ ارنفست ساده}$$

$$4. \text{ هر سه مورد}$$

$$3. \text{ ارنفست تعدیل یافته}$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ بک

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی، مدل‌های احتمالی و فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، آمار ۱۱۱۷۲۶۳ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -۱۴، مهندسی صنایع ۱۳۱۴۳۰۸ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۲ -

-۲۴ - حالت X را گوییم هرگاه داشته باشیم

۲. بازگشتی - $f_{xx} < 1$

۱. گذرا - $f_{xx} < 1$

۴. گذرا - $f_{xx} = 1$

۳. جاذب - $f_{xx} = 1$

-۲۵ - برای توزیع هندسی به صورت $P(X = k) = pq^{k-1}$ $k = 1, 2, 3, \dots$ تابع مولد احتمال کدام است؟

$$\frac{qS}{1-pS} . ۴$$

$$\frac{qS}{1-qS} . ۳$$

$$\frac{pS}{1-qS} . ۲$$

$$\frac{pS}{1-pS} . ۱$$

سوالات تشریحی

-۱ اگر A و B دو متغیر تصادفی ناهمبسته و ω نقطه دلخواهی در بازه $(0, \pi)$ باشند. نشان فرآیند $\{x_t, t \geq 0\}$ مانای وسیع هست. که در آن $x_t = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ می باشد.

-۲ قضیه چپمن کلموگروف را ثابت کنید. به عبارت دیگر اگر m و n دو عدد طبیعی باشند آنگاه به ازای هر x و y از حالت ها داریم:

$$P_{xy}^{(m+n)} = \sum_{z \in L} P_{xz}^{(m)} P_{zy}^{(n)}$$

-۳ فرض کنید زنجیر مارکفی دارای فضای حالت $\{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمال انتقال به صورت زیر باشد. با فرض $X_0 = 0$ توزیع $T_A = \{1, 2\}$ را بیابید.

$$\begin{bmatrix} 1 & . & . \\ . & 2 & . \\ 1 & 1 & 1 \\ . & . & . \\ 3 & 3 & 3 \\ . & . & . \\ 1 & 1 & 1 \\ . & . & . \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی، مدل‌های احتمالی و فرآیندهای تصادفی و شبه تحقیلی / **گد درس:** ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، آمار ۱۱۱۷۲۶۳ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -۱۴۰ -، مهندسی صنایع ۱۳۱۴۳۰۸ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳ -

۱۰۰ نمره

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

-۴

را در نظر بگیرید. دسته های هم ارزی را مشخص

زنگیر مارکف با ماتریس احتمال انتقال

کرده و تعیین کنید کدام ها گذرا، بازگشتی و جاذب هستند

۱۰۰ نمره

۵ - اگر به طور متوسط در هر سه دقیقه دو اتومبیل به یک کارواش وارد شوند. احتمال ان را که در ۱۰ دقیقه ۲۰

اتومبیل وارد شوند

چقدر است؟ همچنین متوسط تعداد اتومبیل های وارد شده به این کارواش در زمانی به طول ۱۵ دقیقه چقدر است

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعیت کلید
1	الف	عادی
2	ب	عادی
3	ب	عادی
4	ب	عادی
5	ج	عادی
6	ب	عادی
7	ب	عادی
8	الف	عادی
9	ج	عادی
10	الف	عادی
11	ب	عادی
12	د	عادی
13	ج	عادی
14	ب	عادی
15	ب	عادی
16	ج	عادی
17	الف	عادی
18	الف	عادی
19	د	عادی
20	ب	عادی
21	ب	عادی
22	د	عادی
23	ج	عادی
24	الف	عادی
25	ب	عادی

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱. فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- در فرآیند پواسون با پارامتر λ تابع میانگین کدام است؟

۴. $\sqrt{\lambda t}$

۳. صفر

۲. λt

۱. λ

۲- فرض کنید $X(t) = N(t+1) - N(t)$ باشد، برای فرآیند $\{N(t) : t \geq 0\}$ فرآیند پواسونی با پارامتر λ تابع کدام است؟ $Cov(X(t), X(s))$

۴. $\lambda(1-s-t)$

۳. $\lambda(t-1-s)$

۲. $\lambda(t+1-s)$

۱. $\lambda(s+1-t)$

۳- اگر A و B دو متغیر تصادفی ناهمبسته با میانگین ص باشد. کدام مورد در باره فرآیند $X = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ صحیح است؟ $\{X_t, t \geq 0\}$

۲. نه مانای وسیع و نه مانای اکید است.

۱. مانای وسیع واکید است.

۴. مانای اکید است اما مانای وسیع نیست.

۳. مانای وسیع است اما مانای اکید نیست.

۴- اگر $A_n \uparrow$ آنگاه خواهیم داشت:

$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = \infty$

$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = 0$

$P\left(\bigcap_n A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$

$P\left(\bigcup_n A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$

۵- در فرآیند پواسون ضریب همبستگی N_s, N_t به شرط $t=s+u$ برابر است با:

۴. $\sqrt{\frac{t}{s+u}}$

۳. $\sqrt{\frac{s}{t+u}}$

۲. $\sqrt{\frac{s}{s+u}}$

۱. $\sqrt{\frac{t}{t+u}}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۶- فرض X, Y دارای توزیع یکنواخت بر مجموعه $\{(x, y) | 0 \leq x < y \leq 1\}$ باشد به طوری که داریم:

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x < y \leq 1 \\ 0 & \text{ویرایش} \end{cases}$$

توزیع حاشیه X برای مقادیر $0 < x < 1$ کدام است؟

۰.۵(x - 1) .۴

۰.۵(1 - x) .۳

۲(x - 1) .۲

۲(1 - x) .۱

۷- فرض کنید تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر تعریف شود. مطلوب است

X	0	1	3
$f_X(x)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$?

0.32 .۴

0.54 .۳

0.83 .۲

0.98 .۱

-۸

زنگیر مارکف $\{X_n : n \geq 0\}$ با فضای حالت $L = \{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمالهای انتقال

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

توزیع آغازین برای حالت‌های صفر، یک و ۲ به ترتیب $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ باشد. مقدار

چقدر است؟

۱ .۴

۰/۷۵ .۳

۰/۵۰ .۲

۰/۲۵ .۱

-۹

زنگیر مارکف $\{X_n : n \geq 0\}$ با فضای حالت $L = \{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمالهای انتقال

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

توزیع آغازین برای حالت‌های صفر، یک و ۲ به ترتیب $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ باشد. مقدار

۱ .۴

۰/۲۵ .۳

۰/۵ .۲

۰/۲۵ .۱

سری سوال: ۱ بیک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۱۰- اگر فضای حالت زنجیری فقط یک دسته هم ارزی داشته باشد. یعنی هر دو حالت دلخواه در دسترس یکدیگر باشند، آن زنجیر را چه می نامند.

۴. تحويل ناپذیر

۳. بازگشتی

۲. گذرا

۱. جاذب

۱۱- تابع مولد احتمال توزیع هندسی که به صورت زیر تعریف شده کدام است:

$$P(X = k) = pq^{k-1}, k = 1, 2, \dots$$

$$\frac{1-p_s}{ps} \cdot ۴$$

$$\frac{ps}{1-ps} \cdot ۳$$

$$\frac{qs}{1-ps} \cdot ۲$$

$$\frac{s}{1-ps} \cdot ۱$$

۱۲- فرض کنید زنجیر مارکفی دارای فضای حالت $L = \{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. اگر داشته باشیم

$$P(T_A = 1) \text{ مطلوب است احتمال زمان اصابت } A = \{1, 2\}, X_0 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$0.76 \cdot ۴$$

$$0.34 \cdot ۳$$

$$0.5 \cdot ۲$$

$$0.75 \cdot ۱$$

۱۳- در زنجیر قدم زدن تصادفی که از صفر شروع می شود، اگر احتمال رفتن به چپ q و احتمال در جا زدن p و احتمال رفتن به راست r باشد، احتمال اینکه متوجه بعد از دو واحد زمانی در نقطه ۲ - قرار گیرد کدام است؟

$$pr \cdot ۴$$

$$p^2 \cdot ۳$$

$$q^2 \cdot ۲$$

$$2pq \cdot ۱$$

۱۴- وضعیت را هنگامی گوییم که داشته باشیم

$$f_{xx} > 1 \quad ۲. \text{ بازگشتی} -$$

$$f_{xx} < 1 \quad ۱. \text{ بازگشتی} -$$

$$f_{xx} < 1 \quad ۴. \text{ گذرا} -$$

$$f_{xx} = 1 \quad ۳. \text{ گذرا} -$$

۱۵- در زنجیر ارنفست ساده با پنج مهره با فرض اینکه X دارای توزیع یکنواخت گستته بر $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، برای توزیع X_1 مطلوب است $P(X_1 = 1)$

$$0.12 \cdot ۴$$

$$0.65 \cdot ۳$$

$$0.033 \cdot ۲$$

$$0.23 \cdot ۱$$

تعداد سوالات: نستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تصادفی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) - آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۰۵۳ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۶- به ازای کدام مقدار a تابع $f(X=x) = 0.01[2(10-x)+a]$ ، $x=1,2,...,10$ است؟

۰.۵ .۴ ۱ .۳ ۲ .۲ ۲.۵ .۱

-۱۷- فرض کنید ξ تعداد نوزادان هر فرد دارای توزیع هندسی که به صورت زیر تعریف شده کدام است:

$$P(\xi=k) = pq^k, k=0,1,2,\dots$$

اگر بدانیم $p=0.40$ باشد، احتمال انقراض چقدر است؟

۰.۶۷ .۴ ۰.۵ .۳ ۰.۶ .۲ ۰.۷ .۱

-۱۸- فرض کنید X, Y دارای توزیع یکنواخت بر مجموعه $\{(x,y) | 0 \leq x < y < 1\}$ باشد به طوری که داریم:

$$f(x,y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x < y \leq 1 \\ 0 & \text{و.غ.} \end{cases}$$

امید ریاضی متغیر تصادفی X برای مقادیر $1 < x < 0$ کدام است؟

$\frac{1}{4} .۴$ $\frac{1}{2} .۳$ $\frac{1}{3} .۲$ $\frac{1}{6} .۱$

-۱۹- فرض X, Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند اگر تابع مولد احتمال این دو متغیر به ترتیب (s) و (s) باشند انگاه داریم:

$$\varphi_{X+Y}(s) = \varphi_X(s)\varphi_Y(s) \quad .۲ \quad \varphi_{X+Y}(s) = \varphi_X(\varphi_Y(s)) \quad .۱$$

$$\varphi_{X+Y}(s) = \varphi_X(s) + \varphi_Y(s) \quad .۴ \quad \varphi_{X+Y}(s) = \varphi_Y(\varphi_X(s)) \quad .۳$$

-۲۰- در فرایند شاخه ای در چه وضعیتی انقراض نسل با احتمال کمتر از یک واقع می شود؟

۱. میانگین تعداد نوزادان حداقل یک باشد

۲. میانگین تعداد نوزادان حداقل یک باشد

۳. میانگین تعداد نوزادان بیشتر از یک باشد

تعداد سوالات: نستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) - آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۰۵۳ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۲۱- شرط لازم و کافی برای اینکه زنجیر زاد و مرگ باشد آن است که

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{q_1 \dots q_y}{p_1 \dots p_y} = \infty \quad .2$$

تحویل ناپذیر گذرا -

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{q_1 \dots q_y}{p_1 \dots p_y} = \infty \quad .1$$

تحویل ناپذیر بازگشتی -

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{q_1 \dots q_y}{p_1 \dots p_y} = \infty \quad .4$$

تحویل پذیر گذرا -

$$\sum_{y=0}^{\infty} \frac{q_1 \dots q_y}{p_1 \dots p_y} = \infty \quad .3$$

تحویل پذیر بازگشتی -

۲۲- اگر P ماتریس احتمال انتقال یک مرحله‌ای باشد به ازای هر $n \geq 1$ کدام رابطه درست است؟

۴. گزینه‌های اول و دوم

$$\pi_n = \pi_n P^{n-1} \quad .3$$

$$\pi_n = \pi_0 P^n \quad .2$$

$$\pi_n = \pi_{n-1} P \quad .1$$

۲۳- منظور از توزیع مانا در زنجیر مارکف با ماتریس احتمالهای تغییر وضعیت P توزیعی است که در برابری زیر صدق کند.

$$\pi = \pi P \quad .4$$

$$\pi = (\pi)(q) \quad .3$$

$$\pi = (\pi)(1-P) \quad .2$$

$$\pi = (1-\pi)P \quad .1$$

۲۴- اگر زنجیر $\{X_n : n \geq 0\}$ باشد، آنگاه توزیع موجود

۱. تحویل ناپذیر و بازگشتی - مانا - است

۲. تحویل ناپذیر و گذرا - مانا - است

۳. تحویل ناپذیر و بازگشتی - ناما - است

۴. تحویل ناپذیر و گذرا - مانا - نیست

۲۵- شرط لازم برای وجود توزیع مانا کدام است؟

۴. زنجیر مارکف باشد

۳. زنجیر گذرا نباشد

۲. زنجیر بازگشتی باشد

۱. زنجیر گذرا باشد

سوالات تشریحی

۱۲۰ نمره

۱- فرایند پواسون را تعریف کرده و تابع همبستگی و ضریب همبستگی را برای آن بدست آورید

۱۲۰ نمره

۲- فرض کنید زنجیر مارکفی با فضای حالت $L = \{1, 2, 3, 4\}$ دارای ماتریس احتمال انتقال به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

کدامیک از حالات گذرا، بازگشتی و یا جاذب هستند؟ با اثبات توضیح دهید.

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسطی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسطی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱،۲۰ نمره - در زنجیر ارنتست برای $d = 4, L = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ مهره ماتریس احتمال انتقال یک مرحله‌ای را بدست آورده و با فرض اینکه X_0 دارای توزیع یکنواخت بر L باشد، توزیع X_1 را بدست آورید.

۱،۲۰ نمره - در مورد مفاهیم زیر به طور خلاصه در یک خط توضیح دهید
فرآیند مارکف - دسته هم ارزی - زنجیر تحويل ناپذیر - فرآیند شاخه‌ای - احتمال انقراض -

۱،۲۰ نمره - برابری زیر را اثبات کنید
$$E(X) = E(E(X|Y))$$

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید	عادی
1	ب		عادی
2	الف		عادی
3	ج		عادی
4	ج		عادی
5	ب		عادی
6	الف		عادی
7	ب		عادی
8	الف		عادی
9	د		عادی
10	د		عادی
11	ج		عادی
12	ب		عادی
13	ب		عادی
14	د		عادی
15	الف		عادی
16	ج		عادی
17	د		عادی
18	ب		عادی
19	ب		عادی
20	د		عادی
21	الف		عادی
22	د		عادی
23	د		عادی
24	د		عادی
25	ج		عادی

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۵۳ -، آمار ریاضی، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع، - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر S یک فضای نمونه و P تابع احتمال تعریف شده روی این فضا باشد، آنگاه برد P کدام است؟

$$[0,1]^{\mathbb{N}}$$

$$S^{\mathbb{N}}$$

۴. تعریف نشده است

۳. مجموعه تمام زیر مجموعه های S

۲- اگر $\downarrow A_n$ آنگاه خواهیم داشت:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = \infty .\quad ۴$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) = 0 .\quad ۳$$

$$P\left(\bigcup_n A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) .\quad ۲$$

$$P\left(\bigcap_n A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) .\quad ۱$$

۳- در شهری دو کارخانه لامپ سازی وجود دارد که به ترتیب ۶۰ و ۷۰ درصد تولیدات آنها لامپ ۱۰۰ وات است. این کارخانه ها به ترتیب ۴۰ درصد و ۶۰ درصد نیازهای جامعه را تامین می کنند. چند درصد لامپهای موجود در بازار ۱۰۰ وات است؟

$$0.81 .\quad ۴$$

$$0.66 .\quad ۳$$

$$0.42 .\quad ۲$$

$$0.13 .\quad ۱$$

۴- تابعی از فضای نمونه به مجموعه اعداد حقیقی را چه می نامند

۴. متغیر تصادفی

۳. داده

۲. مشاهده

۱. متغیر

۵- فرض کنید تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر تعریف شود. مطلوب است $F_x(2.5)$

X	0	1	3
$f_x(x)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$?

$$\frac{1}{6} .\quad ۴$$

$$\frac{5}{6} .\quad ۳$$

$$\frac{2}{6} .\quad ۲$$

$$\frac{3}{6} .\quad ۱$$

۶- فرض کنید تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر تعریف شود. مطلوب است واریانس متغیر تصادفی X

X	0	1	3
$f_x(x)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$?

$$3 .\quad ۴$$

$$0.5 .\quad ۳$$

$$1 .\quad ۲$$

$$2 .\quad ۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شهه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) - آمار ریاضی، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و

کاربردها - مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان

- مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی - ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع -

بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۷

فرض کنید X متغیر تصادفی دارای تابع مولد احتمال $\phi(s) = \phi''(1) = 12$ و $E(X^2) = 15$ باشد. در این صورت واریانس X کدام است؟

۱. ۶

۲. ۳

۳. ۲

۴. ۴

-۸ تابع مولد احتمال توزیع هندسی به صورت زیر کدام است؟

$$P(X = x) = pq^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

$\frac{ps}{1-qS}$

$\frac{qS}{1-pS}$

$\frac{qS}{1-qS}$

$\frac{1}{1-qS}$

$X_t = A \cos \omega t + B \sin \omega t$, $\omega \in (0, \pi)$, $t \geq 0$ به ازای $t \geq 0$ متغیر تصادفی

را در نظر بگیرید. اگر A و B دو متغیر تصادفی ناهمبسته با امید ریاضی صفر و واریانس ثابت یکسان یک باشد. کدام شرط زیر صادق است؟

۱. این فرایند مانای وسیع است

۲. این فرایند نامانا است

۳. این فرایند مانای اکید است

۴. گزینه های دوم و سوم

-۹ فرض کنید فرآیند $N_{t,s} > 0$ دارای توزیع پواسون با پارامتر λt باشد تابع همبستگی با فرض اینکه $0 \leq s < t$ برای این فرایند کدام است؟

$\lambda \min(t, s)$

$\lambda(t-s)$

λt

λs

-۱۰ در زنجیر ارنفست ساده با ۳ مهره با فرض اینکه X_0 دارای توزیع یکنواخت گستته بر $\{0, 1, 2, 3\}$ باشد، امید ریاضی توزیع X_1 را بدست آورید؟

۱. ۱. ۷۵

۲. ۱. ۵

۳. ۲. ۲۵

۴. ۲. ۲

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ریاضی، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱۲- در زنجیر ارنفست ساده با ۳ مهره با فرض اینکه X_0 دارای توزیع یکنواخت گستته بر $\{0, 1, 2, 3\}$ باشد، انحرف

معیار توزیع X_1
را بدست آورید؟

۰.۱۲۶

۰.۸۲۳

۰.۳۲۵

۰.۷۶۴

۱۳- در زنجیر قدم زدن تصادفی که از صفر شروع می‌شود، اگر احتمال رفتن به چپ q و احتمال در جا زدن r و احتمال رفتن به راست p باشد،

احتمال اینکه متحرک بعد از دو واحد زمانی در نقطه یک قرار گیرد کدام است؟

P^2

$2pq + r^2$

$2pr$

$2qr$

۱۴- فرض کنید زنجیر مارکفی دارای فضای حالت $L = \{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. اگر داشته باشیم

$$A = \{1, 2\}, X_0 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ 1 & 1 & 1 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}$$

مطلوب است احتمال زمان اصابت $P(T_A = 2)$

۰.۷۵

۱

۰.۵

۰.۲۵

۱۵- حالت X را گوییم هرگاه داشته باشیم

$$f_{xx} = 1 \quad ۲. \text{ گذرا -}$$

$$f_{xx} < 1 \quad ۱. \text{ بازگشتی -}$$

$$f_{xx} > 1 \quad ۴. \text{ گذرا -}$$

$$f_{xx} = 1 \quad ۳. \text{ بازگشتی -}$$

۱۶- فرض کنید $x \leftrightarrow y$ در این صورت

۱. اگر X بازگشتی باشد، آنگاه y گذرا است

۲. اگر X جاذب باشد، آنگاه y نیز جاذب است

۳. اگر X بازگشتی باشد، آنگاه y نیز بازگشتی است

۴. اگر X گذرا باشد، آنگاه y بازگشتی است

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شته تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) - آمار ریاضی، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و

کاربردها - مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان

- مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع -

بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۱۷- زنجیر مارکف با ماتریس احتمال انتقال زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{bmatrix} 0.25 & 0.25 & 0 & 0.5 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.25 & 0.75 \end{bmatrix}$$

کدام گزینه صحیح است؟

۱. دسته $c_1 = \{0, 1\}$ گذرا هستند

۲. دسته $c_2 = \{2, 3\}$ بازگشتی هستند

۳. دسته $c_1 = \{0, 1\}$ جاذب است

۴. گزینه‌های یک و دو صحیح هستند

۱۸- توزیع مانای زنجیر ارنفست کدام است؟

۱. توزیع بواسون

۲. توزیع چند جمله‌ای

۳. توزیع نرمال

۴. توزیع دوجمله‌ای

۱۹- اگر میانگین تعداد نوزادان در فرآیند شاخه‌ای را با μ نشان دهیم آنگاه برای چه مقداری از μ .. انقراض با احتمال کمتر از یک واقع می‌شود

۱. $\mu < 1$

۲. $\mu > 1$

۳. $\mu = 1$

۴. $\mu = 0$

۲۰- در مسئله ورشکستگی قمار دو بازیکن A و B با سرمایه‌های a و b بازی می‌کنند، اگر باشد با زیاد شدن سرمایه بازیکن B احتمال ورشکستگی A

۱. کم می‌شود

۲. تغییری نمی‌کند

۳. حتمی است

۴. زیاد می‌شود

۲۱- اگر فضای حالت زنجیری فقط یک دسته هم ارزی داشته باشد. یعنی هر دو حالت دلخواه در دسترس یکدیگر باشند، آن زنجیر را چه می‌نامند.

۱. بازگشتی

۲. تحويل ناپذیر

۳. تحويل پذیر

۴. گذرا

۲۲- شرط لازم برای وجود توزیع مانا برای زنجیر زاد و مرگ کدام است؟

۱. زنجیر گذرا نباشد

۲. زنجیر گذرا باشد

۳. زنجیر بازگشتی نباشد

۴. زنجیر بازگشتی باشد

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ریاضی، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۲۳- کدام یک از روابط زیر صحیح است؟

$$f_{xy}^{(n)} \leq p_{xy}^{(n)} \quad .\text{۴}$$

$$f_{xy}^{(n)} \approx p_{xy}^{(n)} \quad .\text{۳}$$

$$f_{xy}^{(n)} \geq p_{xy}^{(n)} \quad .\text{۲}$$

$$f_{xy}^{(n)} > p_{xy}^{(n)} \quad .\text{۱}$$

-۲۴- اگر تعداد نوزادان ζ هر فرد در فرایند شاخه‌ای دارای توزیع هندسی

$$P(\zeta = k) = pq^k \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

باشد، با فرض $\rho = \varphi(s)$ احتمال انحراف $q > p$ را حساب کنید.

$$\frac{p}{1-qs} \quad .\text{۴}$$

$$\frac{p}{q} \quad .\text{۳}$$

$$\frac{q}{1-ps} \quad .\text{۲}$$

$$\frac{q}{p} \quad .\text{۱}$$

-۲۵- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2} & 1 < x < 10 \\ 0 & \text{این نقاط} \end{cases}$$

کدام است؟

$$\frac{6}{7} \quad .\text{۴}$$

$$\frac{4}{5} \quad .\text{۳}$$

$$\frac{10}{9} \quad .\text{۲}$$

$$\frac{9}{10} \quad .\text{۱}$$

سوالات تشریحی

۱- برای فرایند پواسون $\{N_t, t \geq 0\}$ با فرض $0 \leq s < t$ تابع همبستگی $C(s, t)$ و ضریب همبستگی را بدست آورده و تفسیر نمایید.

۲- قضیه برابری چیمن کولموگوروف را بیان کرده و اثبات کنید

سری سوال: ۱ بیک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ، آمار ریاضی، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و

کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان

- ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع -

بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۳- برای زنجیر مارکف با ماتریس احتمال انتقال زیر را با فضای حالت {۰، ۱، ۲، ۳} در نظر گرفته و حالت‌های گذرا و بازگشتی را معلوم کنید.

احتمال جذب حالت‌های ۲ و ۳ در مجموعه $R_1 = \{0, 1\}$ چقدر است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۴- برای جدول توزیع احتمالات توأم دو متغیر تصادفی X و Y در زیر مطلوب است: الف: توزیع‌های حاشیه‌ای X و Y ، ب: ضریب همبستگی X و Y ؟

		-1	0	1
	X			
0		0	$\frac{1}{3}$	0
1		$\frac{1}{3}$	0	$\frac{1}{3}$

۵- فرض کنید توزیع تعداد فرزندان هر فرد به صورت زیر باشد، احتمال انقراب را بدست آورید؟

	۰	۱	۲	۳
$P(\xi)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$

شماره
سوال

پاسخ صحیح

وضعیت کلید

1	ب	عادي
2	الف	عادي
3	ج	عادي
4	د	عادي
5	ج	عادي
6	ب	عادي
7	الف	عادي
8	د	عادي
9	ب	عادي
10	الف	عادي
11	ج	عادي
12	الف	عادي
13	ب	عادي
14	الف	عادي
15	ج	عادي
16	ج	عادي
17	د	عادي
18	د	عادي
19	ب	عادي
20	ج	عادي
21	ب	عادي
22	الف	عادي
23	د	عادي
24	ج	عادي
25	ب	عادي

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): قسمتی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمتی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱. فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

-۱ دنباله $\{A_n\}$ از پیشامد ها را صعودی گوییم هرگاه به ازای هر n داشته باشیم.....

۴. گزینه های ۱ و ۳

$$P(\bigcup_i A_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) \quad .3$$

$$A_n \supset A_{n+1} \quad .2$$

$$A_n \subset A_{n+1} \quad .1$$

-۲ فرض کنید F تابع توزیع متغیر تصادفی X باشد، انگاه

۲. تابع F از چپ از پیوسته است.

۱. تابع F از راست پیوسته است.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = 0 \quad .4$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} F(t) = \infty \quad .3$$

-۳ فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل باشند اگر تابع مولد احتمال این دو متغیر به ترتیب $\varphi_X(s)$ و $\varphi_Y(s)$ باشند انگاه داریم:

$$\varphi_{X+Y}(s) = \varphi_X(s) + \varphi_Y(s) \quad .2$$

$$\varphi_{X+Y}(s) = \varphi_X(\varphi_Y(s)) \quad .1$$

$$\varphi_{X+Y}(s) = \varphi_Y(\varphi_X(s)) \quad .4$$

$$\varphi_{X+Y}(s) = \varphi_X(s)\varphi_Y(s) \quad .3$$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{c}{x^2} & 1 < x < 10 \\ 0 & \text{ایر نقاط} \end{cases} \quad .4$$

فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال

است؟

$$\frac{10}{9} \quad .4$$

$$\frac{4}{10} \quad .3$$

$$\frac{7}{10} \quad .2$$

$$\frac{9}{10} \quad .1$$

-۴ برای توزیع هندسی به صورت $P(X=k) = pq^{k-1} \quad k=1,2,3,\dots$ تابع مولد احتمال کدام است؟

$$\frac{pS}{1-qS} \quad .4$$

$$\frac{pS}{1-pS} \quad .3$$

$$\frac{qS}{1-pS} \quad .2$$

$$\frac{qS}{1-qS} \quad .1$$

-۵ فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت بر $(0,1)$ باشد. اگر $X=x$ آنگاه داریم که متغیر تصادفی Y بر $(0,x)$ دارای توزیع یکنواخت است. $E(y)$ کدام است؟

$$1 \quad .4$$

$$0.25 \quad .3$$

$$0.75 \quad .2$$

$$0.5 \quad .1$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱. فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۷- فرض کنید X و Y دارای توزیع یکنواخت بر مجموعه $\{(x, y) | 0 \leq x < y \leq 1\}$ باشد به طوری که داریم:

$$\text{توزیع حاشیه‌ای } X \text{ برای مقادیر } 0 < x < 1 \text{ کدام است?} \quad f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 \leq x < y \leq 1 \\ 0 & \text{این نقاط} \end{cases}$$

۱. $2(x-1)$.۴ ۲. $(x-2)$.۳ ۳. $(2-x)$.۲ ۴. $2(1-x)$.۱

۸- فرآیند $0 \leq t \leq s$ را مانای $X_{t,s}$ گویند هرگاه ثابت و فقط به تفاضل s و t بستگی داشته باشد.

۱. وسیع - امید ریاضی و واریانس فرآیند -

۲. اکید - امید ریاضی فرآیند -

۳. وسیع - امید ریاضی فرآیند -

۴. ضعیف - واریانس فرآیند -

۹- فرض کنید فرآیند $0 < t \leq N$ دارای توزیع پواسون با پارامتر λ_t باشد تابع میانگین برای این فرآیند کدام است؟

۱. λ_t^4 ۲. $N\lambda_t^3$ ۳. λ_t^2 ۴. $e^{-\lambda_t}$

۱۰- فرض کنید فرآیند $0 < t \leq N$ دارای توزیع پواسون با پارامتر λ_t باشد تابع همبستگی با فرض اینکه $0 \leq s < t$ برای این فرآیند کدام است؟

۱. $\sqrt{\frac{t}{s}}$.۴ ۲. λ_s .۳ ۳. λ_t .۲ ۴. $\sqrt{\frac{s}{t}}$.۱

۱۱- کدامیک از عبارات زیر در مورد فرآیند پواسون درست است؟

۱. فرآیند پواسون مانای اکید نیست

۲. گزینه های ۱ و ۳

۳. فرآیند پواسون مانای وسیع نیست

۱۲- در زنجیر ارتفاست ساده با ۵ مهره P_{12} چقدر است؟

۱. ۰.۸ .۴

۲. ۰.۶ .۳

۳. ۰.۹ .۲

۴. ۰ .۱

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۱۳- در زنجیر ارنفست ساده با ۵ مهره با فرض اینکه X_0 دارای توزیع یکنواخت گستته بر $\{0,1,2,3,4,5\}$ باشد، برای توزیع X_1 مطلوب است $P(X_1 = 0)$ ؟

$$\frac{7}{30} \cdot 4$$

$$\frac{7}{20} \cdot 3$$

$$\frac{1}{20} \cdot 2$$

$$\frac{1}{30} \cdot 1$$

۱۴- در زنجیر قدم زدن تصادفی که از صفر شروع می شود، اگر احتمال رفتن به چپ q و احتمال درجا زدن r و احتمال رفتن به راست p باشد، احتمال اینکه متحرک بعد از دو واحد زمانی در نقطه ۲ قرار گیرد کدام است؟

$$p^2 \cdot 4$$

$$q^2 \cdot 3$$

$$2p \cdot 2$$

$$r^2 + 2pq \cdot 1$$

۱۵- فرض کنید زنجیر مارکفی دارای فضای حالت $L = \{0,1,2\}$ و ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. اگر داشته باشیم $P(T_A = 1)$ مطلوب است احتمال زمان اصابت $A = \{1,2\}$ ، $X_0 = 0$

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0.5 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ 0.25 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}$$

$$0 \cdot 4$$

$$0.75 \cdot 3$$

$$0.5 \cdot 2$$

$$0.25 \cdot 1$$

۱۶- زنجیر مارکف با ماتریس انتقال زیر را در نظر بگیرید. در این صورت داریم.....

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

۱. زنجیر فقط دارای یک دسته هم ارزی است.

۲. زنجیر تحويل ناپذیر است

۳. زنجیر تحويل ناپذیر نیست

۴. گزینه های اول و دوم

۱۷- حالت X را گوییم هرگاه داشته باشیم

۱. بازگشتی - $f_{xx} = 1$

۲. جاذب - $f_{xx} < 1$

۳. گذرا - $f_{xx} < 1$

۴. گذرا - $f_{xx} = 1$

۱۸- فرض کنید $y \leftrightarrow x$ در این صورت

۱. اگر x بازگشتی باشد، آنگاه y نیز جاذب است

۲. اگر x جاذب باشد، آنگاه y گذرا است

۳. اگر x بازگشتی باشد، آنگاه y نیز بازگشتی است

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریعی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریعی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۱۹- زنجیر مارکف با ماتریس احتمال انتقال زیر را در نظر بگیرید، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱. وضعیت ۳ گذرا است

۲. وضعیت ۳ بازگشتی است

۳. وضعیت ۳ جاذب است

۲۰- کدام یک از روابط زیر صحیح است

$$f_{xy}^{(n)} < P_{xy}^{(n)}$$

$$f_{xy}^{(n)} = 1 - p_{xy}^{(n)}$$

$$f_{xy}^{(n)} \leq P_{xy}^{(n)}$$

$$f_{xy}^{(n)} \geq P_{xy}^{(n)}$$

۲۱- اگر در زنجیر مارکفی فضای حالتها باشد، آنگاه زنجیر حداقل یک حالت دارد

۱. نامتناهی - گذرا

۲. جاذب - گذرا

۳. متناهی - بازگشتی

۲۲- در مسئله ورشکستگی قمار دو بازیکن A و B با سرمایه های a و b بازی می کنند، اگر $p=q$ باشد با زیاد شدن سرمایه بازیکن B احتمال ورشکستگی Λ دارد

۱. زیاد می شود

۲. حتمی است

۳. منتفی نیست

۴. وجود دارد

۲۳- اگر میانگین تعداد نوزادان در فرآیند شاخه ای را با μ نشان دهیم آنگاه برای انقراض با احتمال واقع می شود

$$\mu \leq 1$$

$$\mu > 1 - \text{یک}$$

$$\mu > 1$$

$$\mu < 1 - \text{کمتر از یک}$$

۲۴- در زنجیر زاد و مرگ فرض کنید $0 < p < 1$. اگر داشته باشیم $p_x = p$, $q_x = q = 1-p$, $r_x = 0$ شرط بازگشتی بودن زنجیر کدام است؟

$$p \geq q$$

$$p > q$$

$$p \leq q$$

$$p < q$$

۲۵- توزیع مانای زنجیر ارنفست کدام است؟

۱. هندسی

۲. برنوی

۳. پواسون

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمتی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمتی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی
و شبه تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و
کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم
های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی
صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

سوالات تشریحی

- ۱- برای فرآیند پواسون N با پارامتر λ تابع میانگین و تابع همبستگی را بدست آورید.
- ۲- قضیه چپمن کلمگروف را بیان کرده و اثبات کنید
- ۳- زنجیر مارکف با ماتریس احتمال انتقال زیر (با فضای حالت ۱ تا ۴) را در نظر بگیرید
- $$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0.3 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0.2 & 0.2 & 0.3 & 0.3 \\ 0.0 & 0.0 & 0.0 & 1 \end{bmatrix}$$
- در مورد وضعیت‌های یک و ۴، مشخص کنید کدامیک بازگشتی، گذرا و یا جاذب هستند اثبات کنید
- ۴- برای فرآیند شاخه‌ای ثابت کنید احتمال انقراض ρ در برابری $\rho = \varphi(\rho)$ صادق است
- ۵- ماتریس احتمال‌های انتقال را در زنجیر ارنفست برای $d=3$ نوشه و با فرض اینکه توزیع آغازین X_0 یکنواخت بر $\{0, 1, 2, 3\}$ باشد توزیع X_1 را بدست آورید

رقم الخط	بيانات المادة	نوع الخط	نوع الخط
1	د	عادي	عادي
2	الف	عادي	عادي
3	بـ	عادي	عادي
4	دـ	عادي	عادي
5	دـ	عادي	عادي
6	حـ	عادي	عادي
7	الف	عادي	عادي
8	حـ	عادي	عادي
9	دـ	عادي	عادي
10	حـ	عادي	عادي
11	دـ	عادي	عادي
12	دـ	عادي	عادي
13	الف	عادي	عادي
14	دـ	عادي	عادي
15	بـ	عادي	عادي
16	دـ	عادي	عادي
17	دـ	عادي	عادي
18	حـ	عادي	عادي
19	الف	عادي	عادي
20	بـ	عادي	عادي
21	حـ	عادي	عادي
22	بـ	عادي	عادي
23	بـ	عادي	عادي
24	بـ	عادي	عادي
25	دـ	عادي	عادي

سری سوال : یک ۱

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی
و شبه تحصیلی / گد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و
کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم
های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی
صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

-۱- متحرکی را در نظر بگیرید که روی محور خط حقیقی حرکت می کند. حرکت این متحرک به این ترتیب است که در هر واحد زمان یک واحد به راست یا یک واحد به چپ می رود. اگر متحرک از مبدأ شروع به حرکت کرده باشد و X تعداد حرکت ها در جهت راست محور باشد. احتمال اینکه پس از $2k$ حرکت در نقطه A باشد برابر است با:

$$\binom{2k}{k+i} \cdot 4$$

$$2k+2i \cdot 3$$

$$\frac{\binom{2k}{k+i} \cdot 2}{2^k}$$

$$1. \frac{2}{3}, 2. \frac{1}{3}, 3. \frac{1}{2}, 4. \frac{1}{3}$$

-۲- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر A_i ها دنباله ای نزولی باشند آنگاه $\lim P(A_{i+1}) = P(UA_i)$

۲. در نامساوی بول شرط ناسازگاری پیشامدها وجود دارد.

۳. اگر دو پیشامد ناسازگار باشند آنگاه مستقلند.

۴. احتمال های شرطی در اصول موضوعه احتمال صدق میکند.

-۳- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نمایی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، آنگاه تابع مولد گشتاور X برابر است با:

$$\frac{t-\lambda}{\lambda} \cdot 4$$

$$\frac{\lambda}{t-\lambda} \cdot 3$$

$$\frac{\lambda-t}{\lambda} \cdot 2$$

$$\frac{\lambda}{\lambda-t} \cdot 1$$

-۴- فرض کنید A و B دو پیشامد دلخواه باشند. در این صورت با فرض $P(A \cap B) = 0.02$ و $P(A) = P(B) = 0.02$ ضریب همبستگی بین I_A و I_B برابر است با:

$$\frac{1}{2} \cdot 4$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2$$

$$1. \text{ صفر} \quad 2. \frac{1}{2} \quad 3. \frac{1}{3} \quad 4. \frac{1}{2}$$

-۵- فرض کنید X و Y دارای تابع چگالی احتمال توام زیر باشند، در اینصورت امید ریاضی Z برابر است با:

$$f(x,y) = 2, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 1$$

$$0.75 \cdot 4$$

$$0.33 \cdot 3$$

$$0.25 \cdot 2$$

$$0.5 \cdot 1$$

-۶- کدام گزینه نادرست است؟

$$E(I_A^{-1}) = P(A) \cdot 2$$

$$E(X) = E(E(X|Y)) \cdot 1$$

$$I_A \cdot I_B = I_A \wedge B \cdot 4$$

۰.۳ = P بدان معنی است که I_A و I_B همبسته باشند.

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی
و شبه تحصیلی / گد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و
کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم
های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی
صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

- ۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱. در فرایند مانای اکید، $E(X)$ مقدار ثابتی می باشد.

۲. در فرایند مانای اکید، $E(X_1 X_2)$ فقط به تفاضل $t_0 S$ بستگی دارد.

۳. مانای وسیع، مانای اکید را نتیجه می دهد.

۴. الف و ب

- ۸- در فرایند پواسون با پارامتر λ ، ضریب همبستگی بین X_1 و X_2 برابر است با:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

- ۹- در فرایند حرکت براونی با واریانس برابر ۴، ضریب همبستگی بین X_1 و X_2 برابر است با:

$$\frac{1}{16}, \frac{1}{4}$$

$$0.64, 0.3$$

$$2, \text{ صفر}$$

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

- ۱۰- کدام گزینه در مورد فرایند حرکت براونی صحیح است؟

۱. چون مانای وسیع است، مانای اکید هم هست.

۲. این فرایند دارای تابع میانگین غیر صفر است.

۳. چون مانای وسیع نیست، مانای اکید هم نیست.

۴. هیچکدام

۴. نمایی-پواسون

۳. پواسون-هندسی

۲. هندسی-نمایی

۱. فقط نمایی

- ۱۱- کدام یک از توزیع های زیر دارای خاصیت بیحافظتگی است؟

$$X_1 = N_{\mu_1, \sigma_1^2}, X_2 = N_{\mu_2, \sigma_2^2}$$

۴. نمایی-پواسون

۲. هندسی-نمایی

۱. فقط نمایی

- ۱۲- فرض کنید، X یک فرایند پواسون با پارامتر λ باشد. تابع میانگین فرایند X در زیر کدام است؟

-

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$$

$$3, \text{ صفر}$$

$$2, \frac{1}{2}$$

$$1, \frac{1}{2}$$

- ۱۳- در زنجیر ارنفست ساده، d مهره به شماره های ۱ تا d و دو ظرف به شماره های ۱ و ۲ مفروض اند. فرض کنید در ظرف ۱، در ابتدا X مهره وجود داشته باشد. احتمال اینکه تعداد مهره های ظرف ۱ برابر $X+1$ شود برابر است.

$$\frac{1}{x}, \frac{1}{d}$$

$$\frac{1}{d}, \frac{x}{d}$$

$$\frac{x}{d}, \frac{1}{d}$$

$$\frac{d-x}{d}, 1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شرطه تحصیلی/گذاری درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۱۴- در زنجیر ارنفست ساده سوال ۱۳، با فرض اینکه X دارای توزیع یکنواخت بر $\{d, 1, 0\}$ باشد. احتمال X برابر صفر کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{d(d+1)}$$

$$\frac{1}{d+1}$$

$$\frac{1}{d}$$

$$\frac{d+1}{d(d+1)}$$

۱۵- حالتی مانند X را در فرایند گذرا گویند هرگاه:

$$f_{xx} = 1, 4$$

$$f_{xx} \leq 1, 3$$

$$f_{xx} < 1, 2$$

$$f_{xx} = 0, 1$$

در زنجیر مارکفی با فضای حالت $\{0, 1\}$ و ماتریس احتمال تغییر وضعیت $P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ مقدار $P(T_1 = 1)$ کدام است؟

$$\frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$

۱۶- کدام گزینه درست است؟

۱. در زنجیر قدم زدن تصادفی اگر y مثبت باشد زنجیر نادوره ای است.

۲. در زنجیر ارنفست دوره زنجیر برابر یک است.

۳. زنجیر تعديل یافته ارنفست دوره ای است.

۴. در زنجیر قدم زدن تصادفی اگر y مثبت باشد دوره زنجیر برابر ۲ است.

۱۷- در زنجیر قدم زدن تصادفی ساده اگر $E_y(N(y)) = 0.5$ باشد مقدار $P(N(y) = 0)$ کدام است؟

$$4. \text{ بی نهایت}$$

$$2. 3$$

$$3. 2$$

$$1. 1$$

۱۸- اگر y حالت بازگشتی زنجیر باشد کدام مورد درست است؟

$$E_y(N(y)) < \infty, 4. \quad P_y(N(y) = \infty) = 1, 3. \quad 1 - f_{yy} > 0, 2. \quad P_y(N(y) < \infty) = 1, 1.$$

۱۹- در مساله ورشکستگی قمارباز اگر احتمال برد بازیکن a و b در هر بازی به ترتیب برابر $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ باشد. با توجه به سرمایه های دو بازیکن a و b که به ترتیب ۲ و ۳ تومان می باشد. احتمال ورشکستگی بازیکن a برابر است با:

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{3}, 2$$

$$\frac{3}{2}, 1$$

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی
و شبه تحصیلی / گد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و
کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم
های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی
صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۲۱ در فرآیند $\{X_n\}$ با فضای حالت $\{0, 1\}$ و ماتریس احتمال انتقال یک مرحله ای $P = \lim_{n \rightarrow \infty} P^{(n)}$ وقتی

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

کدام است؟

.۴ $\frac{1}{13}$

.۳ .۷۵

.۲ $\frac{2}{3}$

.۱ $\frac{1}{13}$

-۲۲ اگر تابع کوواریانس $E(X_t X_s)$ برای $t > s$ تابعی از s باشد آنگاه

۱. فرآیند مانای وسیع است.

۲. هیچکدام

۳. فرآیند دارای نمو مانا است.

-۲۳ در زنجیر زاد و مرگ اگر $P_x = p$ و $p > q$ باشد آنگاه (X_t) برابر است با:

۴. صفر

.۳ $\frac{p}{q}$

.۲

.۱ $\frac{p}{q}$

-۲۴ شرط لازم و کافی برای اینکه زنجیر با زمان پیوسته دارای ویژگی مارکفی باشد آن است که به ازای هر X_t دارای توزیع باشد.

۴. جهشی

۳. نمایی

۲. نرمال

۱. هندسی

-۲۵ در فرآیند شاخه ای اگر توزیع نوزادان هر فرد (E) به صورت $P(E=k) = \frac{1}{k+1}$ باشد احتمال انقراض نسل کدام گزینه است؟

.۴ $\frac{1}{2}$

.۳

.۲ $\frac{1}{3}$

.۱ $\frac{1}{4}$

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید در فرآیند پواسون، هرچه فاصله بین S و t است، زیادتر باشد میزان ضربی همبستگی بین X_s و X_t کاهش می یابد. با دلیل نشان دهید که این فرآیند نه مانای اکید هست نه مانای وسیع.

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی
و شرطه تحصیلی / گذ درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و
کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم
های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی
صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

- ۲- نشان دهید در زنجیر قدم زدن تصادفی ساده، امید ریاضی تعداد دفعاتی را که فرایند در حالت صفر قرار می گیرد (شروع حرکت فرایند هم حالت صفر است) برابراست با:

$$E(N(\cdot)) = (1 - p)q^{\frac{1}{\lambda}} - 1 ; p = q$$

- ۳- ماتریس احتمال انتقال زیر مفروض است:
الف: حالتهای فرایند ۰، ۱، ۲ و ۳ را در دسته های حالتهای بازگشتی و گذرا مشخص کنید.
ب: احتمالهای جذب را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \overline{1} & \overline{2} & 0 & 0 \\ 1 & 2 & \dots \\ \overline{1} & \overline{2} & \dots \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

- ۴- نشان دهید، شرط لازم و کافی برای اینکه زنجیر زاد و مرگ تحویلناپذیر باشد آن است که به ازای هر X نامنفی داشته باشیم $0 \leq p_{Xx} \leq 1$ و برای هر X بزرگتر یا مساوی یک داشته باشیم $0 \leq q_{Xx} \leq 1$.

- ۵- الف: نشان دهید زنجیر ارنفست ساده، توزیع مانای (توزيع دوجمله ای با پارامترهای $n = d = n$) یکتا دارد.
ب: در قسمت الف، اگر (X, T) توزیع مانای زنجیر ارنفست ساده باشد. با فرض $p = 0.5$ ، مقدار T را بیابید.

1117029 - 98-99-3

Day	Condition	Notes
1	+	✓
2	+	✓
3	+	✓
4	+	✓
5	+	✓
6	+	✓
7	+	✓
8	+	✓
9	+	✓
10	+	✓
11	+	✓
12	+	✓
13	+	✓
14	+	✓
15	+	✓
16	+	✓
17	+	✓
18	+	✓
19	+	✓
20	+	✓
21	+	✓
22	+	✓
23	+	✓
24	+	✓
25	+	✓

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

-۱ متوجهی را روی محور اعداد حقیقی در نظر بگیرید که در هر واحد زمانی یک قدم به راست و یا یک قدم به عقب می رود. احتمال آنکه این متوجه از مبدأ شروع به حرکت کرده و پس از ۸ حرکت در موقعیت نقطه ۴ قرار بگیرد چیست؟

۰/۸۷ .۴

۰/۲۵ .۳

$\frac{1}{32}$.۲

$\frac{1}{64}$.۱

$$P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) \text{ باشد. مقدار } P(A_k) = \frac{1}{e} \sum_{i=1}^k \frac{1}{n+i} \text{ و } A_n \uparrow \text{ اگر } n \uparrow -۲$$

$\frac{\ln 2}{e}$.۴

$\frac{\ln 2}{8}$.۳

۱ .۲

۰ .۱

-۳ اگر A_1, A_2, \dots یک دنباله از پیشامدها باشند. تحت چه شرطی روی A_i ها $P(\bigcap_i A_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$ برقرار است؟

۱. نزولی بودن پیشامدها

۲. هر سه مورد

۳. ناسازگار بودن پیشامدها

-۴ تابع مولد توزیع هندسی چیست؟

۴. وجود ندارد

$\frac{ps}{1-qs}$.۳

$\frac{qs}{1+ps}$.۲

$\frac{qs}{1-ps}$.۱

-۵ اگر X دارای توزیع یکنواخت بر $(0,1)$ و $Y|X=x$ نیز دارای توزیع یکنواخت بر $(0,x)$ باشند امید ریاضی Y چیست؟

۴ .۴

۸ .۳

۰/۲۵ .۲

۰/۹۵ .۱

-۶ اگر A و B دو پیشامد باشند. تحت چه شرطی ضریب همبستگی بین I_A و I_B صفر می شود؟

۱. A و B مستقل باشند.

۲. A و B ناسازگار باشند.

۳. همواره صفر است.

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱. فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۷ عددی به تصادف در بازه صفر و یک انتخاب می کنیم اگر این عدد X باشد. سکه ای که احتمال شیر با آن x است را n بار پرتاب می کنیم تعداد شیرها چه توزیعی دارد؟

۱. دوجمله ای ۲. پواسن ۳. یکنواخت گستته ۴. نامشخص

-۸ اگر $\{N_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند پواسن با پارامتر ۵ باشد. $C(4,6)$ چیست؟

۱. ۱۰ . ۱ ۲. ۳۰ . ۲ ۳. ۱۸ . ۳ ۴. ۲۰ . ۴

-۹ کدام مورد درباره سوال ۸ نادرست است؟

۱. دارای نموهای ماننا است. ۲. دارای نموهای مستقل است. ۳. $N(0)=0$ ۴. مانای وسیع است.

-۱۰ اگر $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند حرکت براونی باشد. امید ریاضی X_t چیست؟

۱. ۱ . ۱ ۲. صفر ۳. ۲ . ۳ ۴. ۳ . ۴

-۱۱ در زنجیر ارنفست ساده با ۶ مهره P_{12} چیست؟

۱. $\frac{1}{3}$ ۲. $\frac{2}{3}$ ۳. $\frac{0/98}{2}$ ۴. $\frac{1}{3}$

-۱۲ اگر $P(X_2 = 0) = p = q = r = \frac{1}{3}$ یک فرآیند قدم زدن تصادفی با $\{X_n, n \geq 0\}$ چیست؟

۱. $\frac{1}{7}$ ۲. $\frac{1}{3}$ ۳. $\frac{0/98}{2}$ ۴. $\frac{0/67}{1}$

-۱۳ در زنجیر قدم زدن تصادفی ساده با فرض $p = \frac{1}{3} = E_0(N(0))$ مقدار $E_0(N(0))$ چیست؟

۱. ۱ . ۲ ۲. ۲ . ۳ ۳. ۱ . ۱ ۴. ۴ . ۴

-۱۴ در سوال شماره ۱۳ اگر $p = \frac{1}{2} = E_0(N(0))$ باشد. آنگاه $E_0(N(0))$ چیست؟

۱. ۱ . ۲ ۲. ۲ . ۳ ۳. ۳ . ۴ ۴. ∞

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱. فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شرطه تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۱۵- در فرآیند قدم زدن تصادفی ساده در کدام مورد زیر تمام حالت های آن گذراشد؟

۴. هر سه

$$p = \frac{5}{9}$$

$$p = \frac{1}{7}$$

$$p = \frac{1}{3}$$

۱۶- تحت چه شرطی فرآیند قدم زدن ساده تحویلناپذیر و بازگشتی است؟

$$p = \frac{1}{7}$$

$$p = \frac{1}{3}$$

$$p = \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{5}{9}$$

۰/۸۷

$$\frac{5}{31}$$

$$\frac{24}{31}$$

$$\frac{1}{31}$$

۱۷- اگر در مسئله ورشکستگی قمار باز $a=3$ و $b=2$ و $p = \frac{1}{3}$ باشد. احتمال ورشکستگی شخص Λ چیست؟

$$\frac{p}{q}$$

$$0/75$$

$$0/5$$

$$1/1$$

۱۸- در سوال ۱۸ با فرض $p < q$ احتمال انقراض نسل چیست؟

$$\frac{p}{q}$$

$$0/75$$

$$0/5$$

$$1/1$$

۱۹- اگر π توزیع مانا و y حالتی گذرا باشد، آنگاه $\pi(y)$ چیست؟

$$0/87$$

$$1/3$$

$$0/2$$

$$0/5$$

۴. وجود ندارد

۳. دوجمله ای

۲. پواسن

۱. هندسی

۴. وجود ندارد.

۳. پواسن

۲. هندسی

۱. دوجمله ای

۲۰- توزیع مانا در زنجیر ارنفست ساده چیست؟

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

۲۳- کدام زنجیر دوره‌ای است؟

۴. هر سه مورد

۳. ارنفست تعديل یافته

۲. ارنفست ساده

۱. قدم زدن تصادفی

۲۴- شرط آنکه یک زنجیر مارکف زمان پیوسته دارای ویژگی مارکف باشد، چیست؟

۲. زمان های توقف توزیع پواسن باشد.

۱. زمان های توقف توزیع نمایی باشد.

۴. زمان های توقف توزیع نرمال باشد.

۳. زمان های توقف توزیع هندسی باشد.

۲۵- در فرآیند پواسن با پارامتر λ به ازای $x + 1 > y$ مقدار q_{xy} چیست؟

۰/۷۵ .۴

۰/۵ .۳

۱ .۲

۰ .۱

سوالات تشریحی

۱- اگر فرآیند $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند تصادفی باشد که در آن $X_t = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ و A و B متغیرهای تصادفی ناهمبسته و با امید ریاضی یکسان صفر و واریانس یکسان ۱ هستند. نشان دهید که $\{X_t, t \geq 0\}$ مانای وسیع است.

۲- فرض کنید زنجیر مارکفی دارای فضای حالت $E = \{0, 1, 2\}$ و با ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. با فرض $T_A = 0$ و $A = \{1, 2\}$

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۳- زنجیر مارکفی با فضای حالت $E = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ و دارای احتمال انتقال های زیر است. دسته های هم ارزی را تعیین نموده و احتمال های جذب را به دست آورید.

$$2P_{00} = \frac{2}{3}, P_{11} = 3P_{10} = \frac{3}{4}, P_{23} = 2P_{21} = 2P_{22} = \frac{2}{4}, P_{31} = P_{32} = P_{34} = \frac{1}{3}, P_{44} = 1$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسطی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسطی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجھیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱.۲۰ نمره

-۴ در زنجیر مارکف با فضای حالت $E_0(T_0) = \frac{1}{3}, P_{00} = \frac{1}{4}$ و با $E = \{0,1\}$ مقدار P_{11} را بیابید.

۱.۲۰ نمره

-۵ اگر در فرآیند مارکف زمان پیوسته ای و با فضای حالت $E = \{0,1,2,\dots\}$ داشته باشیم و به ازای $y \neq x$ داشته باشیم $Q_{x0} = \mu$ و به ازای $x \neq 0$ نیز $Q_{xx+1} = \lambda$ برقرار باشد. توزیع مانا را بیابید.

نمبر	سوان	ياسخ صحيح	وضعیت كلبد	عادي
1		الف		عادي
2		د		عادي
3		الف		عادي
4		ح		عادي
5		ب		عادي
6		الف		عادي
7		ح		عادي
8		د		عادي
9		د		عادي
10		ب		عادي
11		د		عادي
12		ح		عادي
13		الف		عادي
14		الف		عادي
15		د		عادي
16		ب		عادي
17		ب		عادي
18		الف		عادي
19		د		عادي
20		ب		عادي
21		ح		عادي
22		د		عادي
23		ب		عادي
24		الف		عادي
25		الف		عادي

سری سوال : یک ۱

زمان آزمون (دقیقه) : قسمی : ۶۰ : تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : قسمی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شه تحصیلی / کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ - ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی، سیستم‌های ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوترا گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

-۱ اگر S یک فضای نمونه و P تابع احتمال تعریف شده روی این فضا باشد، آنگاه برد P کدام است؟

۱. S . ۱
۲. مجموعه تمام زیرمجموعه های S

۳. $[0,1]$. ۴
۴. تهی

-۲ فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع مولد احتمال $\Phi(s) = 15$ و $E(X^2) = 12$ باشند. در این صورت واریانس X کدام است؟

۱. ۱۲ . ۴
۲. ۹ . ۳
۳. ۶ . ۲
۴. ۳ . ۱

-۳ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه مقدار ضریب همبستگی توابع نشانگر A و B کدام است؟

۱. ۰/۵ . ۳
۲. ۱ . ۲
۳. صفر

-۴ در فرایند $\{X_n, n \geq 1\}$ فرض کنید $X_6 = 15$ و $X_{17} = 22/5$ باشند در این صورت، نمو فرایند در فاصله ۶ تا ۱۷ کدام است؟

۱. ۳/۷۵ . ۱
۲. ۷/۵ . ۲
۳. ۱۱/۲۵ . ۳
۴. ۳۷/۵ . ۴

-۵ در فرایند $\{X_t, t \geq 0\}$ به صورت $X_t = A \cos \pi t + B \sin \pi t$ فرض کنید A و B دو پیشامد مستقل با امید ریاضی یکسان صفر و واریانس یکسان σ^2 باشند. در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

۱. مانای وسیع است
۲. مانای اکید نیست

۳. $C(s, t) = \sigma^2 \cos \pi(t-s)$
۴. همه موارد

-۶ فرض کنید $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرایند حرکت براونی باشد و در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

۱. X_t مانای وسیع نمیباشد
۲. X_t مانای اکید میباشد

۳. X_t دارای توزیع نرمال میباشد
۴. X_t همواره مشتق پذیر است

-۷ اگر متغیر تصادفی X دارای ویژگی بیحافظگی و $P(X > 5 | X \leq 2) = 0/65$ باشد. آنگاه مقدار $P(X > 3 | X > 2)$ کدام است؟

۱. ۰/۳۵ . ۱
۲. ۰/۴۵ . ۲
۳. ۰/۵۵ . ۳
۴. ۰/۶۵ . ۴

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شرطه تحصیلی / گذ درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ - آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار - ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیووتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۸ اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال کای دو با یک درجه آزادی باشد، آنگاه مقدار $\int_0^{\infty} P(X > x) dx$ کدام است؟

۴ . ۴

۲ . ۳

۱ . ۲

۱ . صفر

-۹ در زنجیر ارنفست با $d = 5$ مهره اگر توزیع آغازین یکنواخت باشد، آنگاه مقدار $P(X_1 = 2)$ کدام است؟

$\frac{7}{30}$. ۴

$\frac{2}{30}$. ۳

$\frac{2}{25}$. ۲

۱ . صفر

-۱۰ اگر $\{X_n, n \geq 1\}$ یک زنجیر مارکف با فضای حالت $\{0, 1\}$ به طوریکه $\pi_n = \left(\begin{array}{cc} 3/5 & 2/5 \\ 2/5 & 3/5 \end{array} \right)$ باشد. آنگاه مقدار $(1) P(X_1 = 1 | \text{ازی } n \geq 1)$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$. ۴

$\frac{1}{2}$. ۳

$\frac{2}{5}$. ۲

$\frac{3}{5}$. ۱

-۱۱ در فرایند قدم زدن تصادفی احتمال اینکه متحرک پس از ۲ واحد زمانی در نقطه ۲ - قرار گیرد کدام است؟

p^3 . ۴

$r^2 + 2pq$. ۳

$3rq^2$. ۲

q^2 . ۱

-۱۲ فرض کنید زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ با فضای حالت $\{1, 2, 3, 4\}$ دارای ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. در این صورت مقدار $P(X_1 = 1)$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{2}{3}$. ۴

$\frac{1}{4}$. ۳

$\frac{3}{4}$. ۲

$\frac{1}{3}$. ۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی روش تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوuter گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱۳- فرض کنید زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ با فضای حالت $\{0,1\}$ دارای ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. در این صورت مقدار $P_{01}^{(10)}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{20} \cdot 4 \quad \frac{1}{2} \cdot 3 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 2 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{10} \cdot 1$$

۱۴- اگر حالت وضعیت X گذرا باشد. در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

$$f_{xx} > 1 \cdot 2$$

$$f_{xx} = 1 \cdot 1$$

$$4. \text{ با احتمال } f_{xx} - 1 \text{ باز می گردد}$$

$$f_{xx} < 1 \cdot 3$$

۱۵- زنجیر مارکف $\{X_n, n \geq 0\}$ با ماتریس احتمال انتقال زیر را در نظر بگیرید. در این صورت مقدار $P_{01}^{(2)}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{4}{9} \cdot 4$$

$$\frac{3}{9} \cdot 3$$

$$\frac{2}{9} \cdot 2$$

$$\frac{5}{9} \cdot 1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شرط تحصیلی/گذاری درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۶- زنجیر مارکف $\{X_n, n \geq 0\}$ با ماتریس احتمال انتقال زیر را در نظر بگیرید. در این صورت مقدار $f_{01}^{(2)}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{5}{9}$.۴

$\frac{2}{9}$.۳

$\frac{3}{9}$.۲

$\frac{4}{9}$.۱

-۱۷- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر مارکف همگن و یک حالت گذرا از فضای حالت‌های آن (E) باشد، در این صورت کدام رابطه برقرار است؟ (y حالت گذراست)

$\exists x \in E, E_x(N(y)) = \infty$.۲

$\forall x \in E, E_x(N(y)) = \infty$.۱

$\exists x \in E, E_x(N(y)) < \infty$.۴

$\forall x \in E, E_x(N(y)) < \infty$.۳

-۱۸- در مساله ورشکستگی قمارباز اگر $p > q$ باشد. در این صورت مقدار $\lim_{b \rightarrow \infty} \alpha_p$ (احتمال ورشکستگی شخص با سرمایه a) کدام است؟

$\frac{p^a}{q}$.۴

$\left(\frac{p}{q}\right)^a$.۳

$\left(\frac{q}{p}\right)^a$.۲

.۱

-۱۹- فرض کنید $\xi = k$ ، تعداد نوزادان هر فرد در زنجیر شاخه‌ایی دارای توزیع هندسی به صورت $P(\xi = k) = pq^k$ ، $k = 0, 1, 2, \dots$ باشد. در این صورت، احتمال انقراض کدام است؟

$1 - \frac{q}{p}$.۴

$1 - \frac{p}{q}$.۳

$\frac{q}{p}$.۲

$\frac{p}{q}$.۱

-۲۰- در فرایند زاد و مرگ برای $x \geq 0$ ، فرض کنید $p_x = \frac{x}{2(x+1)}$ و $q_x = \frac{x+2}{2(x+1)}$ باشد. در این صورت زنجیر فرایند در چه وضعیتی قرار دارد؟

.۲. یک حالت بازگشتی و در بقیه حالتها گذرا است.

.۱. تحويل ناپذیر و بازگشتی است.

.۴. تحويل ناپذیر و گذرا است.

.۳. تحويل ناپذیر نیست

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شرطه تحصیلی / گذ درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ - آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار - ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیووتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۲۱- توزیع مانای زنجیر ارنفست کدام است؟

۴. پاسکال

۳. هندسی

۲. دوجمله‌ای

۱. برنولی

-۲۲- شرط لازم و کافی برای اینکه یک زنجیر زمان-پیوسته یک زنجیر مارکف باشد کدام است؟

۲. فضای حالت شمارا باشد.

۱. توزیع T_x نمایی باشد.

۲ و ۱ . ۴

۳. توزیع T_x غیر نمایی باشد

-۲۳- در یک زنجیر مارکف زمان-پیوسته با فضای حالت $\vartheta = \{0, 1, 2, \dots\}$ فرض کنید $q_{xx} = \begin{cases} \lambda, & y = x + 1 \\ \mu, & y = 0 \end{cases}$ باشد، مقدار کدام است؟

$\frac{1}{\lambda + \mu}$. ۴

$\frac{-1}{\lambda + \mu}$. ۳

$\lambda + \mu$. ۲

$-(\lambda + \mu)$. ۱

-۲۴- در یک زنجیر مارکف زمان-پیوسته با فضای حالت $\vartheta = \{0, 1, 2, \dots\}$ فرض کنید $q_{yy} = \begin{cases} \lambda, & y = x + 1 \\ \mu, & y = 0 \end{cases}$ باشد، به ازای $y = x + 1$ مقدار Q_{yy} کدام است؟

$\frac{1}{2}$. ۴

$\frac{\mu}{\lambda + \mu}$. ۳

$\frac{\lambda}{\lambda + \mu}$. ۲

$\frac{1}{\lambda + \mu}$. ۱

-۲۵- فرض کنید X دارای توزیع نمایی با پارامتر یک باشد. اگر $x = X$ ، آنگاه Y دارای توزیع پواسن با پارامتر x است. در این صورت مقدار $E(Y)$ کدام است؟

x . ۴

۲ . ۳

۱ . ۲

۰/۵ . ۱

سری سوال : ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

عنوان درس : فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شرطه تحصیلی / گذ درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ - آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیووتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

سوالات تشریحی

۱،۲۰ نمره

$$P\left(\bigcup_i A_i\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$$

-۱ اگر $\uparrow A_n$ باشد، ثابت کنید:

۱،۲۰ نمره

-۲ فرض کنید P ماتریس احتمال انتقال یک مرحله‌ای و π توزیع X_n باشد. در این صورت ثابت کنید به ازای هر $n \geq 1$ ، ثابت کنید:

$$\pi_n = \pi_{n-1} P$$

۱،۲۰ نمره

-۳ فرض کنید تعداد نوزادان هر فرد در زنجیر شاخه‌ایی به صورت تابع مولد $\varphi(s) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}s + \frac{1}{8}s^2 + \frac{2}{8}s^3$ باشد، در این صورت، احتمال انقراض را بدست آورید.

۱،۲۰ نمره

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

-۴ ماتریس احتمال‌های انتقال و توزیع آغازین زیر باشد:

۱،۲۰ نمره

-۵ در زنجیر مارکوف زمان پیوسته با فضای حالت $E = \{0,1,2\}$ که توزیع مانای آن در رابطه

$$\frac{\Pi(y-1)}{\Pi(y)} = \frac{\lambda + \mu}{\lambda}, \quad y \neq 0$$

نمبر	سوان	واسخ صحبح	وضعیت کلب	عادي
1		د		عادي
2		ب		عادي
3		الف		عادي
4		ب		عادي
5		د		عادي
6		ح		عادي
7		الف		عادي
8		ب		عادي
9		د		عادي
10		ب		عادي
11		الف		عادي
12		ح		عادي
13		ح		عادي
14		ح		عادي
15		الف		عادي
16		ح		عادي
17		ح		عادي
18		الف		عادي
19		الف		عادي
20		د		عادي
21		ب		عادي
22		الف		عادي
23		الف		عادي
24		ب		عادي
25		ب		عادي

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ - آمار، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ - ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ - مهندسی صنایع - بهینه سازی، سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ - مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

-۱ اگر $\downarrow A_n$ باشد. در این صورت مقدار عبارت $\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$ کدام است؟

$$P\left(\bigcap_i A'_n\right) \quad .4$$

$$P\left(\bigcap_i A_n\right) \quad .3$$

$$P\left(\bigcup_i A'_n\right) \quad .2$$

$$P\left(\bigcup_i A_n\right) \quad .1$$

-۲ اگر پیشامد A با خودش مستقل باشد، در این صورت احتمال پیشامد A چه مقادیری اختیار می‌کند؟

.۴. نامعلوم است.

.۳. صفر و یک

.۲. یک

.۱. صفر

-۳ فرض کنید X, Y دو متغیر تصادفی مستقل و φ تابع مولد احتمال باشد. در این صورت کدام عبارت برقرار است؟

$$\varphi_{X+Y}(S) = \varphi_X(S)\varphi_Y(S) \quad .2$$

$$\varphi_{X+Y}(S) = \varphi_X(\varphi_Y(S)) \quad .1$$

$$\varphi_{X+Y}(S) = \varphi_Y(\varphi_X(S)) \quad .4$$

$$\varphi_{X+Y}(S) = \varphi_X(S) + \varphi_Y(S) \quad .3$$

-۴ فرض کنید X دارای توزیع نمایی با پارامتر یک باشد. اگر $x = X$ ، آنگاه Y دارای توزیع پواسن با پارامتر x است. در این صورت مقدار $E(Y)$ کدام است؟

.۴. x

.۳. ۲

.۲. ۱

.۱. $0/5$

-۵ اگر متغیر تصادفی X دارای تابع مولد $\varphi(S) = \frac{pS}{1-qS}$ باشد. امید ریاضی X کدام است؟

$$\frac{1}{p} \quad .4$$

$$\frac{1}{q} \quad .3$$

$$\frac{1}{1-p} \quad .2$$

$$\frac{1}{1-q} \quad .1$$

-۶ اگر متغیر تصادفی X دارای تابع مولد $\varphi(S) = \frac{pS}{1-qS}$ باشد. واریانس X کدام است؟

$$\frac{p}{q^2} \quad .4$$

$$\frac{q}{p^2} \quad .3$$

$$\frac{1}{q^2} \quad .2$$

$$\frac{1}{p^2} \quad .1$$

-۷ گر A و B دو پیشامد مستقل با امید ریاضی یکسان صفر و واریانس یکسان σ^2 باشند. در این صورت فرایند $\{X_t, t \geq 0\}$ به صورت $X_t = A \cos \pi t + B \sin \pi t$ کدام وضعیت را دارد؟

.۲. مانای اکید نیست

.۱. مانای وسیع است

.۴. همه موارد

$$C(s, t) = \sigma^2 \cos \pi(t-s) \quad .3$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی روشی تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۸- فرض کنید $\{N(t), t \geq 0\}$ یک فرایند پواسن با پارامتر $\lambda = 2$ باشد، در این صورت مقدار $E(N(3)N(2))$ کدام است؟

۲۰.۴

۲.۳

۳.۲

۲۸.۱

-۹- فرض کنید $\{N(t), t \geq 0\}$ یک فرایند پواسن با پارامتر $\lambda = 2$ باشد، در این صورت مقدار کواریانس $N(4)$ و $N(5)$ کدام است؟

۲۰.۴

۱۰.۳

۸.۲

۱. صفر

-۱۰- فرض کنید $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرایند حرکت براومنی باشد. در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

۱. X_t دارای توزیع نرمال میباشد

۲. X_t مانای اکید میباشد

۳. X_t مانای وسیع نمیباشد

-۱۱- کدام یک از ماتریس‌های زیر تصادفی و مضاعف است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} .4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 4 \\ 5 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{4}{5} & 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} .3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} .2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} .1$$

-۱۲- در زنجیر ارنفست با $d = 5$ مهره اگر توزیع آغازین یکنواخت باشد، $p(X_1 = 2)$ کدام است؟

۲.۴
25

۲.۳
30

۷.۲
30

۱. صفر

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریعی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریعی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۳

و فضای حالت $\{1, 2, 3, 4\} = v$ را در نظر بگیرید. در این

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

صورت مقدار $P(X_1 = 1)$ کدام است؟

$$\frac{1}{4} . ۴$$

$$\frac{3}{4} . ۳$$

$$\frac{1}{3} . ۲$$

$$\frac{1}{2} . ۱$$

-۱۴

در زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ با فضای حالت $\{0, 1\} = v$ و ماتریس احتمال انتقال $p_{01}^{(10)}$ مقدار کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{2}{2} \end{bmatrix}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{20} . ۴$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} . ۳$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 . ۲$$

$$\frac{1}{2} . ۱$$

-۱۵- در فرایند قدم زدن تصادفی احتمال اینکه متحرک پس از ۲ واحد زمانی در نقطه صفر قرار گیرد کدام است؟

$$2qr . ۴$$

$$2pr . ۳$$

$$2pq^2 + r . ۲$$

$$2pq + r^2 . ۱$$

-۱۶

فرض کنید زنجیر مارکفی دارای فضای حالت $\{0, 1, 2\} = v$ ماتریس احتمال انتقال $A = \{0, 1, 2\}$ باشد. اگر $A = \{0, 1, 2\}$ و

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

باشد، در این صورت مقدار $P\{T_0 = 2\}$ کدام است؟

$$\frac{3}{4} . ۴$$

$$\frac{1}{4} . ۳$$

$$\frac{1}{3} . ۲$$

$$\frac{1}{2} . ۱$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۷ زنجیر مارکف با ماتریس احتمال انتقال $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ کدام را در نظر بگیرید. در این صورت مقدار $(p_{01}^{(2)}, f_{01}^{(2)})$ است؟

$$\left(\frac{3}{9}, \frac{7}{9}\right) .4 \quad \left(\frac{4}{9}, \frac{3}{9}\right) .3 \quad \left(\frac{3}{9}, \frac{5}{9}\right) .2 \quad \left(\frac{5}{9}, \frac{2}{9}\right) .1$$

-۱۸ اگر حالت وضعیت X گذرا باشد. در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

$$f_{XX} < 1 .2 \quad f_{XX} = 1 .1$$

۴. با احتمال $1 - f_{XX}$ به X باز می‌گردد

$$f_{XX} > 1 .3$$

-۱۹ در زنجیر قدم زدن تصادفی ساده با فرض $E_0(N(0)) = p = \frac{1}{3}$ ، مقدار کدام است؟

$$4 .3 \quad 3 .2 \quad 2 .1$$

۴. بی‌نهایت

-۲۰ در کدام یک از حالت زیر زنجیر قدم زدن تصادفی ساده تحویلناپذیر و بازگشتی است؟

$$p = \frac{1}{2} .4 \quad p = \left(\frac{1}{2}\right)^2 .3 \quad p = \frac{2}{3} .2 \quad p = \frac{1}{3} .1$$

-۲۱ در مساله ورشکستگی قمار باز اگر $p > q$ باشد. در این صورت مقدار $\lim_{b \rightarrow \infty} \alpha_a$ (احتمال ورشکستگی شخص با سرمایه a) کدام است؟

$$1 .1$$

۴. $\left(\frac{q}{p}\right)^a$

۳. $\frac{p^a}{q}$

۲. $\left(\frac{p}{q}\right)^a$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسطی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسطی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی روش تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳

-۲۲ فرض کنید تعداد نوزادان هر فرد در زنجیر شاخه ایی به صورت $\varphi(s) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}s + \frac{1}{8}s^2 + \frac{2}{8}s^3$ باشد احتمال انقراب کدام است؟

$$\frac{1-\sqrt{41}}{4} . ۴$$

$$\frac{-3+\sqrt{41}}{4} . ۳$$

$$\frac{3-\sqrt{41}}{4} . ۲$$

$$\frac{-1+\sqrt{41}}{4} . ۱$$

-۲۳ در فرایند زاد و مرگ برای $x \geq 0$ ، فرض کنید $p_x = \frac{x}{2(x+1)}$ و $q_x = \frac{x+2}{2(x+1)}$ باشد. در این صورت زنجیر فرایند در چه وضعیتی قرار دارد؟

۱. تحويل ناپذیر و بازگشته است

۲. یک حالت بازگشته و در بقیه حالتها گذرا است

۳. تحويل ناپذیر و گذرا است

۴. تحويل ناپذیر نیست

-۲۴ در زنجیر قدم زدن تصادفی اگر به ازای هر x ، $r_x = 0$ باشد آنگاه دوره زنجیر کدام است؟

$$d = 2n . ۴$$

$$d = 2 . ۳$$

$$d = n . ۲$$

$$d = 1 . ۱$$

-۲۵ در یک زنجیر مارکف زمان-پیوسته با فضای حالت $\{\vartheta = 0, 1, 2, \dots\}$ فرض کنید $q_{xy} = \begin{cases} \lambda, & y = x+1 \\ \mu, & y = 0 \end{cases}$ باشد، به ازای مقدار Q_{xy} کدام است؟

$$\frac{1}{2} . ۴$$

$$\frac{\mu}{\lambda + \mu} . ۳$$

$$\frac{\lambda}{\lambda + \mu} . ۲$$

$$\frac{1}{\lambda + \mu} . ۱$$

سوالات تشریحی

۱. فرض کنید متغیرهای تصادفی X و Y دارای توزیع توان پیوسته باشند ثابت کنید.

$$E(X) = E(E(X|Y))$$

۲. فرض کنید P ماتریس احتمال انتقال یک مرحله‌ای و π توزیع X_n باشد. در این صورت ثابت کنید به ازای هر $n \geq 1$

$$\pi_n = \pi_{n-1} P$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱،۲۰ نمره

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ماتریس احتمالهای انتقال

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & x \\ \hline 2 & 2 & 1 & \Pi_0(x) \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} & \end{array}$$

الف. توزیع را بدست آورید.

ب. مقدار $P(X_2 = 1 | X_0 = 1)$ را محاسبه کنید.

۱،۲۰ نمره

-۴ زنجیر مارکف $\{X_t, t \geq 0\}$ را با ماتریس احتمال انتقال زیر و با فضای حالت {۰ و ۱ و ۲} را در نظر بگیرید:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

الف) ثابت کنید این زنجیر توزیع مانای یکتا دارد.

ب) توزیع مانا را بیابید.

۱،۲۰ نمره

-۵ ثابت کنید اگر زنجیر تحویلناپذیر $\{X_t, t \geq 0\}$ بازگشتی مثبت باشد، این زنجیر دارای توزیع ماناست اگر

$$\pi(x) = \frac{1}{m_x}$$

نمره سؤال	ماسخ صحيح	وضعیت کلبد	حکم
1	ج		حادی
2	ج		حادی
3	ب		حادی
4	ب		حادی
5	د		حادی
6	ج		حادی
7	د		حادی
8	الف		حادی
9	ب		حادی
10	الف		حادی
11	ج		حادی
12	ب		حادی
13	د		حادی
14	الف		حادی
15	الف		حادی
16	ج		حادی
17	الف		حادی
18	ب		حادی
19	ب		حادی
20	د		حادی
21	د		حادی
22	ج		حادی
23	ج		حادی
24	ج		حادی
25	ب		حادی

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شه تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع -، مهندسی اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع -، مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع -، بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیک ۱۳۲۲۰۶۳ -

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

-۱- اگر A و B دو پیشامد دلخواه باشند به طوریکه $B \subset A$ ، کواریانس بین I_A و I_B کدام گزینه است؟

P(A').P(B') . ۴ P(A).P(B') . ۳ P(A').P(B) . ۲ P(A).P(B) . ۱

-۲- عددی به تصادف در فاصله $(1, 0)$ انتخاب می کنیم. اگر این عدد برابر X باشد، سکه ای را که احتمال آمدن شیر با آن X است، ۵ بار می اندازیم. احتمال اینکه ۲ بار شیر ظاهر شود، کدام است؟

$\frac{1}{3}$. ۴ $\frac{1}{2}$. ۳ $\frac{1}{5}$. ۲ $\frac{1}{6}$. ۱

-۳- در فرایند پواسون با پارامتر λ ، ضریب همبستگی بین N_t و N_s با فرض $t < s$ کدام است؟

$\sqrt{\frac{s}{t}}$. ۴ $\lambda \min\{s, t\}$. ۳ $\lambda(t-s)$. ۲ $\sqrt{\frac{t}{s}}$. ۱

-۴- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر دنباله A_n نزولی باشد آنگاه $\lim p(A_n) = p(\cap A_n)$

۲. اگر تابع توزیع F_X در a پیوسته باشد آنگاه $P(X = a) = 0$

۳. فرایند پواسون مانای اکید نیست اما فرایند حرکت براونی مانای اکید است.

۴. مانای اکید، مانای وسیع را نتیجه می دهد.

-۵- در فرایند حرکت براونی، میزان همبستگی بین X_4 و X_{12} کدام گزینه است؟

$0/5$. ۴ $\frac{\sqrt{2}}{2}$. ۳ $\frac{\sqrt{3}}{2}$. ۲ $\frac{\sqrt{3}}{3}$. ۱

-۶- کدام گزینه درست است؟

۱. در ماتریس تصادفی، درایه ها نامنفی و مجموع درایه های واقع بر هر ستون برابر یک است.

۲. در ماتریس احتمال انتقال، درایه ها نامنفی و مجموع درایه های واقع بر هر ستون برابر یک است

۳. توزیع فوق هندسی دارای خاصیت بی حافظگی است.

۴. در ماتریس تصادفی و ماتریس احتمال انتقال، درایه ها نامنفی و مجموع درایه های واقع بر هر سطر برابر یک است.

سری سوال: ۱ بیک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

- و شهه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع -، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۷ در زنجیر ارنفست ساده با فرض تعداد مهره ها (d) برابر چهار و اینکه X دارای توزیع آغازین یکنواخت بر $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ باشد، مقدار $P(X_1 = k)$ به ازای $k = 0$ کدام گزینه است؟

$$\frac{6}{20} \cdot 4$$

$$\frac{1}{20} \cdot 3$$

$$\frac{4}{20} \cdot 2$$

$$\frac{5}{20} \cdot 1$$

-۸ در سوال ۷، اگر $\pi(x)$ توزیع مانای زنجیر باشد با فرض $p = \frac{1}{2}$ ، مقدار $\pi(3)$ کدام است؟

$$\frac{3}{5} \cdot 4$$

$$\frac{1}{3} \cdot 3$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2$$

$$\frac{1}{16} \cdot 1$$

-۹ در مساله ورشکستگی قمارباز، اگر احتمال برد بازیکنان A و B در هر بازی به ترتیب $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ باشد، با توجه به سرمایه های دو بازیکن A و B که به ترتیب 2 و 3 تومان می باشد. احتمال ورشکستگی بازیکن A برابر است با:

$$\frac{2}{5} \cdot 4$$

$$\frac{3}{5} \cdot 3$$

$$1 \cdot 2$$

$$\frac{3}{31} \cdot 1$$

-۱۰ زنجیر مارکف $\{X_n : n \geq 0\}$ با فضای حالت $E = \{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمال انتقال $P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. اگر

توزیع آغازین به صورت زیر باشد مقدار $P(X_0 = 1 | X_1 = 1)$ کدام است؟

x	0	1	2
$\pi_0(x)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$

$$\frac{2}{5} \cdot 4$$

$$3 \cdot \text{صفر}$$

$$\frac{1}{4} \cdot 2$$

$$1 \cdot 1$$

تعداد سوالات: قسمتی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمتی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

روش تحقیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیووتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

و فضای حالت $E = \{\circ, 1, 2, 3\}$ کدام

$$\begin{bmatrix} 1 & \circ & 3 & \circ \\ \frac{1}{4} & \circ & \frac{3}{4} & \circ \\ 1 & 1 & \circ & \frac{1}{4} \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} & \circ & \frac{4}{3} \\ 1 & \circ & \frac{2}{3} & \circ \\ \frac{1}{3} & \circ & \frac{3}{3} & \circ \\ \circ & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \end{bmatrix}$$

در زنجیر مارکف $\{X_n : n \geq 0\}$ با ماتریس احتمال تغییر وضعیت

-11

حالتها گذرا هستند؟

۱. $\{0, 2\}$ ۲. $\{1, 2\}$ ۳. $\{0, 3\}$ ۴. $\{1, 3\}$ -12- در فرایند شاخه ای اگر E تعداد نوزادان هر فرد، دارای توزیع زیر باشد آنگاه:

e	۰	۱	۲	۳
احتمال	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$

۱. احتمال انقراض حتمی است.

۲. احتمال انقراض $\frac{-3 + \sqrt{41}}{4}$ است.۳. احتمال انقراض $\frac{6}{27}$ است.۴. احتمال انقراض $\frac{13}{27}$ است.

-13- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر زنجیر تحویلناپذیر باشد و توزیع مانا موجود باشد آنگاه به ازای هر x از فضای وضعیت $\pi(x) > 0$

۲. در زنجیر زاد و مرگ، شرط وجود توزیع مانا آن است که زنجیر گذرا نباشد.

۳. در فرایند شاخه ای، تنها حالت گذرا، حالت صفر است.

۴. در زنجیر زاد و مرگ، توزیع مانا زنجیر، هندسی است.

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ بک

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شبه تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع -، مهندسی اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۴

برای زنجیر مارکفی با فضای حالت $E = \{0, 1\}$ و ماتریس احتمال تغییر وضعیت $P_0(T_0 = 3)$ کدام است؟

$$\frac{17}{9} . ۴$$

$$\frac{1}{4} . ۳$$

$$\frac{1}{8} . ۲$$

$$\frac{1}{2} . ۱$$

-۱۵

در زنجیر دو حالتی $\{X_n : n \geq 0\}$ که ماتریس احتمال های تغییر وضعیت آن به صورت $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \\ 3 & 1 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ است، داریم:

$$d_1 = 1 . ۴$$

$$P_{11}^{(2)} = \frac{2}{9} . ۳$$

$$P_{11}^{(3)} = \frac{2}{3} . ۲$$

$$d_0 = 0 . ۱$$

-۱۶ - کدام گزینه درست است؟

۱. در زنجیر قدم زدن تصادفی، اگر $x > 0$ آنگاه زنجیر نادوره ای است.

۲. در زنجیر ارنفست، دوره زنجیر برابر یک است.

۳. در زنجیر قدم زدن تصادفی، اگر $x > 0$ ، دوره زنجیر ۲ است.

۴. زنجیر تبدیل یافته ارنفست، دوره ای است.

-۱۷

در زنجیر قدم زدن تصادفی ساده اگر $p = q = \frac{1}{2}$ ، مقدار $E(N^0)$ برابر است با:

$$2 . ۴$$

$$\frac{5}{2} . ۳$$

$$1 . ۲$$

$$\infty . ۱$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریعی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریعی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

- رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -

، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع

گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی

کامپیوترو گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۸

با فضای حالت $E = \{0, 1, 2\}$ و ماتریس احتمال انتقال یک مرحله ای P_0^1 برابر است با:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۱ . ۴
 $\frac{1}{6}$

۵ . ۳
 $\frac{5}{12}$

۱ . ۲
 $\frac{1}{4}$

۱ . ۱
 $\frac{1}{2}$

-۱۹

در فرایند شاخه ای، اگر توزیع تعداد فرزندان هر فرد (T) دارای توزیع هندسی ... $P(T=k) = \frac{1}{8} \left(\frac{7}{8}\right)^k$ باشد.

احتمال انقراط نسل کدام است؟

۱ . ۴

۷ . ۳
 $\frac{7}{8}$

۱ . ۲
 $\frac{1}{7}$

۱ . ۱
 $\frac{1}{8}$

-۲۰ - اگر x و y در دسترس هم باشند آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر x بازگشتی باشد آنگاه y نیز بازگشتی است.

۲. در زنجیر مارکف با فضای حالت متناهی، زنجیر حداقل یک حالت بازگشتی دارد.

۳. در دسترس بودن حالتها، یک رابطه هم ارزی است.

۴. اگر فضای حالت زنجیری فقط یک دسته هم ارزی داشته باشد آنگاه زنجیر تحويل پذیر است.

-۲۱ فرض کنید $E = \{0, 1, 2, \dots\}$ فضای حالت باشد و به ازای $x \neq y$ داشته باشیم $Q_{xy} = q_{xy}$. بنابراین و

$$Q_{xy} = \begin{cases} \mu : y = 0 \\ \lambda : y = x + 1 \\ 0 : otherwise \end{cases}$$

در حالت $x \neq y$ و $y = 0$ به ترتیب کدام گزینه است؟

$\frac{\lambda}{\lambda+\mu}$ و $(\lambda+\mu)$.۲

$\frac{\mu}{\lambda+\mu}$ و $-(\lambda+\mu)$.۱

$\frac{\mu}{\lambda+\mu}$ و $(\lambda+\mu)$.۴

$\frac{\lambda}{\lambda+\mu}$ و $-(\lambda+\mu)$.۳

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

- رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -

، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع

گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی

کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۲۲ - فرایندی دارای فضای حالت $E = \{-1, 0, 1\}$ است. این فرایند در هر یک از این حالتها مدتی که دارای توزیع یکنواخت بر

(۱, ۰, ۰) است توقف می کند و سپس با احتمال برابر به یکی از حالتها دیگر می رود. اگر فرایند در حالت صفر باشد، احتمال

اینکه فرایند در زمانی بین صفر و $\frac{1}{2}$ به حالت یک برود کدام است؟

$$\frac{1}{4} . ۴$$

$$\frac{1}{8} . ۳$$

$$\frac{1}{2} . ۲$$

$$1 . ۱$$

-۲۳ در زنجیر مارکف تحویل ناپذیر و بازگشتی $\lim_{n \rightarrow \infty} E_x \left(\frac{N_n(x)}{n} \right)$ مقدار $\{X_n : n \geq 1\}$ برابر است با:

$$f_{xx}^{(k)} . ۴$$

$$\frac{1}{m_y} . ۳$$

$$\frac{1}{m_x} . ۲$$

$$. ۱ . \infty$$

-۲۴ در زنجیر مارکف با فضای حالت $E = \{0, 1\}$ و ماتریس احتمال انتقال $P = f^{(2)}$ مقدار $f^{(2)}$ برابر است با:

$$\frac{1}{4} . ۴$$

$$\frac{1}{2} . ۳$$

$$\frac{1}{3} . ۲$$

$$\frac{2}{9} . ۱$$

-۲۵ - فرایند مارکف جهشی محض $\{X_t : t \geq 0\}$ را فرایند زاد و مرگ می گوییم هرگاه پارامترهای بی نهایت کوچک آن به صورت زیر باشد:

$$q_{xy} = \begin{cases} \lambda_x : y = x + 1 & . ۲ \\ \mu_x : y = x - 1 \\ ۰ : o.w \end{cases}$$

$$q_{xy} = \begin{cases} \mu_x : y = x + 1 & . ۱ \\ \lambda_x : y = x - 1 \\ ۰ : o.w \end{cases}$$

. ۴. هیچکدام

$$q_{xy} = \begin{cases} \frac{\lambda_x}{\mu_x} : y = x + 1 & . ۳ \\ \mu_x : y = x - 1 \\ ۰ : o.w \end{cases}$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

- روش تحلیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع -، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

سوالات تشریحی

۱ نمره ۱،۲۰ - در فرایند حرکت براونی، ضریب همبستگی بین X_t و X_s را با فرض $t > s$ محاسبه نموده و نشان دهید هر چه فاصله بین s و t زیادتر باشد، میزان همبستگی کمتر میشود و توضیح کامل دهید که آیا فرایند حرکت براونی مانای اکید و مانای وسیع هست؟

۲ نمره ۱،۲۰ - زنجیر مارکفی دارای ماتریس احتمال انتقال زیر است:
 الف: حالتها فرایند $\{1, 2, 3, 4\}$ را در دسته های حالتها بازگشتی و حالتها گذرا مشخص کنید.
 ب: احتمال های جذب را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۳ نمره ۱،۲۰ - در فرایند شاخه ای $(s) = E(s^X_n)$ تابع مولد احتمالهای تعداد افراد در نسل n ام باشد، رابطه بازگشتی بین $(s) \phi_n$ و $(s) \phi_{n+1}$ (تابع مولد احتمالهای تعداد افراد در نسل n ام و نسل $n+1$ ام) را بیابید.

۴ نمره ۱،۲۰ - مفاهیم زیر را به طور واضح تعریف کنید:
 توزیع مانا - زنجیر مارکوف نادوره ای - زمان اصابت

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

- رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی، آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -

، مهندسی صنایع - سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع - مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع

گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع - بهینه سازی سیستم‌های ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی

کامپیووتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱۰ نمره

۵- اگر ماتریس احتمال انتقال یک زنجیر مارکوف با فضای حالت $E = \{0, 1, 2\}$ به صورت زیر باشد:

الف: مطلوبست $f_{02}^{(3)}$

ب: اگر توزیع آغازین فرایند یکنواخت باشد، توزیع X_1 را به دست آورید.

$$P = \begin{bmatrix} \frac{4}{9} & 0 & \frac{5}{9} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{5}{12} \\ \frac{5}{12} & 0 & \frac{7}{12} \end{bmatrix}$$

نمره سوان	واسخ صحيح	وضعیت کلبد	عادي
۱	ب		
۲	الف		
۳	د		
۴	ح		
۵	الف		
۶	د		
۷	ح		
۸	ب		
۹	ب		
۱۰	الف		
۱۱	د		
۱۲	ب		
۱۳	ح		
۱۴	ب		
۱۵	د		
۱۶	الف		
۱۷	الف		
۱۸	ح		
۱۹	ب		
۲۰	د		
۲۱	الف		
۲۲	د		
۲۳	ب		
۲۴	ح		
۲۵	ب		

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع- سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع- مدل سازی سیستم‌های کلان-۱۷، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع- بهینه سازی، ۱۳۱۴۰۱۲ -، سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

-۱ اگر S یک فضای نمونه و P تابع احتمال تعریف شده روی این فضا باشد، آنگاه کدامه P کدام است؟

۱. S . ۱
۲. مجموعه تمام زیرمجموعه های S

۳. $[0,1]$. ۴
۴. تهی

-۲ فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع مولد احتمال $\Phi(s) = 15$ و $E(X^2) = 12$ باشند. در این صورت واریانس X کدام است؟

۱. ۱۲ . ۴
۲. ۹ . ۳
۳. ۶ . ۲
۴. ۳ . ۱

-۳ اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند، آنگاه مقدار ضریب همبستگی توابع نشانگر A و B کدام است؟

۱. صفر
۲. -۱ . ۲
۳. ۰/۵ . ۴
۴. +۱ . ۳

-۴ در فرایند $\{X_n, n \geq 1\}$ فرض کنید $X_6 = 15$ و $X_{17} = 22/5$ باشند در این صورت، نمو فرایند در فاصله ۶ تا ۱۷ کدام است؟

۱. ۷/۵ . ۱
۲. ۳/۷۵ . ۲
۳. ۱۱/۲۵ . ۳
۴. ۳۷/۵ . ۴

-۵ در فرایند $\{X_t, t \geq 0\}$ به صورت $X_t = A \cos \pi t + B \sin \pi t$ دو پیشامد مستقل با امید ریاضی یکسان صفر و واریانس یکسان σ^2 باشند. در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

۱. مانای وسیع است.
۲. مانای اکید نیست.

۳. $C(s, t) = \sigma^2 \cos \pi(t-s)$
۴. همه موارد

-۶ فرض کنید $\{X_t, t \geq 0\}$ یک فرایند حرکت براونی باشد، در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

۱. X_t مانای اکید می باشد.
۲. X_t مانای وسیع می باشد.

۳. X_t دارای توزیع نرمال می باشد.
۴. X_t همواره مشتق پذیر است.

-۷ اگر $\{N(t), t \geq 0\}$ یک فرایند پواسن با پارامتر ۲ باشد. مقدار $P(N(6) - N(4) = 1)$ کدام است؟

۱. $2e^{-2}$
۲. $6e^{-6}$
۳. $4e^{-4}$
۴. e^{-1}

سری سوال: ۱ بیک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شهه تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها ، آمار و کاربردها ، آمار ریاضی ۱۷-آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع- سیستم‌های اقتصادی اجتماعی ، مهندسی صنایع- مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع- بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۸- اگر متغیر تصادفی X دارای ویژگی بیحافظگی و $P(X > 5 | X \leq 2) = 0.65$ باشد. آنگاه مقدار $P(X > 3)$ کدام است؟

۰/۶۵ .۴

۰/۵۵ .۳

۰/۴۵ .۲

۰/۳۵ .۱

-۹- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال کای دو با یک درجه آزادی باشد، آنگاه مقدار $\int_0^{\infty} P(X > x) dx$ کدام است؟

۴ .۴

۲ .۳

۱ .۲

۱. صفر

-۱۰- در زنجیر ارنفست با $d=5$ مهره، اگر توزیع آغازین یکنواخت باشد، آنگاه مقدار $P(X_1 = 2)$ کدام است؟

$\frac{7}{30}$.۴

$\frac{2}{30}$.۳

$\frac{2}{25}$.۲

۱. صفر

-۱۱- اگر $\{X_n, n \geq 1\}$ یک زنجیر مارکف با فضای حالت $\{0, 1\}$ به طوریکه $\pi_1 = \pi_0 = \left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right)$ باشد. آنگاه مقدار $(1) \pi_n$ به ازای $n \geq 1$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$.۴

$\frac{3}{5}$.۳

$\frac{2}{5}$.۲

$\frac{1}{2}$.۱

-۱۲- در فرایند قدم زدن تصادفی احتمال اینکه متحرک پس از ۲ واحد زمانی در نقطه ۲- قرار گیرد کدام است؟

p^3 .۴

$3rq^2$.۳

q^2 .۲

$r^2 + 2pq$.۱

-۱۳- فرض کنید زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ با فضای حالت $\{1, 2, 3, 4\}$ دارای ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. اگر π_0 دارای توزیع یکنواخت باشد. در این صورت مقدار $P(X_1 = 1)$ کدام است؟

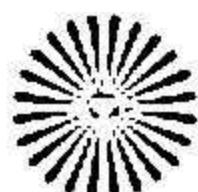
$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$\frac{2}{3}$.۴

$\frac{3}{4}$.۳

$\frac{1}{3}$.۲

$\frac{1}{4}$.۱



تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۲،
وشیه تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها ، آمار و کاربردها ، آمار ریاضی ۱۷-آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع- سیستم‌های اقتصادی اجتماعی ، مهندسی صنایع- مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع- بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱۴- فرض کنید زنجیر $\{X_n, n \geq 0\}$ با فضای حالت $[0,1]$ دارای ماتریس احتمال انتقال زیر باشد. در این صورت مقدار کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{10} .4$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{20} .3$$

$$\frac{1}{2} .2$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 .1$$

۱۵- اگر حالت وضعیت x گذرا باشد، در این صورت کدام شرایط برقرار است؟

$$f_{xx} < 1 .2$$

$$f_{xx} = 1 .1$$

$$.4 . با احتمال f_{xx} - 1 به x باز می گردد.$$

$$.3 . f_{xx} > 1$$

۱۶- زنجیر مارکف $\{X_n, n \geq 0\}$ با ماتریس احتمال انتقال زیر را در نظر بگیرید. در این صورت مقدار $P_{01}^{(2)}$ کدام است؟

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{5}{9} .4$$

$$\frac{4}{9} .3$$

$$\frac{3}{9} .2$$

$$\frac{2}{9} .1$$

۱۷- در زنجیر ارنفست ساده با d مهره احتمال آنکه زنجیر در مرحله اول در وضعیت k باشد چیست؟

$$.1 .4$$

$$\frac{d+2}{d(d+1)} .3$$

$$\frac{d}{d^2(d+1)} .2$$

$$\frac{d+2}{d^2(d+1)} .1$$

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

و شهه تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها ، آمار و کاربردها ، آمار ریاضی

۱۷- آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع- سیستم‌های اقتصادی اجتماعی ، مهندسی صنایع- مدل سازی سیستم‌های کلان

۱۲- مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع- بهینه سازی

سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۱۸- اگر $\{X_n, n \geq 0\}$ یک زنجیر مارکف همگن و $\exists x \in E, E_x(N(y)) = \infty$ باشد، در این صورت کدام رابطه برقرار است؟

$$\exists x \in E, E_x(N(y)) = \infty .2$$

$$\forall x \in E, E_x(N(y)) = \infty .1$$

$$\exists x \in E, E_x(N(y)) < \infty .4$$

$$\forall x \in E, E_x(N(y)) < \infty .3$$

-۱۹- در مساله ورشکستگی قمارباز اگر $p > q$ باشد. در این صورت مقدار $\lim_{b \rightarrow \infty} \alpha_p$ (احتمال ورشکستگی شخص با سرمایه a) کدام است؟

$$\left(\frac{q}{p}\right)^a .4$$

$$\left(\frac{p}{q}\right)^a .3$$

$$\frac{p^a}{q} .2$$

۱. ۱

-۲۰- فرض کنید $\xi = k$ ، تعداد نوزادان هر فرد در زنجیر شاخه ای دارای توزیع هندسی به صورت $P(\xi = k) = pq^k$ ، $k = 0, 1, 2, \dots$ باشد. در این صورت، احتمال انفراض کدام است؟

$$1 - \frac{q}{p} .4$$

$$1 - \frac{p}{q} .3$$

$$\frac{p}{q} .2$$

$$\frac{q}{p} .1$$

-۲۱- در فرایند زاد و مرگ برای $x \geq 0$ ، فرض کنید $p_x = \frac{x}{2(x+1)}$ و $q_x = \frac{x+2}{2(x+1)}$ باشد. در این صورت زنجیر فرایند در چه وضعیتی قرار دارد؟

۲. تحویل ناپذیر و گذرا است.

۱. تحویل ناپذیر و گذرا است.

۴. تحویل ناپذیر نیست.

۳. یک حالت بازگشتی و در بقیه حالتها گذرا است.

-۲۲- توزیع مانای زنجیر ارنفست کدام است؟

۴. پاسکال

۳. هندسی

۲. دوجمله‌ای

۱. برنولی

-۲۳- شرط لازم و کافی برای اینکه یک زنجیر زمان-پیوسته یک زنجیر مارکف باشد کدام است؟

۲. فضای حالت شمارا باشد.

۱. توزیع T_x نمایی باشد.

۴. ۱ و ۲

۳. توزیع T_x غیر نمایی باشد.

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسمی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسمی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی

وشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض) ، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها ، آمار و کاربردها ، آمار ریاضی

۱۷- آمار ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع- سیستم‌های اقتصادی اجتماعی ، مهندسی صنایع- مدل سازی سیستم‌های کلان

۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع- بهینه سازی

سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

-۲۴ در یک زنجیر مارکف زمان-پیوسته با فضای حالت $\{\vartheta = 0, 1, 2, \dots\}$ فرض کنید $q_{xy} = \begin{cases} \lambda, & y = x+1 \\ \mu, & y = 0 \end{cases}$ باشد، به ازای $x \neq y$ ، مقدار Q_{xx} کدام است؟

$$\frac{1}{\lambda + \mu} . ۴ \quad \frac{-1}{\lambda + \mu} . ۳ \quad -(\lambda + \mu) . ۲ \quad \lambda + \mu . ۱$$

-۲۵ در یک زنجیر مارکف زمان-پیوسته با فضای حالت $\{\vartheta = 0, 1, 2, \dots\}$ فرض کنید $q_{xy} = \begin{cases} \lambda, & y = x+1 \\ \mu, & y = 0 \end{cases}$ باشد، به ازای $y = x+1$ ، مقدار Q_{xy} کدام است؟

$$\frac{1}{2} . ۴ \quad \frac{\lambda}{\lambda + \mu} . ۳ \quad \frac{\mu}{\lambda + \mu} . ۲ \quad \frac{1}{\lambda + \mu} . ۱$$

سوالات تشریحی

۱.۲۰ نمره

-۱ اگر $A_n \uparrow$ باشد، ثابت کنید $P\left(\bigcup_i A_i\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$

۱.۲۰ نمره

-۲ فرض کنید P ماتریس احتمال انتقال یک مرحله‌ای و π توزیع X_n باشد. در این صورت ثابت کنید به ازای هر $n \geq 1$ ، $\pi_n = \pi_{n-1}P$.

۱.۲۰ نمره

-۳ فرض کنید تعداد نوزادان هر فرد در زنجیر شاخه‌ایی به صورت تابع مولد $\varphi(s) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}s + \frac{1}{8}s^2 + \frac{2}{8}s^3$ باشد، در این صورت، احتمال انقراض را بدست آورید.

سری سوال: ۱ بک

زمان آزمون (دقیقه): قسطی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: قسطی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱، فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی و شبه تجربی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ -، آمار ۱۱۱۰۲۹ -، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها، آمار ریاضی ۱۱۱۷۱۵۶ -، مهندسی صنایع- سیستم‌های اقتصادی اجتماعی، مهندسی صنایع- مدل سازی سیستم‌های کلان ۱۳۱۴۰۱۲ -، مهندسی صنایع گرایش سیستم‌های کلان اقتصادی و اجتماعی ۱۳۱۴۱۵۶ -، مهندسی صنایع- بهینه سازی سیستم‌ها ۱۳۱۴۱۹۵ -، مهندسی کامپیوتر گرایش هوش مصنوعی و رباتیکز ۱۳۲۲۰۶۳

۱.۲۰ نمره

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

ماتریس احتمالهای انتقال

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 0 & \Pi_0(x) \\ \hline \frac{2}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & \end{array}$$

الف. توزیع X_1 را بدست آورید.

ب. مقدار $P(X_2 = 1 | X_0 = 1)$ را محاسبه کنید.

۱.۲۰ نمره

۵- در زنجیر مارکوف زمان پیوسته با فضای حالت $E = \{0,1,2\}$ که توزیع مانای آن در رابطه

$$\frac{\Pi(y-1)}{\Pi(y)} = \frac{\lambda + \mu}{\lambda}, \quad y \neq 0$$

شماره سوان	ياسخ صحیح	وصعبت كلبد	
1	الف	عادي	
2	ب	عادي	
3	الف	عادي	
4	الف	عادي	
5	د	عادي	
6	ج	عادي	
7	ج	عادي	
8	الف	عادي	
9	ب	عادي	
10	د	عادي	
11	ب	عادي	
12	ب	عادي	
13	الف	عادي	
14	ب	عادي	
15	ب	عادي	
16	د	عادي	
17	ج	عادي	
18	ج	عادي	
19	د	عادي	
20	ب	عادي	
21	الف	عادي	
22	ب	عادي	
23	الف	عادي	
24	ب	عادي	
25	ج	عادي	