02-03-1

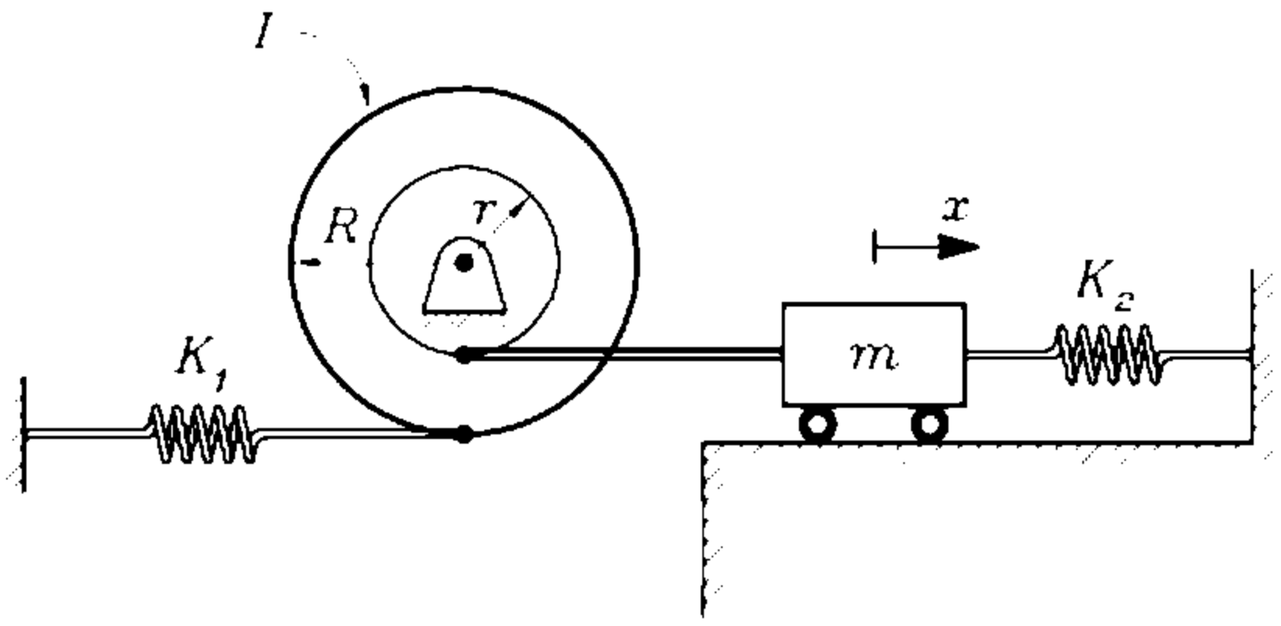
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده ، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، فرکانس طبیعی ارتعاش را به دست آورید. ممان اینرسی دیسک نشان داده شده حول مرکز آن I می باشد. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۲- شکل زیر سیستمی را نشان می دهد که در آن جرم m حول نقطه O لولا شده و حرکت آن از طریق فنر با ثابت K و مستهلک کننده با ثابت C کنترل می گردد. در صورتی که میله ها را بدون جرم و صلب در نظر بگیریم و با فرض نوسانات کوچک: ۲،۴۰ نمره

الف- معادله ارتعاش سیستم و فرکانس ارتعاش سیستم را برای حالت بدون میرایی و با میرایی به دست آورید.

ب- میرایی بحرانی سیستم را پیدا کنید.

ج- اگر نقطه B به اندازه $10mm$ به سمت بالا حرکت داده شده و سپس رها گردد، با در نظر گرفتن مقادیر

$$m = 100gr, k = 100N/m, e = 30cm, d = 40cm, f = 10cm$$

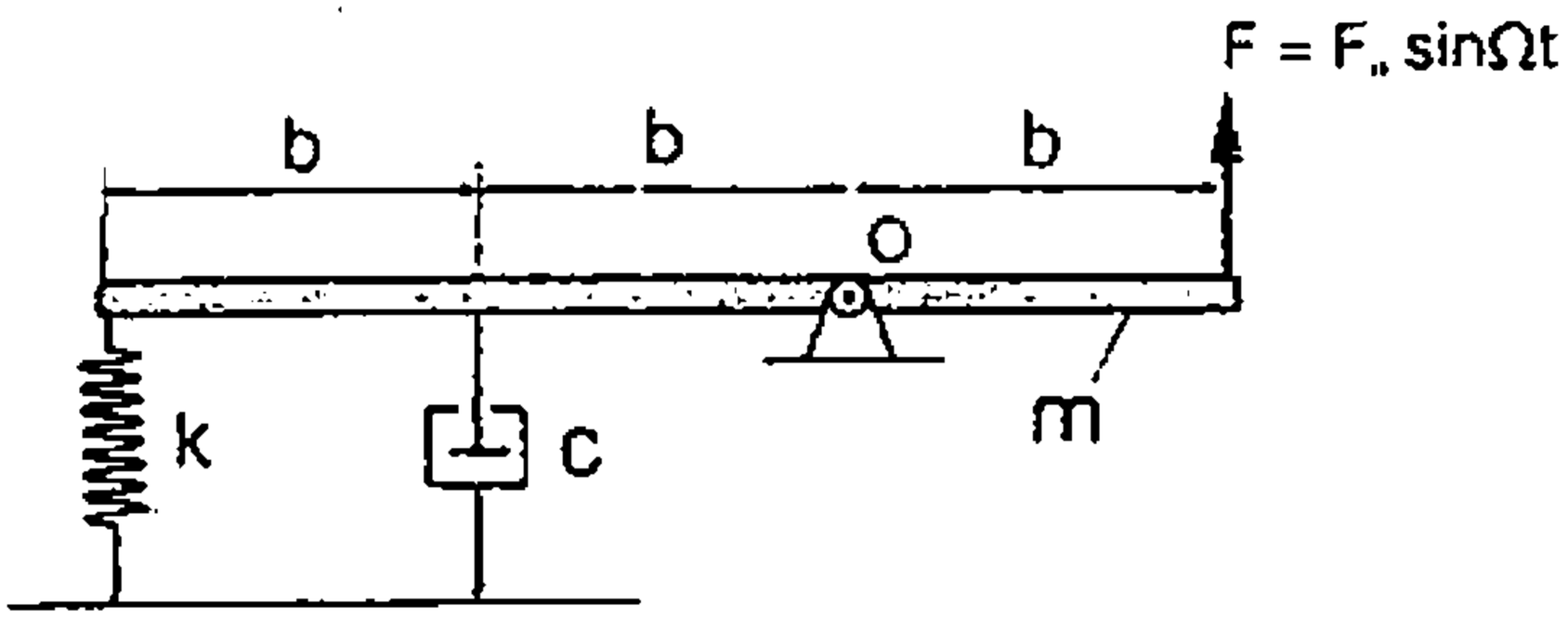
تغییر مکان افقی نقطه A را بر حسب زمان برای حالتی که میرایی وجود ندارد به دست آورید.

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

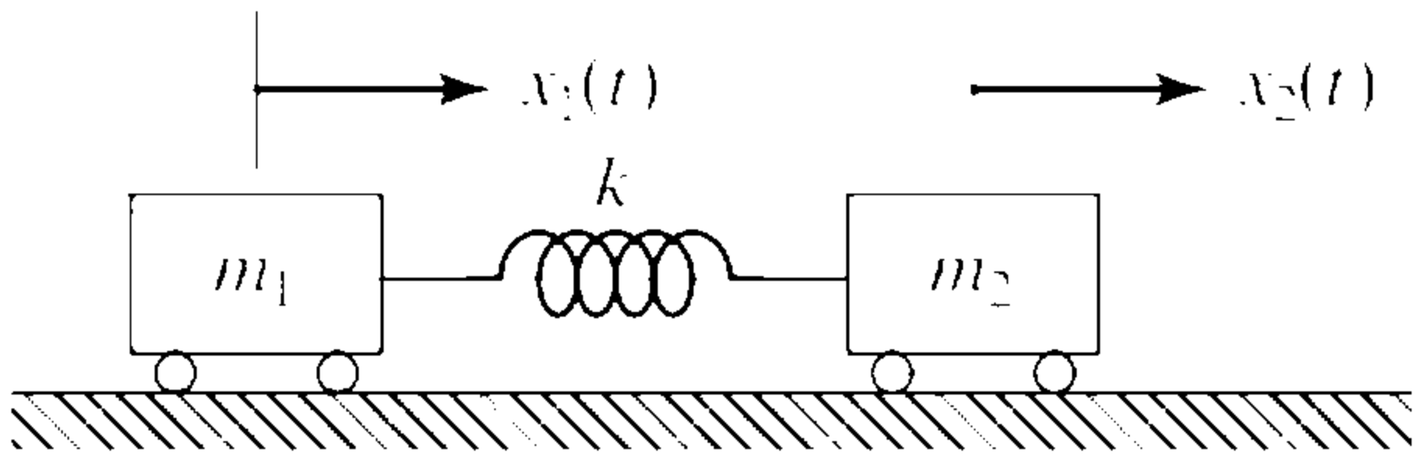
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳- میله یکنواخت نشان داده شده به جرم m و طول $3b$ تحت تحریک $F_0 \sin(\Omega t)$ در انتهای سمت راست قرار گرفته است و می تواند حول نقطه O نوسان کند. معادله ارتعاش سیستم، فرکانس حالت تشدید و دامنه حالت پایدار آن را به دست آورید. حرکت میله توسط فنری با ثابت K و میراکننده ای با ثابت C کنترل می شود. ۲،۴۰ نمره



۴- با نوشتن معادله ارتعاش سیستم دو درجه آزادی زیر، فرکانسهای طبیعی و همچنین شکل مودهای آن را بیابید. ۲،۴۰ نمره

$(m_1 = m_2 = m)$

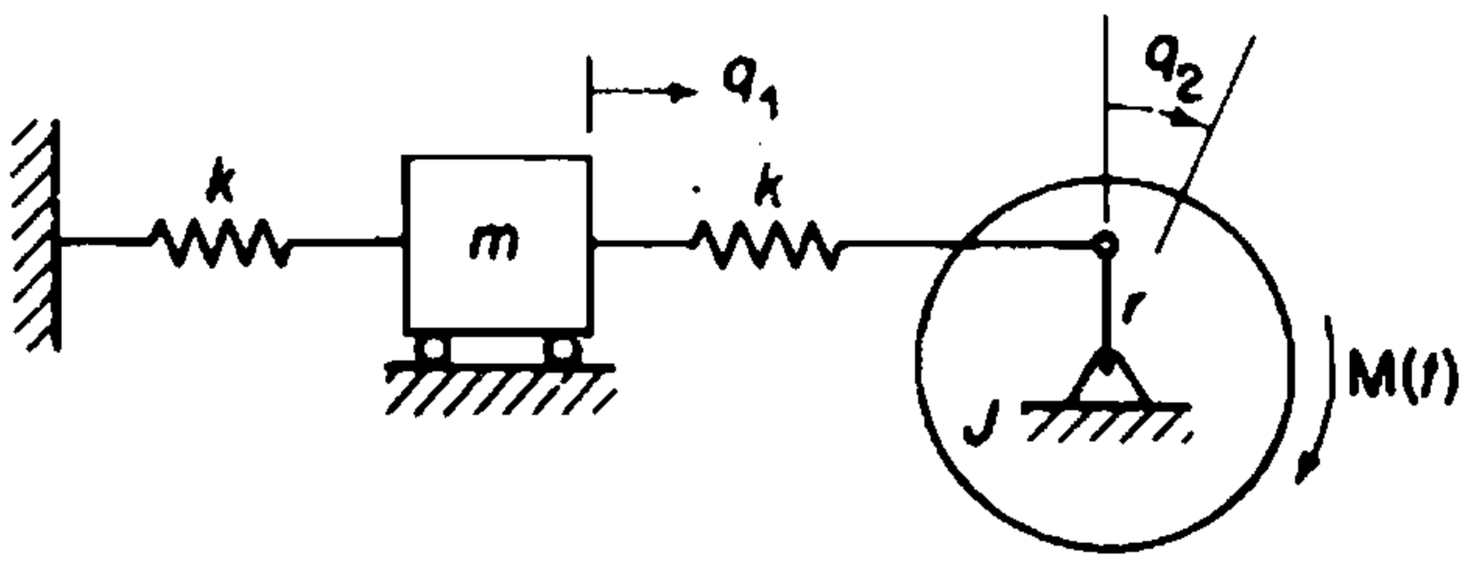


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادله ارتعاش سیستم زیر را به فرم ماتریسی بیابید. دیسک با ممان اینرسی جرمی J حول مرکز چرخش، تحت گشتاور $M(t)$ قرار گرفته است. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده ، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- $T + U = \text{constant}$ نمره ۲،۴۰

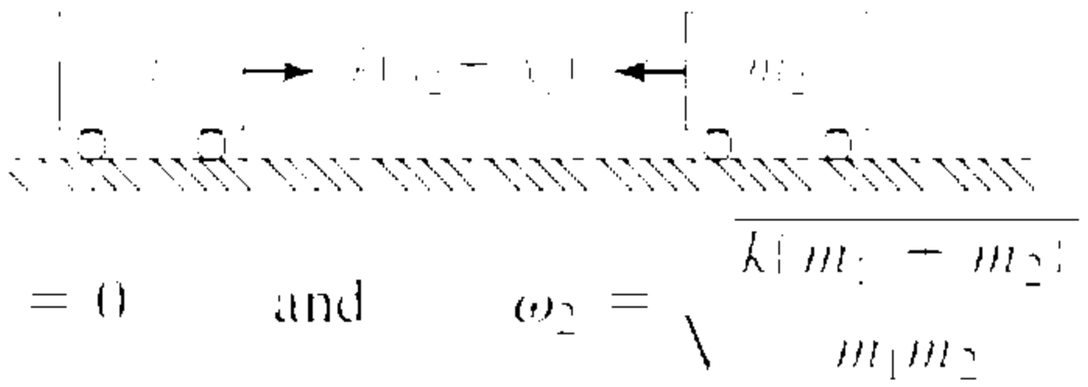
$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

۲- ص1 نمره ۲،۴۰

۳- نمره ۲،۴۰

$$Xk = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}$$

۴- نمره ۲،۴۰



$$\omega_1 = 0 \qquad \text{and} \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{k(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$$

۵- نمره ۲،۴۰

$$T = \tfrac{1}{2}m\dot{q}_1^2 + \tfrac{1}{2}J\dot{q}_2^2$$

$$U = \tfrac{1}{2}kq_1^2 + \tfrac{1}{2}K(rq_2 - q_1)^2$$

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -kr \\ -kr & kr^2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ M(t) \end{Bmatrix}$$

01-02-2

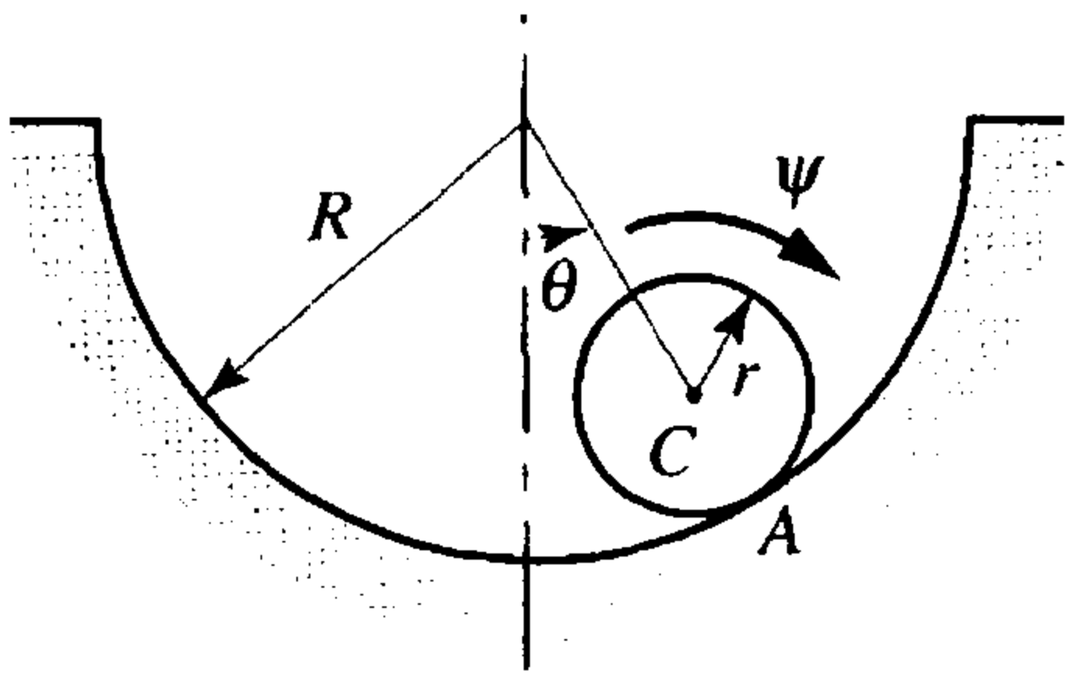
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۰۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

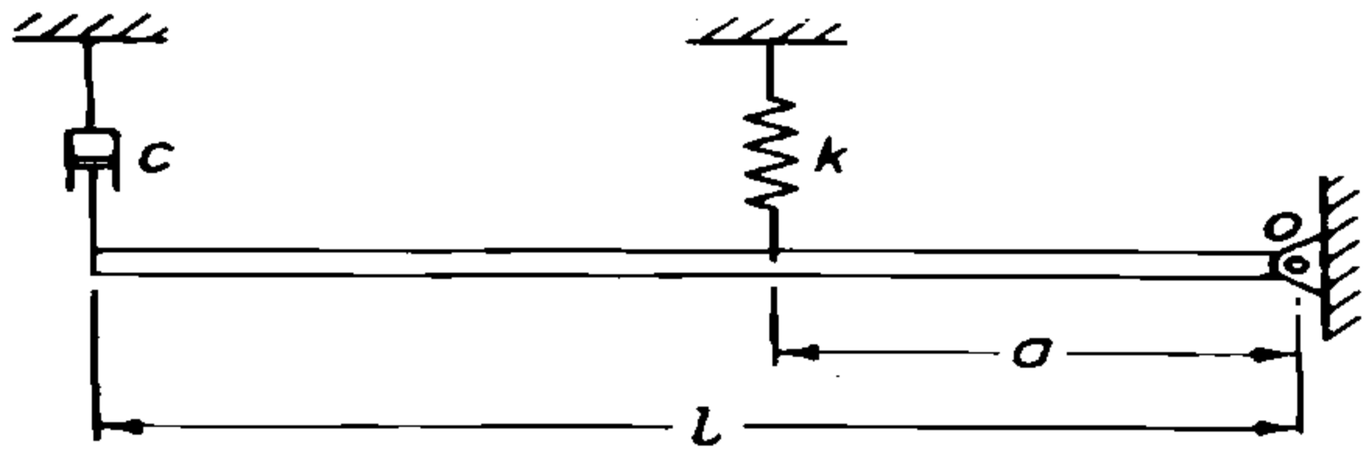
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- همانند شکل دیسک همگن توپر به جرم m و شعاع r بر روی یک سطح دایره ای به شعاع R بدون لغزش در حال حرکت است. فرکانس طبیعی ارتعاش دیسک را به دست آورید. فرض نوسان کوچک برقرار است. ۲/۴۰ نمره



۲- میله همگن به جرم m و طول L حول نقطه O نوسان می کند. با فرض نوسانات کوچک، معادله ارتعاش میله، فرکانس حرکت و عبارتی برای میرایی بحرانی بیابید. ۲/۴۰ نمره

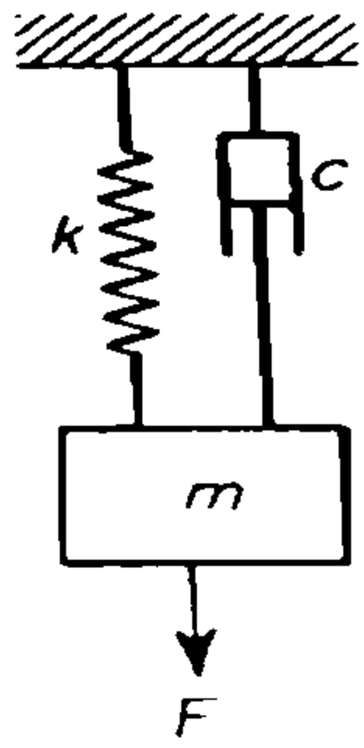


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۰۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

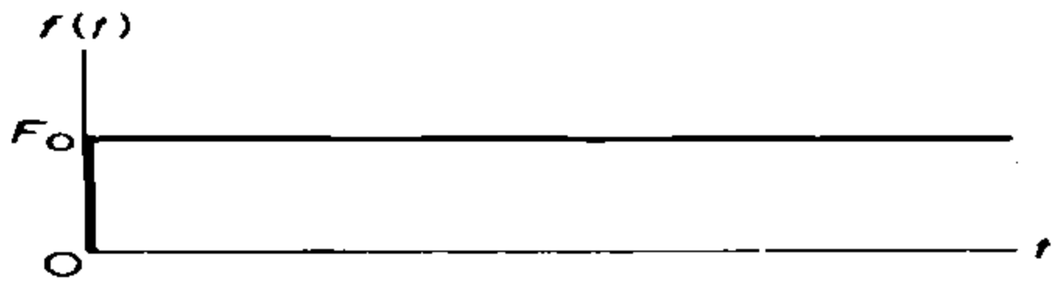
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات۱۳۱۵۰۷۰

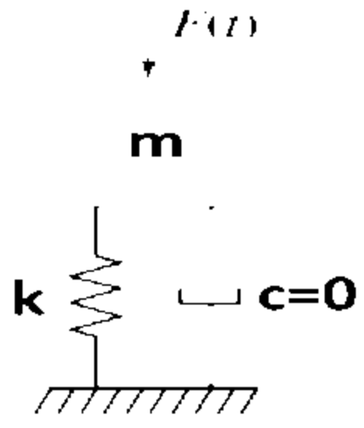
۳- الف- یک سیستم جرم- فنر- میراکننده توسط نیروی $F = F_0 \sin \omega t$ تحریک شده است. در حالت رزونانس دامنه حرکت برابر $0.58cm$ و در 0.8 فرکانس رزونانس دامنه برابر $0.46cm$ اندازه گرفته شده است. فاکتور میرایی ξ را تعیین کنید. ۲/۴۰ نمره



ب- نشان دهید در سیستم جرم- فنر- میراکننده که با نیروی $F = F_0 \sin \omega t$ تحریک شده است، اوج دامنه در نسبت فرکانسی $\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1-2\xi^2}$ اتفاق می افتد.

۴- سیستم یک درجه آزادی جرم- فنر بدون میرایی تحت تحریک پله زیر قرار گرفته است. پاسخ سیستم را تحت این تحریک بیابید. ۲/۴۰ نمره



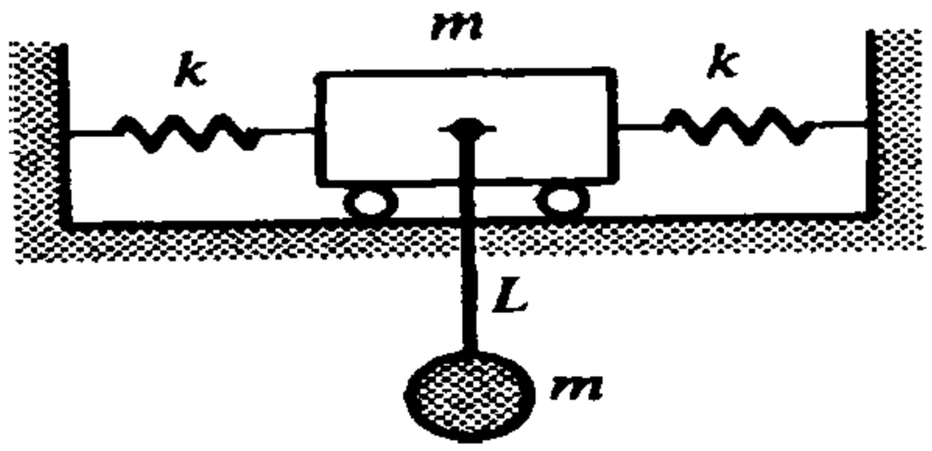


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۰۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادلات ارتعاش سیستم زیر را به دست آورید. معادلات حرکت را به فرم ماتریسی بنویسید. در ارتباط با محاسبه فرکانسهای طبیعی حرکت و شکل مدها هم بحث کنید. فرض نوسانات کوچک را در نظر بگیرید. ۲/۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۰۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- نمره ۲/۴۰

$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{3(R-r)}\theta = 0,$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}} \text{ rad/sec}$$

۲- نمره ۲/۴۰

$$\sum M_{\cdot} = \frac{1}{3}ml^2\ddot{\theta} = -cl^2\dot{\theta} - ka^2\theta$$

$$\omega_d = \frac{a}{l}\sqrt{\left(\frac{3k}{m}\right)\left\{1 - \frac{3}{4mk}\left(\frac{cl}{a}\right)^2\right\}} \qquad c_c = \frac{2a}{3l}\sqrt{3km}$$

۳- نمره ۲/۴۰

$$\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)_{r=1} = 1.0 \qquad \frac{X}{X_{\cdot}} = \frac{1}{2\xi} = \frac{0.58}{X_{\cdot}} \rightarrow X_{\cdot} = 1.16\xi$$

$$\frac{X}{X_{\cdot}} = \frac{1}{[(1-r^2)^2 + (2\xi r)^2]^2} = \frac{0.46}{X_{\cdot}} \rightarrow r = 0.8 \quad \& \quad \xi = 0.1847$$

ب-

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{X}{X_{\cdot}}\right) = \frac{2(1-r) - 4\xi^2}{[(1-r)^2 + 4\xi^2 r]^2} = 0 \rightarrow r = 1 - 2\xi^2$$

۴- نمره ۲/۴۰

$$x(t) = \frac{F_0}{m\omega_n}\int_0^t \sin\omega_n(t-\xi)\,d\xi$$

$$= \frac{F_0}{k}(1 - \cos\omega_n t)$$

۵- نمره ۲/۴۰

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad i = 1, 2, \cdots N$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۰۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات۱۳۱۵۰۷۰

01-02-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

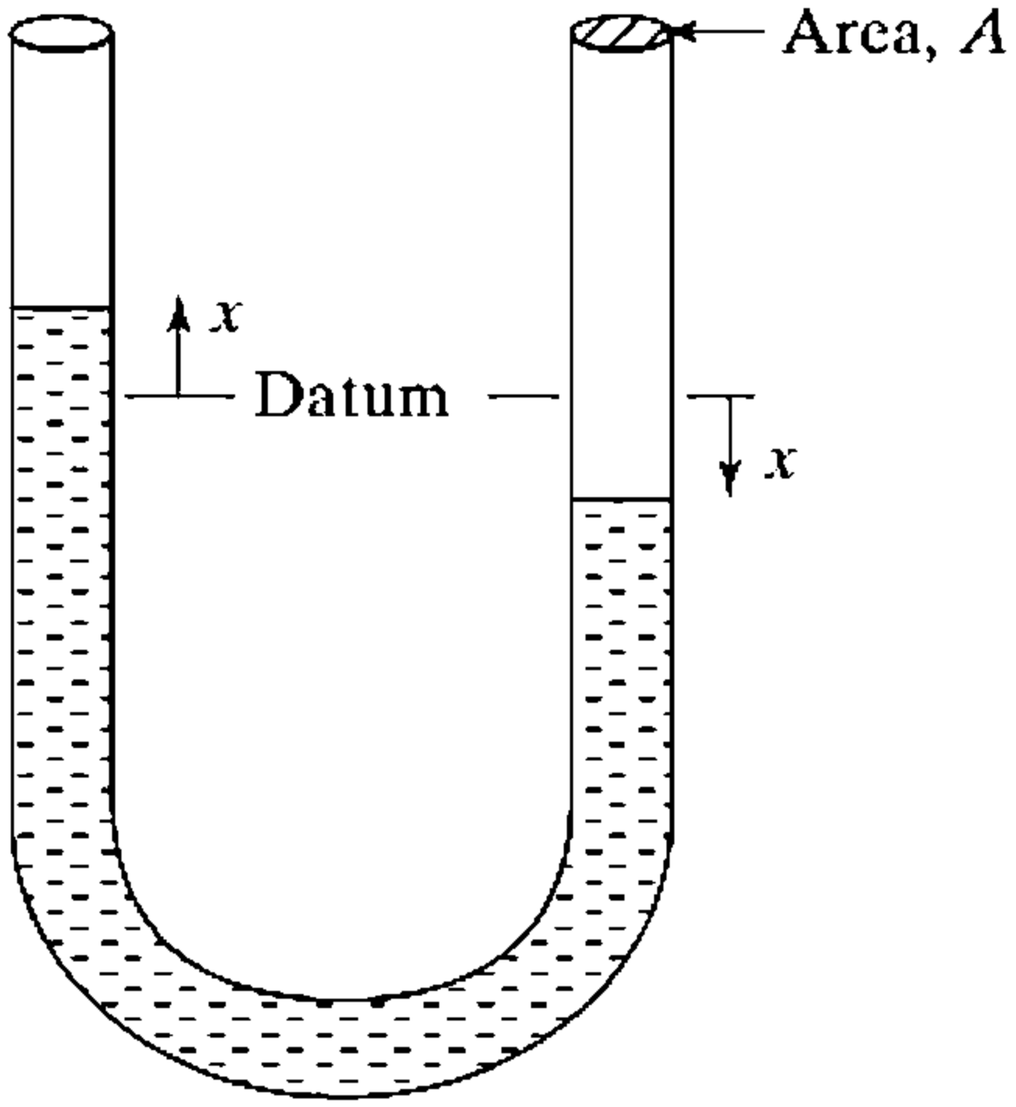
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- منظور از ارتعاش آزاد و اجباری را با ذکر یک مثال مختصرا توضیح دهید. ۲،۴۰ نمره

ب- مانومتر نشان داده شده حاوی سیالی با چگالی ρ می باشد. ایجاد جابجایی x از حالت تعادل باعث نوسانات کوچک سیال حول مکان تعادل می شود. فرکانس ارتعاش سیستم را با استفاده از روش انرژی محاسبه کنید. طول سیال در مانومتر L و سطح مقطع عرضی لوله مانومتر A می باشد.



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

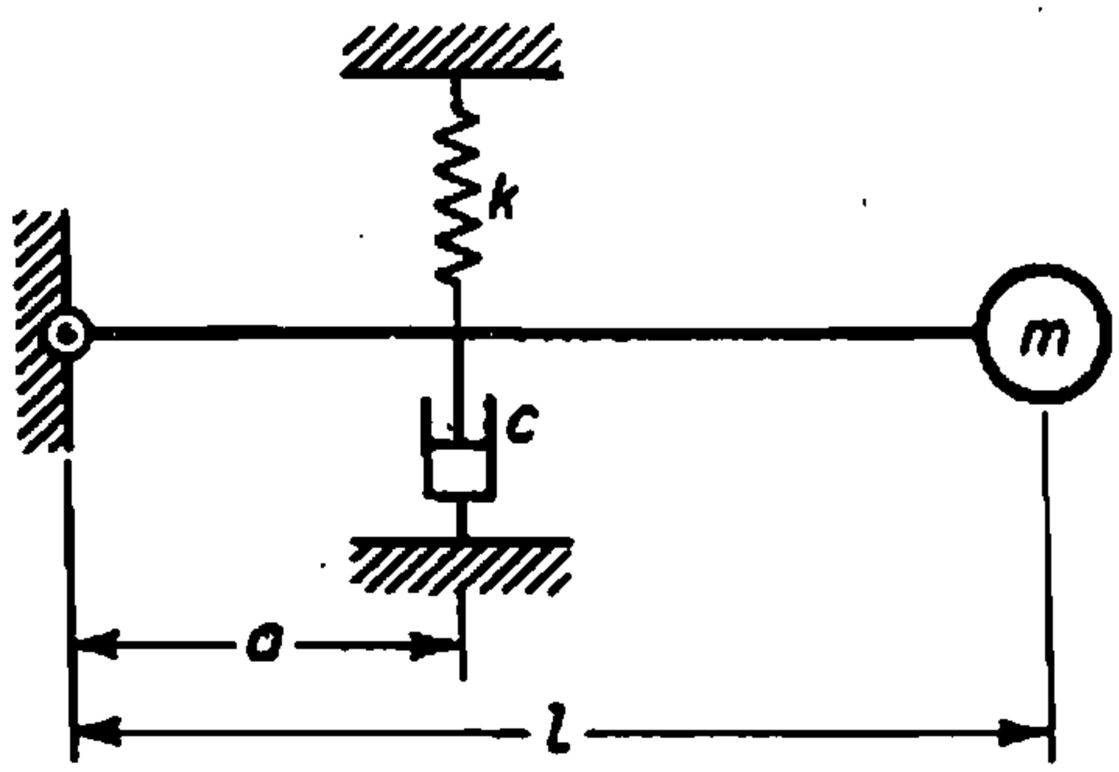
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۲- معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را نوشته و مطلوبست تعیین: ۲،۴۰ نمره

الف- فرکانس ارتعاش سیستم (فرکانس میرا)

ب- میرایی حالت بحرانی

میله بدون جرم می باشد و جرم m روی میله در فاصله L از تکیه گاه به میله جوش داده شده است.



۳- الف- سیستم جرم- فنر- میرا کننده ویسکوز تحت اثر نیروی هارمونیک $F_0 \sin(\omega t)$ قرار گرفته است. ۲،۴۰ نمره

در حالت تشدید دامنه ارتعاش برابر $15mm$ اندازه گیری شده است. در فرکانسی معادل 0.85 فرکانس تشدید، دامنه ارتعاش $12mm$ می باشد. نسبت میرایی ξ سیستم را محاسبه کنید.

ب- نشان دهید در یک سیستم ارتعاشی (شامل جرم- فنر- میراکننده ویسکوز) دامنه ماکزیمم (پیک) در نسبت فرکانسی $r = \sqrt{1-2\xi^2}$ رخ می دهد. در این حالت مقدار دامنه ماکزیمم را محاسبه کنید.

۴- ماتریس جرم و سختی یک سیستم ارتعاشی دو درجه آزادی به صورت زیر بیان شده است. فرکانس ها و شکل مدهای طبیعی ارتعاش این سیستم را به دست آورید. ۲،۴۰ نمره

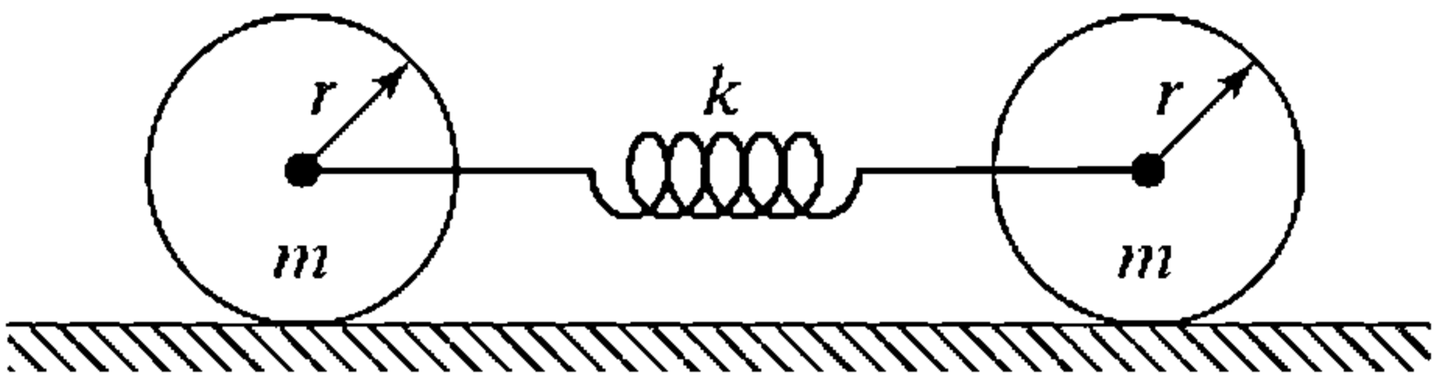
$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- دو دیسک یکسان با شعاع r و جرم m بدون لغزش در حال نوسان می باشند. با استفاده از روش لاگرانژ، معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاش سیستم را به دست آورید. انتخاب مختصات حرکت دلخواه می باشد. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- ۲،۴۰ نمره

ب-

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

$$\tau = 2\pi\sqrt{\frac{I}{2g}}$$

۲- ۲،۴۰ نمره

$$c_c = 2(\frac{l}{a})\sqrt{km}$$

$$\omega_d = \frac{a}{l}\sqrt{\frac{k}{m} - (\frac{ca}{2ml})^2} = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

۳- ۲،۴۰ نمره

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}$$

$$\left(\frac{X}{\delta_{st}}\right)_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

۴- ۲،۴۰ نمره

$$\left|K - M\,\omega^2\right| = 0$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۲،۴۰ نمره

۵- $$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad i = 1, 2, \cdots N$$

00-01-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

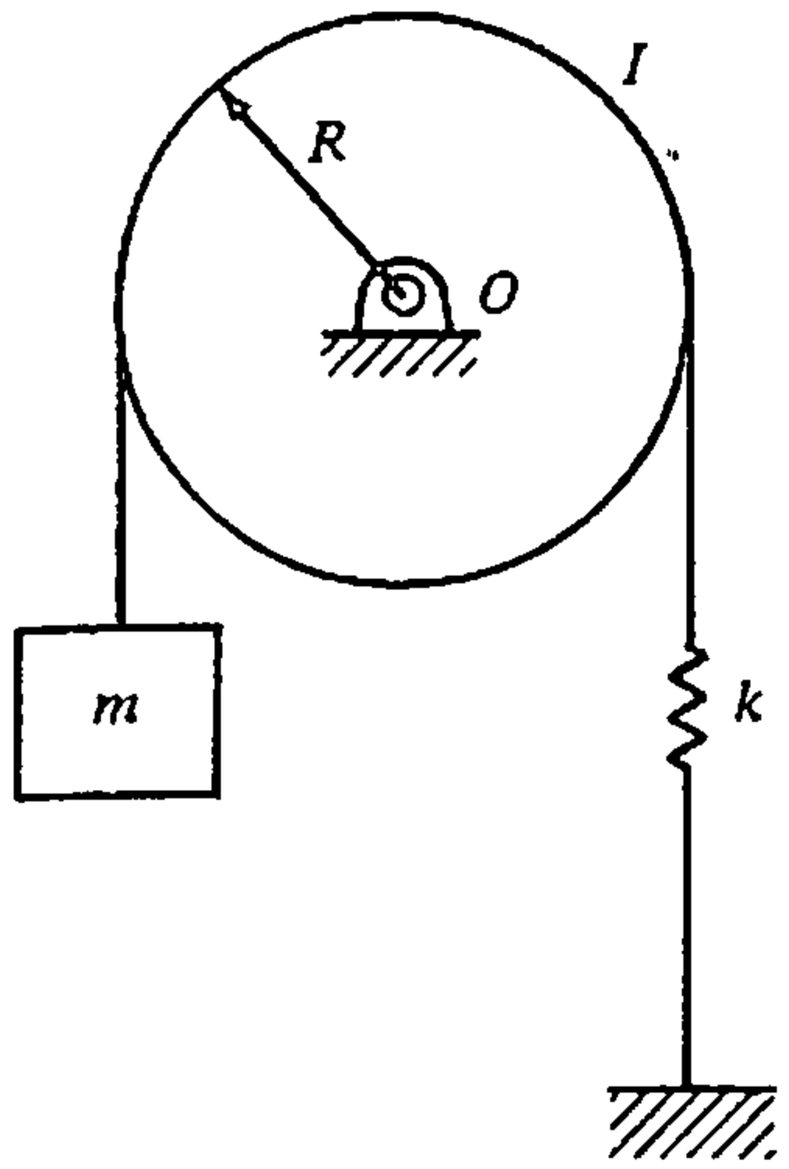
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- الف- هر یک از مفاهیم زیر را مختصرا توضیح دهید. ۲،۴۰ نمره

ارتعاش اجباری و آزاد ، پدیده تشدید ، فرکانس طبیعی، درجه آزادی

ب- معادله ارتعاش سیستم زیر و همچنین فرکانس طبیعی آن را به کمک روش انرژی بیابید. ممان اینرسی دیسک (پولی)حول مرکز O برابر $I_O = \frac{1}{2}MR^2$ می باشد که M جرم دیسک می باشد. ضمن حرکت جرم m متصل به فنر با ثابت k روی دیسک هیچ لغزشی اتفاق نمی افتد.



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

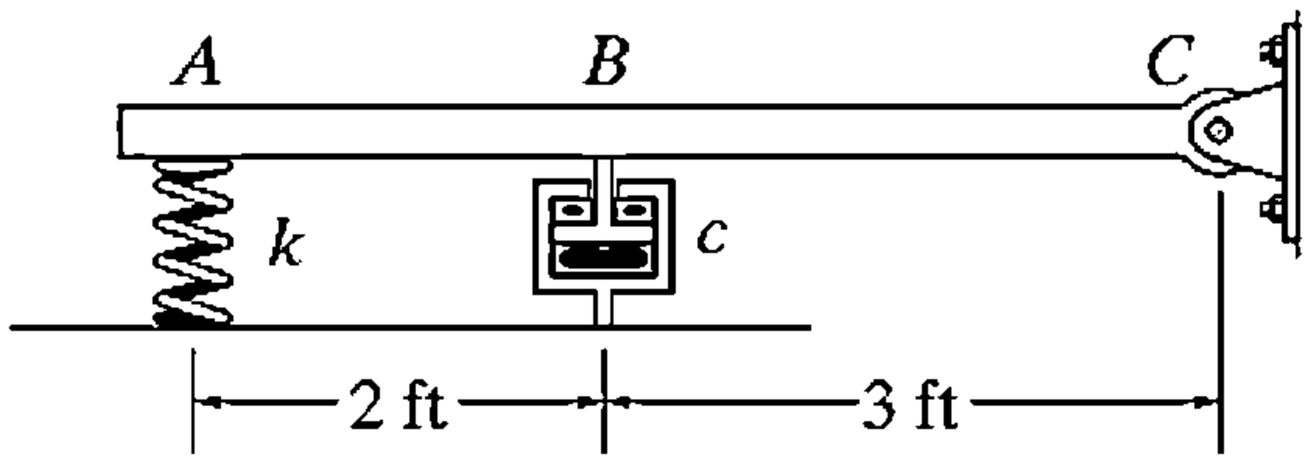
۲- سیستم ارتعاشی نشان داده شده شامل میله با وزن یکنواخت $25lb\ (g = 32.2f\ t\ s^2)$ ٌفنر با ثابت $10lb\ /f\ t$ در نقطه A و میرایی ویسکوز در نقطه B به اندازه $4lb.s\ /f\ t$ در نظر بگیرید. ۲،۴۰ نمره

الف- معادله حرکت سیستم (با روشی دلخواه) را بنویسید.

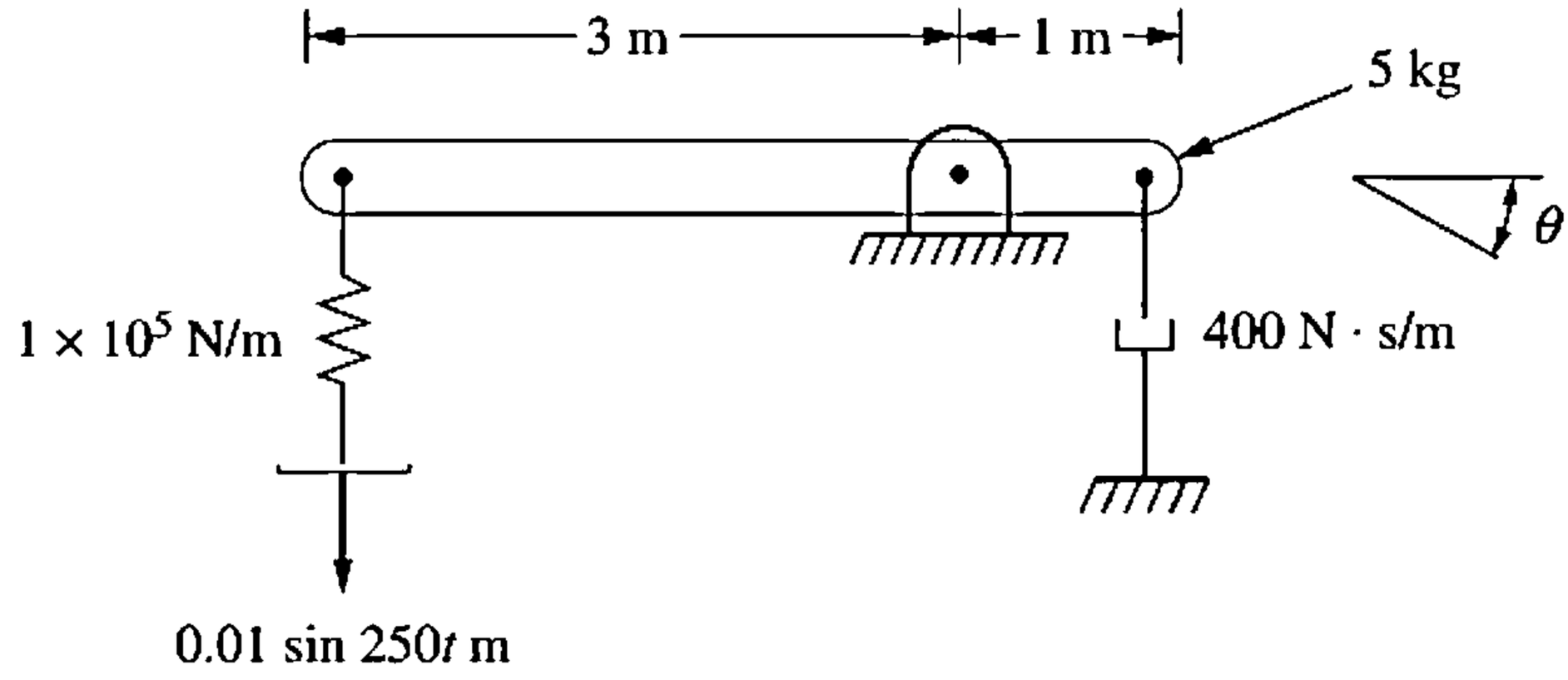
ب- فرکانس طبیعی و میراشده سیستم را بیابید.

ج- مقدار میرایی بحرانی سیستم را تعیین کنید.

د- نسبت حداکثر دامنه ارتعاش در نوسان دوم به حداکثر دامنه ارتعاش در نوسان سوم $(\frac{\theta_2}{\theta_3})$ را بیابید. نوسان میله حول نقطه C با θ نمایش داده می شود. از رابطه کاهش لگاریتمی کمک بگیرید.



۳- معادله سیستم ارتعاشی زیر و پاسخ حالت پایدار آن را بیابید. میله به طول $4m$ با جرم یکنواخت $5kg$ فنر با ثابت $k = 10^5\ N\ /\ m$ و میرایی ویسکوز به اندازه $c = 400N\ .s\ /\ m$ می باشد. یک سر فنر به میله و سر دیگر آن تحت جابجایی $\delta = 0.01\sin(250t)$ متر می باشد. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

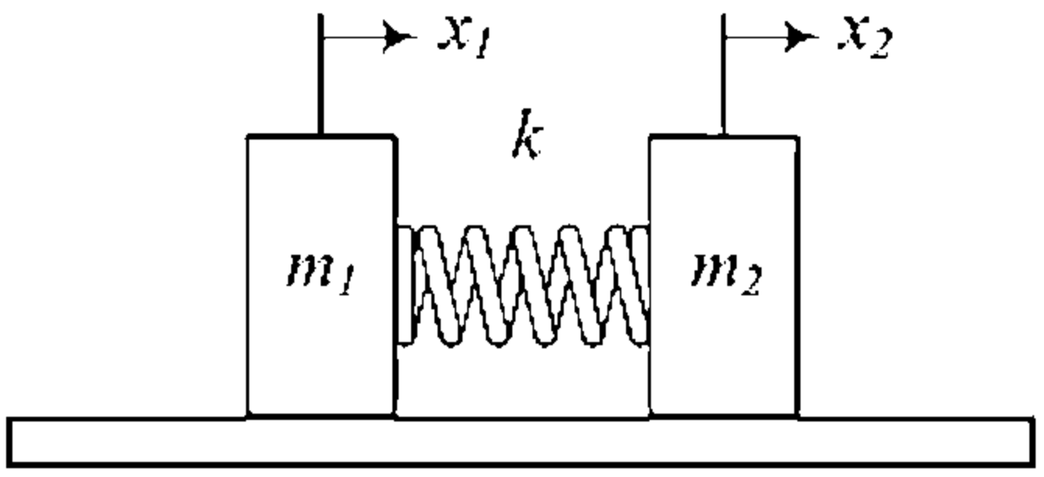
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده مطلوبست تعیین: ۲،۴۰ نمره

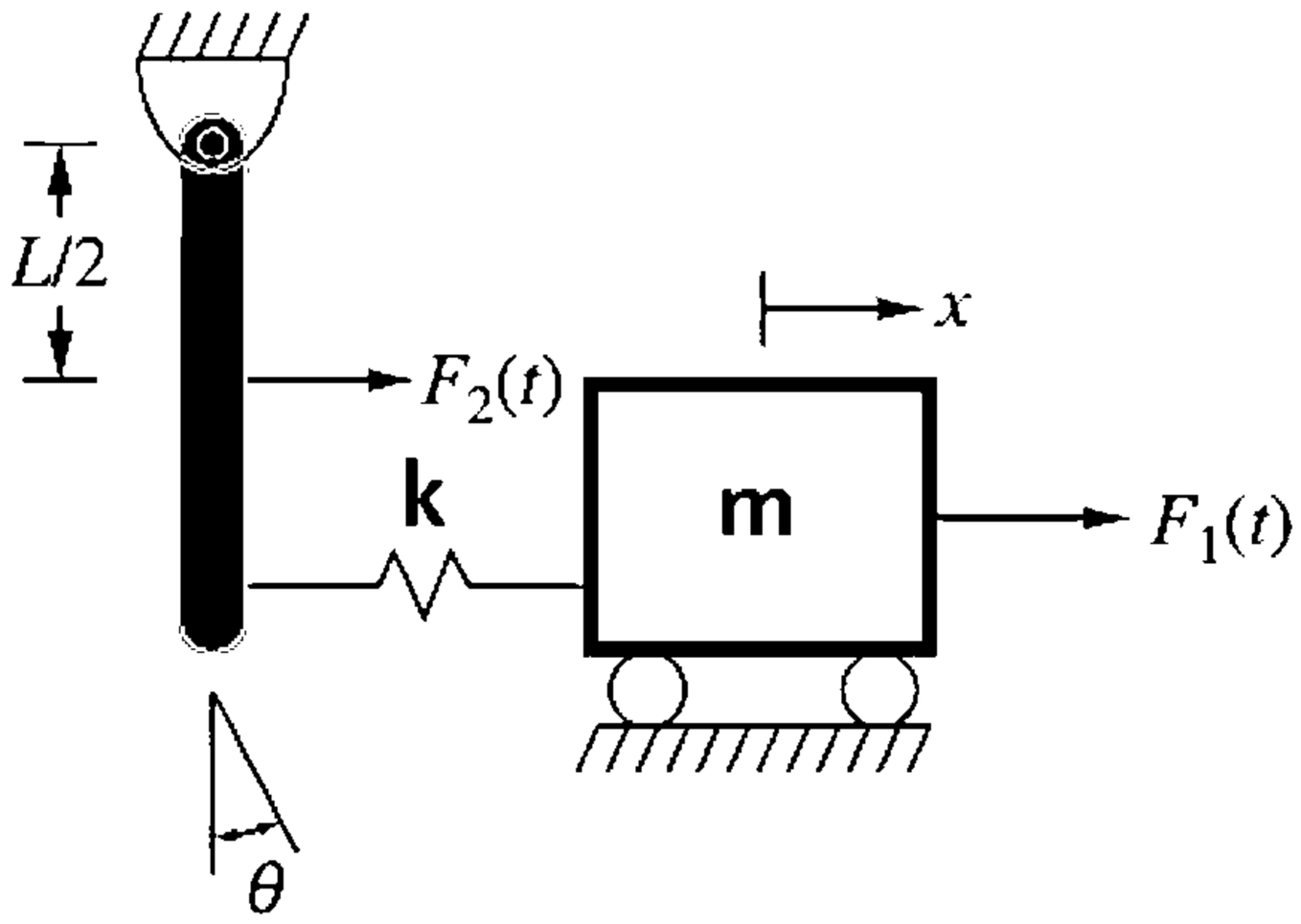
الف- معادلات دینامیکی سیستم

ب- فرکانسهای طبیعی و شکل مودهای ارتعاشی

$$m_1 = m_2 = m$$



۵- معادله حاکم بر سیستم ارتعاشی زیر را با استفاده از روش لاگرانژ بیابید. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- ارتعاش اجباری:ارتعاش سیستم تحت یک محرک خارجی — ۲،۴۰ نمره

ارتعاش ازاد: ارتعاش سیستم بدون محرک خارجی و تحت تاثیر یک شرایط اولیه

فرکانس طبیعی: فرکانس ارتعاش آزاد سیستم که به توطیع جرم و سختی سیستم بستگی دارد.

درجه آزادی: حداقل مختصات مستقل لازم جهت تعریف حرکت یک سیستم

$$T_1 + U_1 = T_2 + U_2 \quad \Rightarrow \quad T + U = \text{constant}$$

$$\frac{d}{dt}(U+T)=0$$

۲- ۲،۴۰ نمره

$$-25k\theta - 9c\dot{\theta} = I_C\ddot{\theta} \rightarrow I_C\ddot{\theta} + 9c\dot{\theta} + 25k\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{25k}{I_C}} \qquad \omega_d = \sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n \quad 2\xi\omega_n = \frac{9c}{I_C}$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 81c^2 - 100kI_C = 0 \rightarrow C_{cr} = \frac{10}{9}\sqrt{kI_C}$$

$$I_C = \frac{1}{3}mL^2$$

۳- ۲،۴۰ نمره

$$M(r,\zeta) = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

Phase angle

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right)$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی مکانیک،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- ۲،۴۰ نمره

$$\left(-\omega^2 M + K\right)\mathbf{u} = \mathbf{0}$$

$$\omega_1 = 0 \qquad \omega_2 = \sqrt{k\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}}$$

$$u_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad u_2 = \begin{bmatrix} -m_2/m_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

۵- ۲،۴۰ نمره

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial x_i} = Q_i$$

$$L = T - V$$

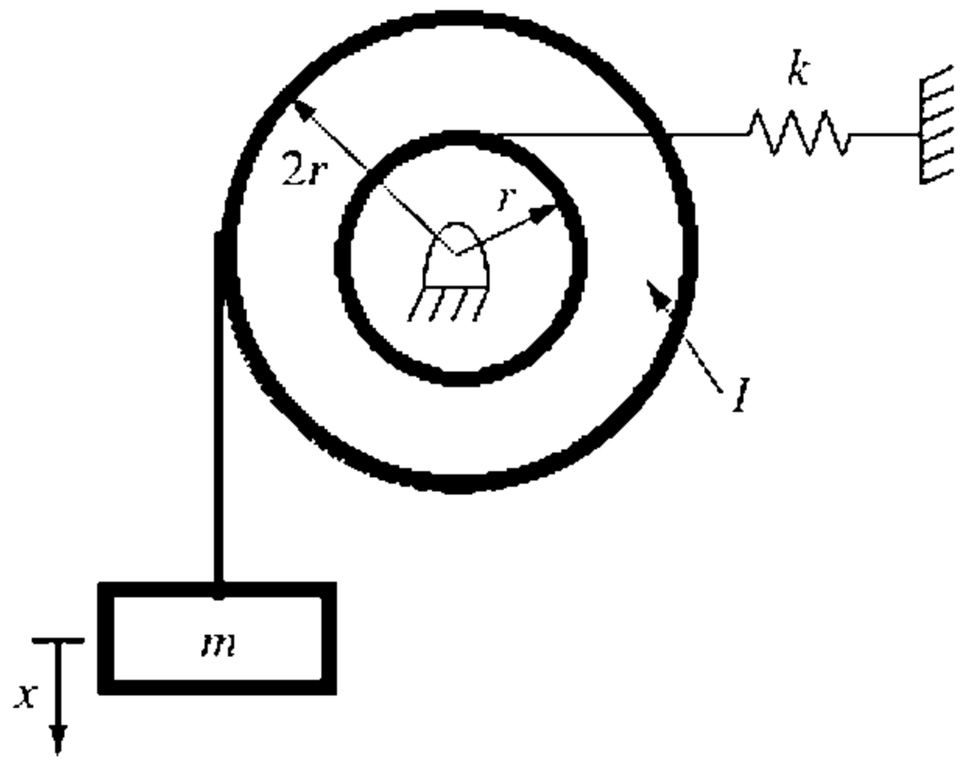
98-99-3

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

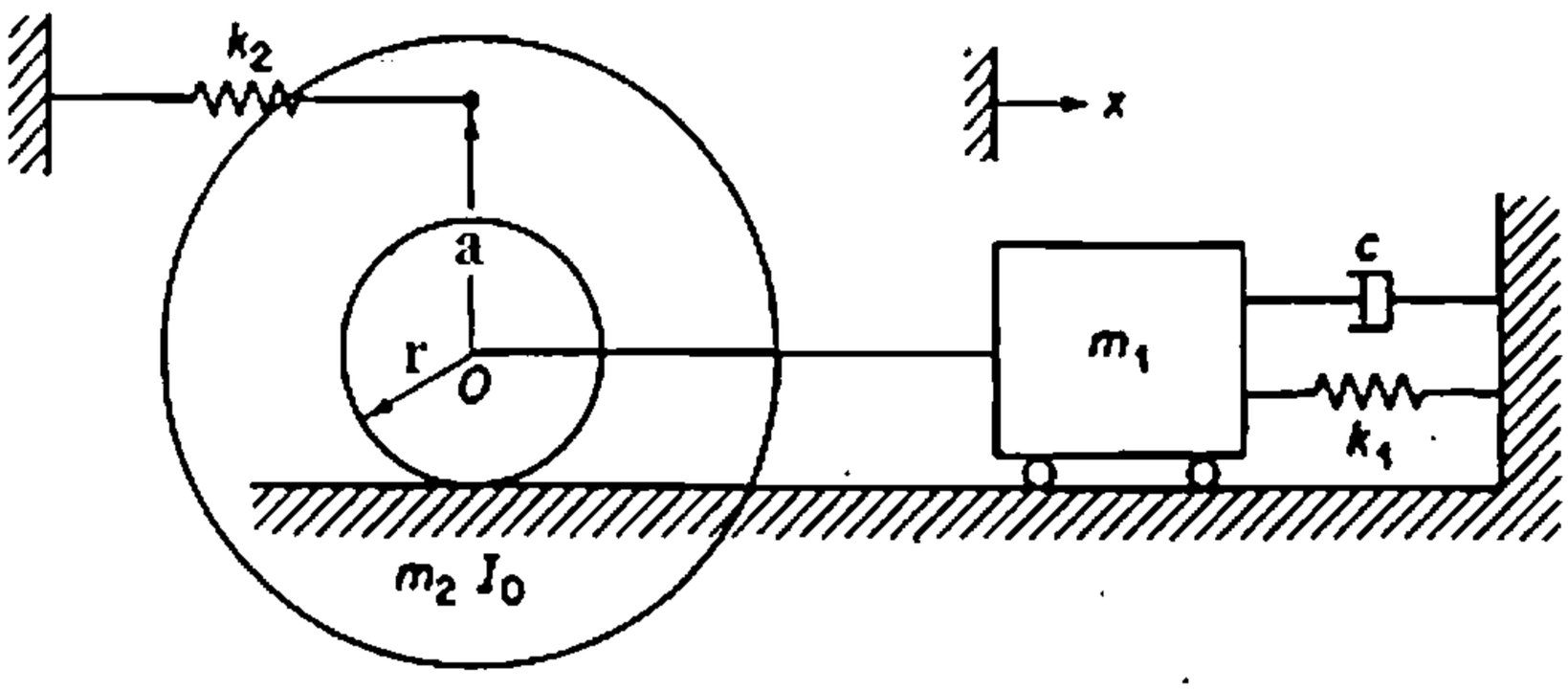
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۱- با استفاده از روش انرژی معادله دیفرانسیل ارتعاش سیستم زیر و همچنین فرکانس طبیعی آن را بیابید. ممان اینرسی دیسک حول مبدا برابر I است. ۲،۴۰ نمره



۲- معادله دیفرانسیل حرکت سیستم ارتعاشی زیر و سپس رابطه ای برای میرایی بحرانی آن بیابید. ۲،۴۰ نمره



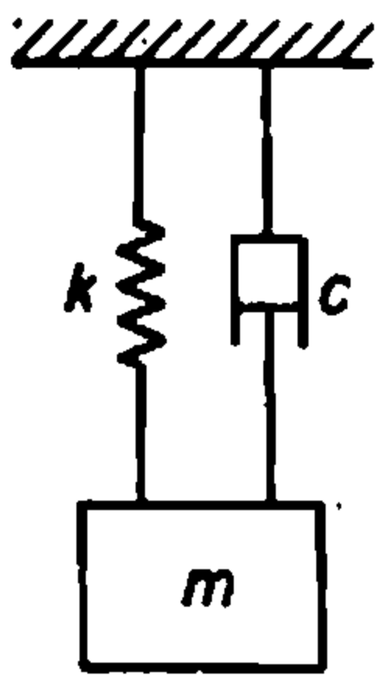
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

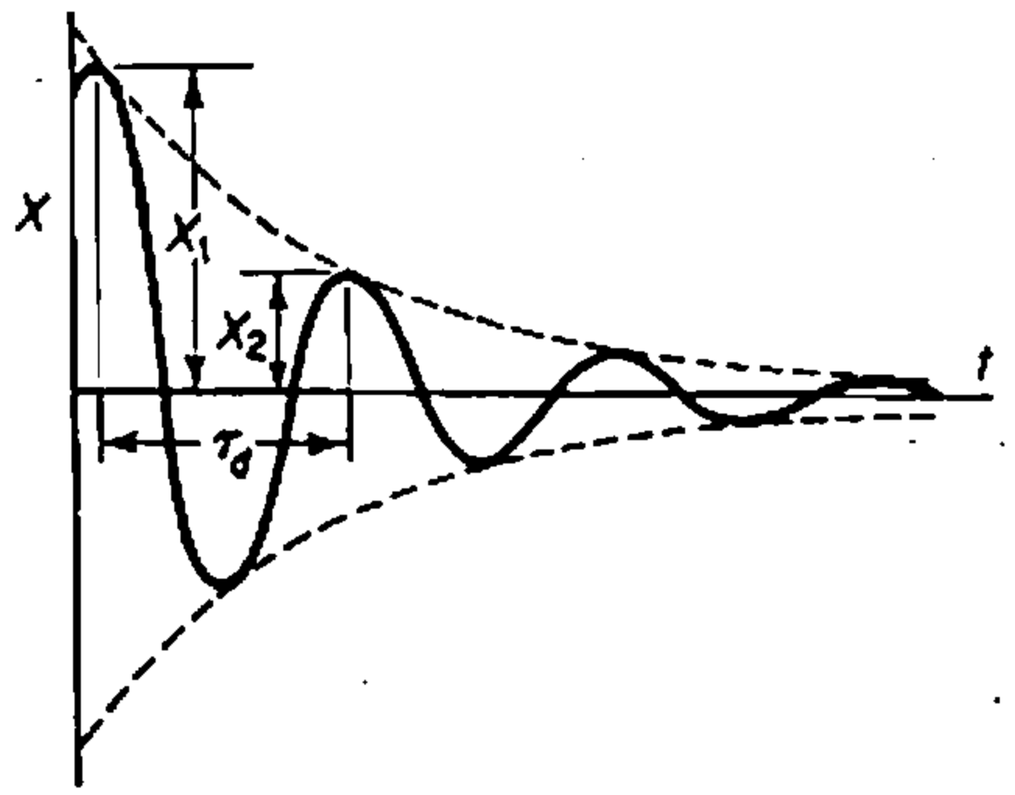
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳- الف- ارتعاش سیستم یک درجه آزادی با میرایی ویسکوز را در نظر بگیرید. در حالت $\xi < 1$ دامنه ارتعاش آزاد ۲،۴۰ نمره

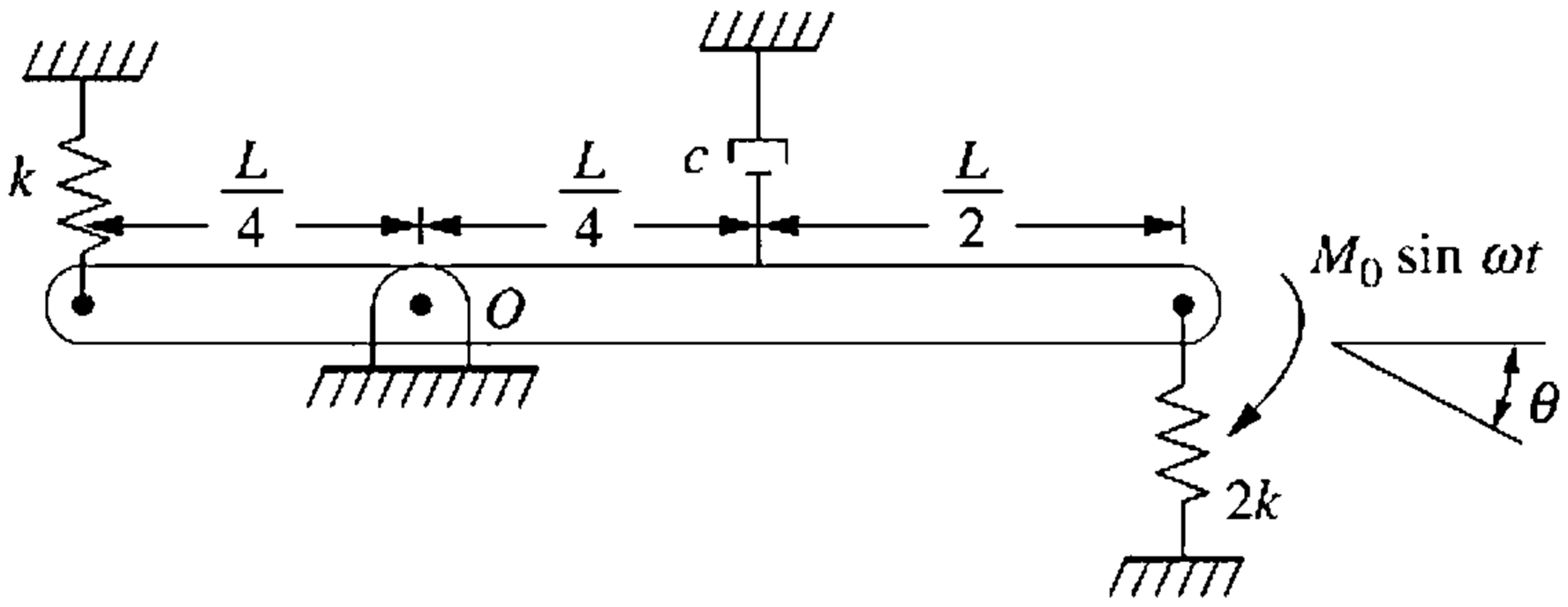
سیستم به صورت زیر ثبت شده است. عبارتی برای نسبت دامنه $\frac{X_1}{X_2}$ بر حسب ضریب میرایی ξ بیابید (اثبات رابطه مهم است).





ب- پاسخ حالت پایدار ارتعاش سیستم زیر را بیابید. جرم میله صلب برابر $m = 15kg$ و مقدار گشتاور $M_0 = 790N.m$ است.

$$\omega = 500 \text{ rpm}, k = 7000 \text{ N/m}, c = 650 \text{ N} \cdot \text{s/m}, L = 1.2 \text{ m}$$

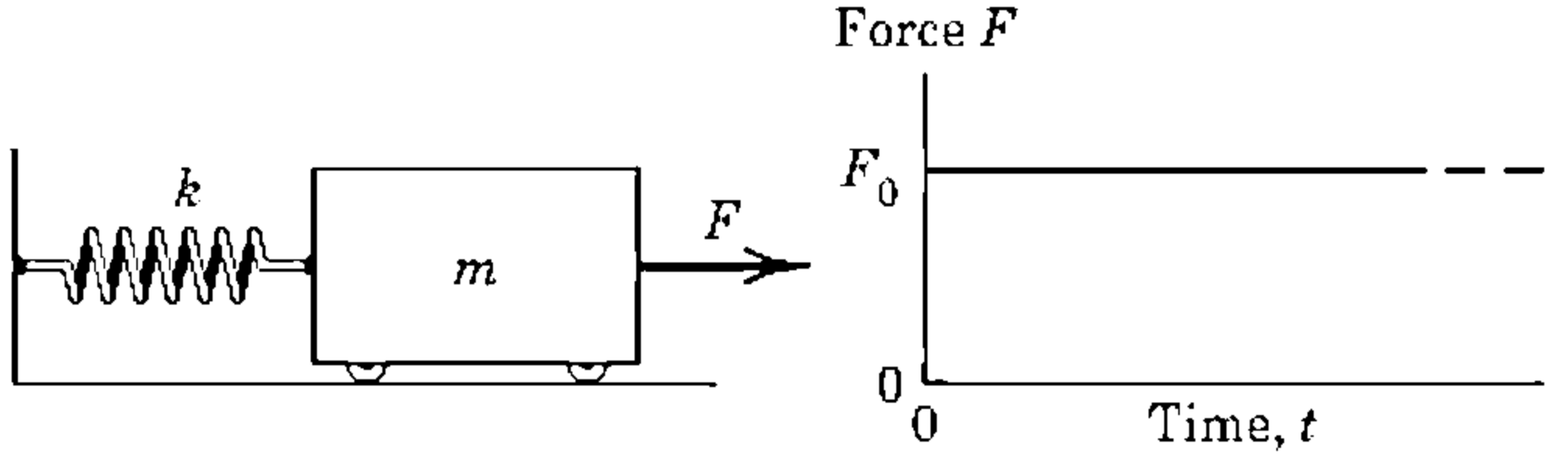


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

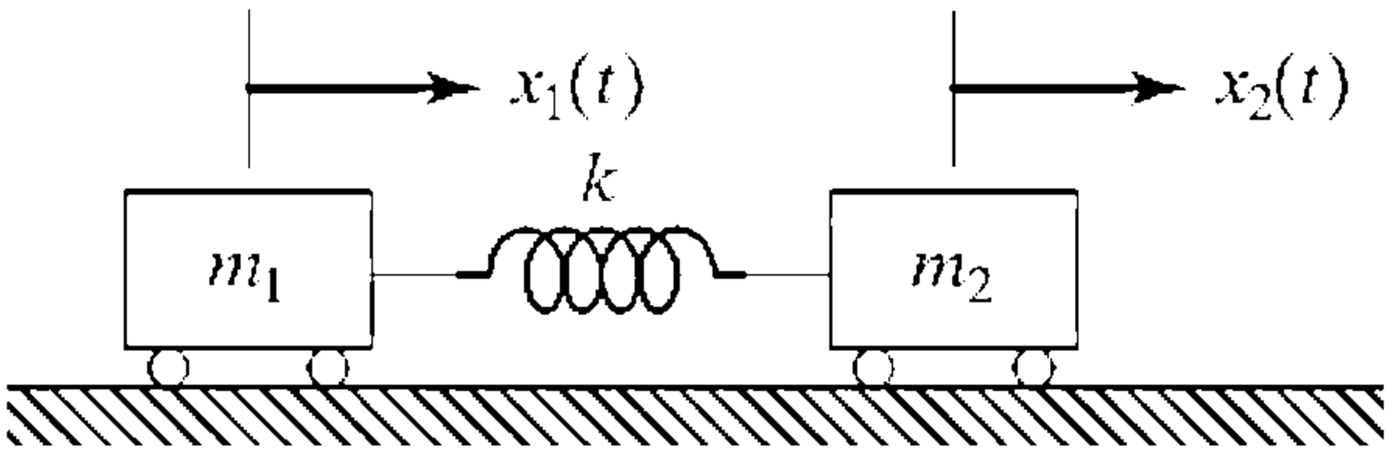
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- پاسخ سیستم یک درجه آزادی نشان داده شده را به تحریک پله ای زیر به دست آورید. ۲،۴۰ نمره



۵- مطابق شکل دو واگن به جرم های m_1 و m_2 توسط فنری با ثابت k به هم متصل شده اند. فرکانس های طبیعی و شکل های مد سیستم ارتعاشی را بدست آورید. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۱- $T + U = \text{constant}$ نمره ۲،۴۰

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

۲- روابط فصل دوم نمره ۲،۴۰

۳- الف- نمره ۲،۴۰

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2}$$

$$\delta = \ln \frac{e^{-\zeta\omega_n t_1}}{e^{-\zeta\omega_n (t_1 + \tau_d)}} = \ln e^{\zeta\omega_n \tau_d} = \zeta\omega_n \tau_d$$

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

ب-

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{7}\frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{57}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{M_0}{I_{eq}}\sin\omega t$$

$$\theta(t) = \Theta \sin(\omega t - \phi)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{57}{7}\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(57)(7000\ \text{N/m})}{(7)(15\,\text{kg})}} = 61.6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = \frac{3}{14}\frac{c}{m\omega_n} = \frac{(3)(650\ \text{N} \cdot \text{s/m})}{(14)(15\,\text{kg})(61.6\ \text{rad/s})} = 0.15$$

۴- نمره ۲،۴۰

$$x(t) = \frac{F_0}{m\omega_n}\int_0^t \sin\omega_n(t - \xi)\, d\xi$$

$$= \frac{F_0}{k}(1 - \cos\omega_n t)$$

۵- ص234 نمره ۲،۴۰

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

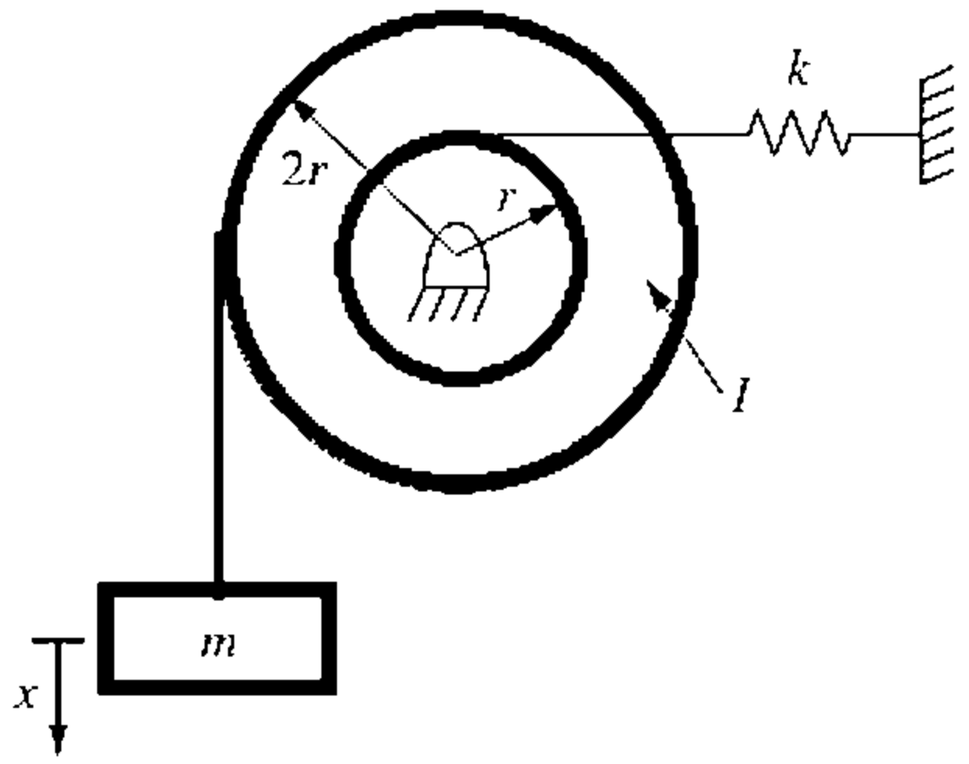
98-99-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

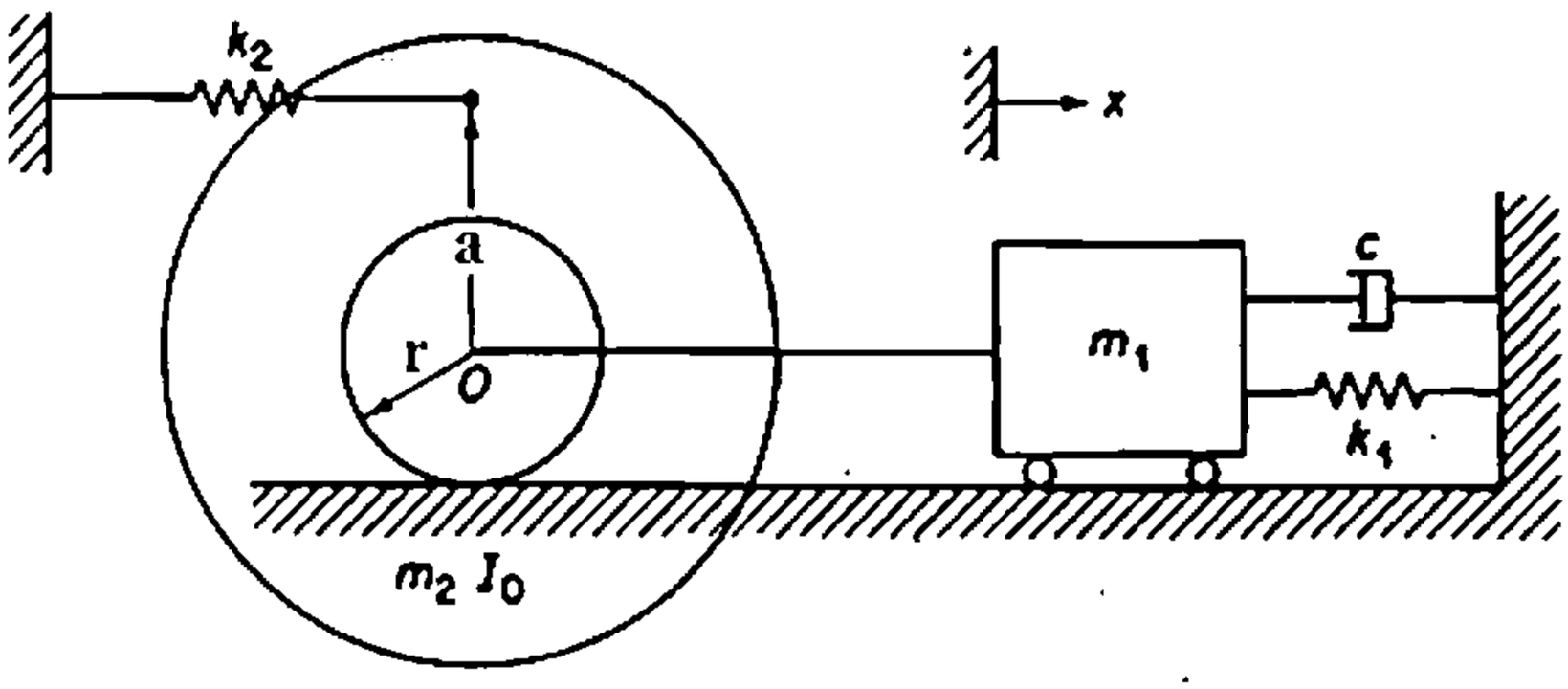
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۱- با استفاده از روش انرژی معادله دیفرانسیل ارتعاش سیستم زیر و همچنین فرکانس طبیعی آن را بیابید. ممان اینرسی دیسک حول مبدا برابر I است. ۲،۴۰ نمره



۲- معادله دیفرانسیل حرکت سیستم ارتعاشی زیر و سپس رابطه ای برای میرایی بحرانی آن بیابید. ۲،۴۰ نمره



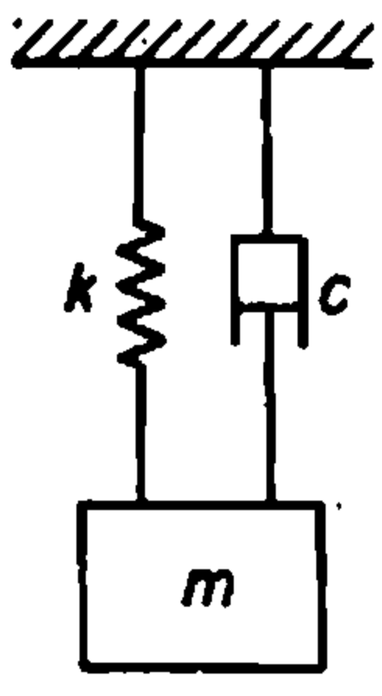
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

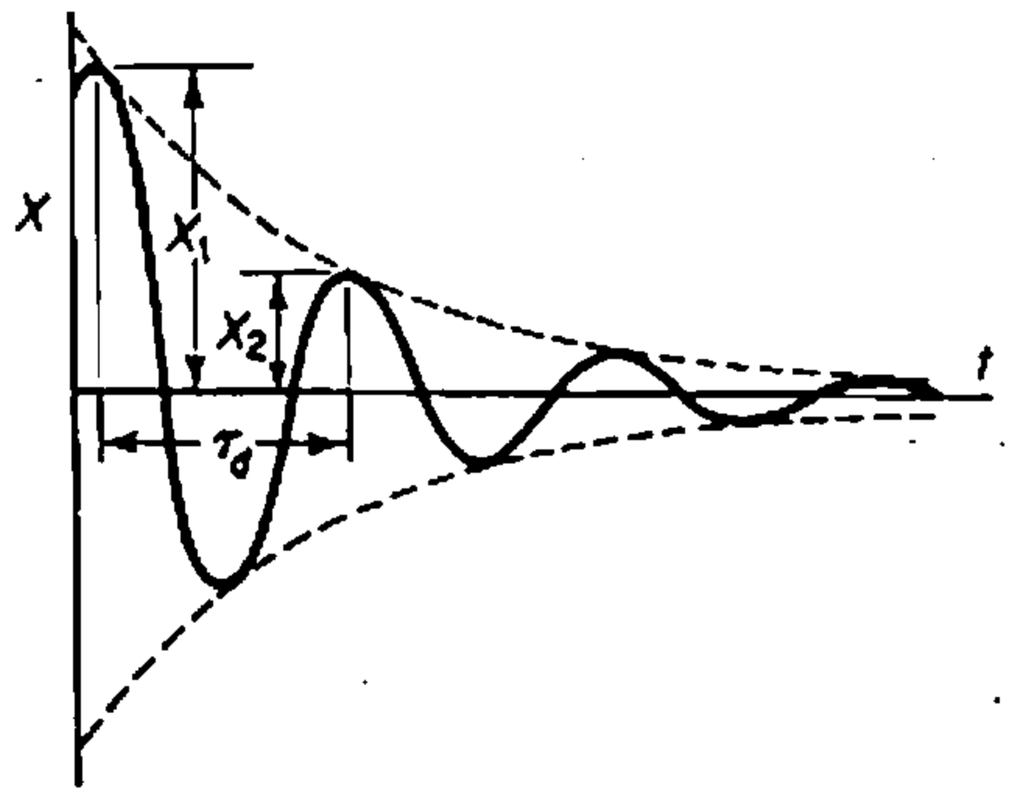
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳- الف- ارتعاش سیستم یک درجه آزادی با میرایی ویسکوز را در نظر بگیرید. در حالت $\xi < 1$ دامنه ارتعاش آزاد ۲،۴۰ نمره

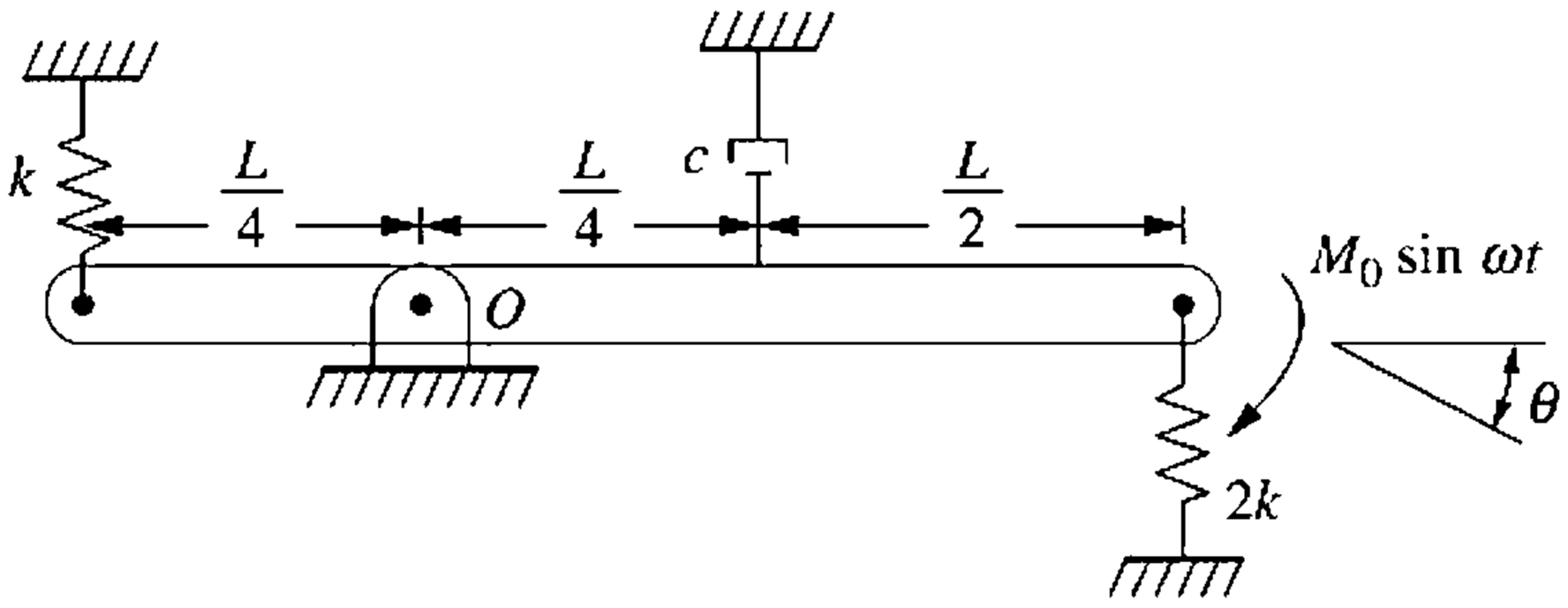
سیستم به صورت زیر ثبت شده است. عبارتی برای نسبت دامنه $\frac{X_1}{X_2}$ بر حسب ضریب میرایی ξ بیابید (اثبات رابطه مهم است).





ب- پاسخ حالت پایدار ارتعاش سیستم زیر را بیابید. جرم میله صلب برابر $m = 15kg$ و مقدار گشتاور $M_0 = 790N.m$ است.

$$\omega = 500 \text{ rpm}, k = 7000 \text{ N/m}, c = 650 \text{ N} \cdot \text{s/m}, L = 1.2 \text{ m}$$

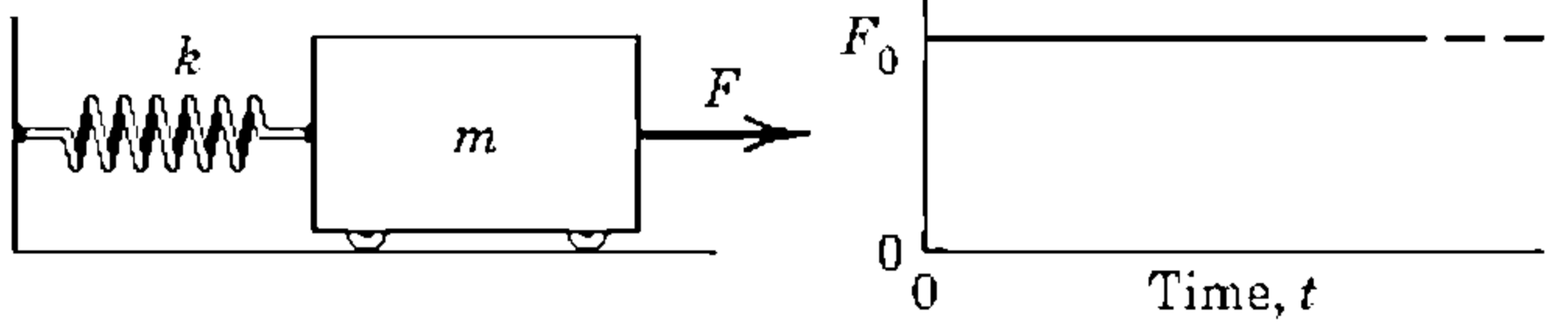


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

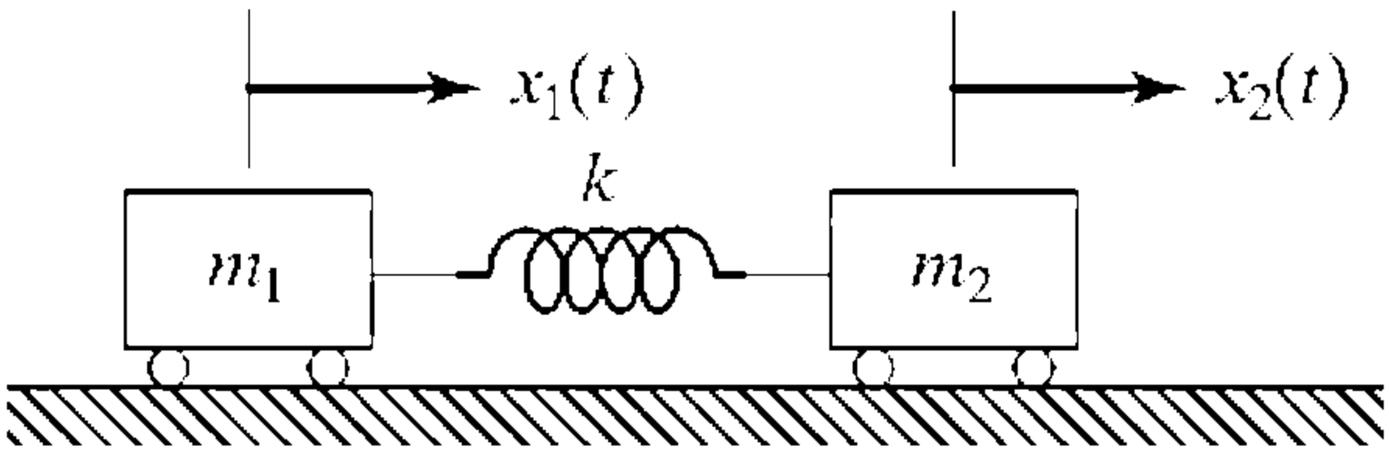
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- پاسخ سیستم یک درجه آزادی نشان داده شده را به تحریک پله ای زیر به دست آورید. ۲،۴۰ نمره



۵- مطابق شکل دو واگن به جرم های m_1 و m_2 توسط فنری با ثابت k به هم متصل شده اند. فرکانس های طبیعی و شکل های مد سیستم ارتعاشی را بدست آورید. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۱- $T + U = \text{constant}$ نمره ۲،۴۰

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

۲- روابط فصل دوم نمره ۲،۴۰

۳- الف- نمره ۲،۴۰

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2}$$

$$\delta = \ln \frac{e^{-\zeta\omega_n t_1}}{e^{-\zeta\omega_n (t_1 + \tau_d)}} = \ln e^{\zeta\omega_n \tau_d} = \zeta\omega_n \tau_d$$

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

ب-

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{7}\frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{57}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{M_0}{I_{eq}}\sin\omega t$$

$$\theta(t) = \Theta \sin(\omega t - \phi)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{57}{7}\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(57)(7000\ \text{N/m})}{(7)(15\,\text{kg})}} = 61.6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = \frac{3}{14}\frac{c}{m\omega_n} = \frac{(3)(650\ \text{N} \cdot \text{s/m})}{(14)(15\,\text{kg})(61.6\ \text{rad/s})} = 0.15$$

۴- نمره ۲،۴۰

$$x(t) = \frac{F_0}{m\omega_n}\int_0^t \sin\omega_n(t - \xi)\, d\xi$$

$$= \frac{F_0}{k}(1 - \cos\omega_n t)$$

۵- ص234 نمره ۲،۴۰

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

97-98-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

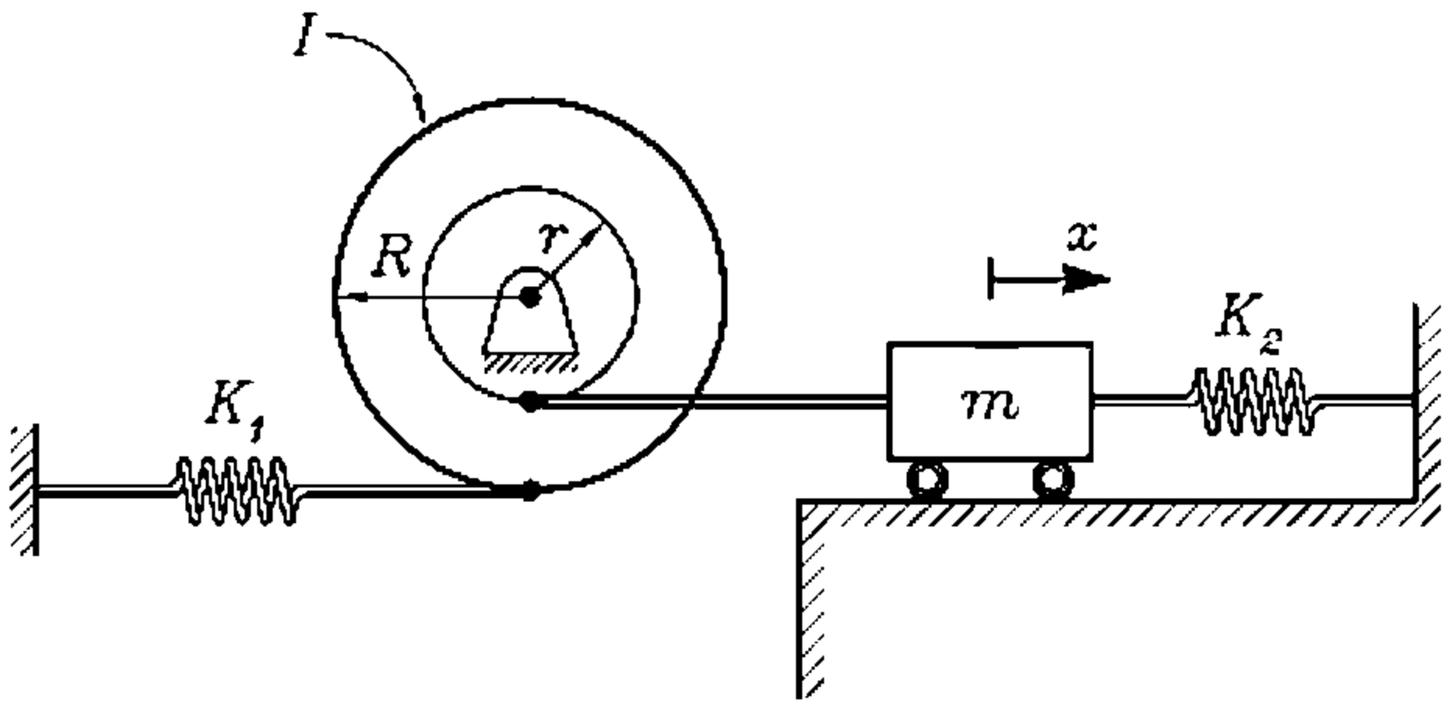
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۱- الف- هر یک از مفاهیم زیر را مختصرا توضیح دهید. ۲،۴۰ نمره

درجه آزادی ، فرکانس طبیعی، فرکانس طبیعی میرا شده، پدیده تشدید

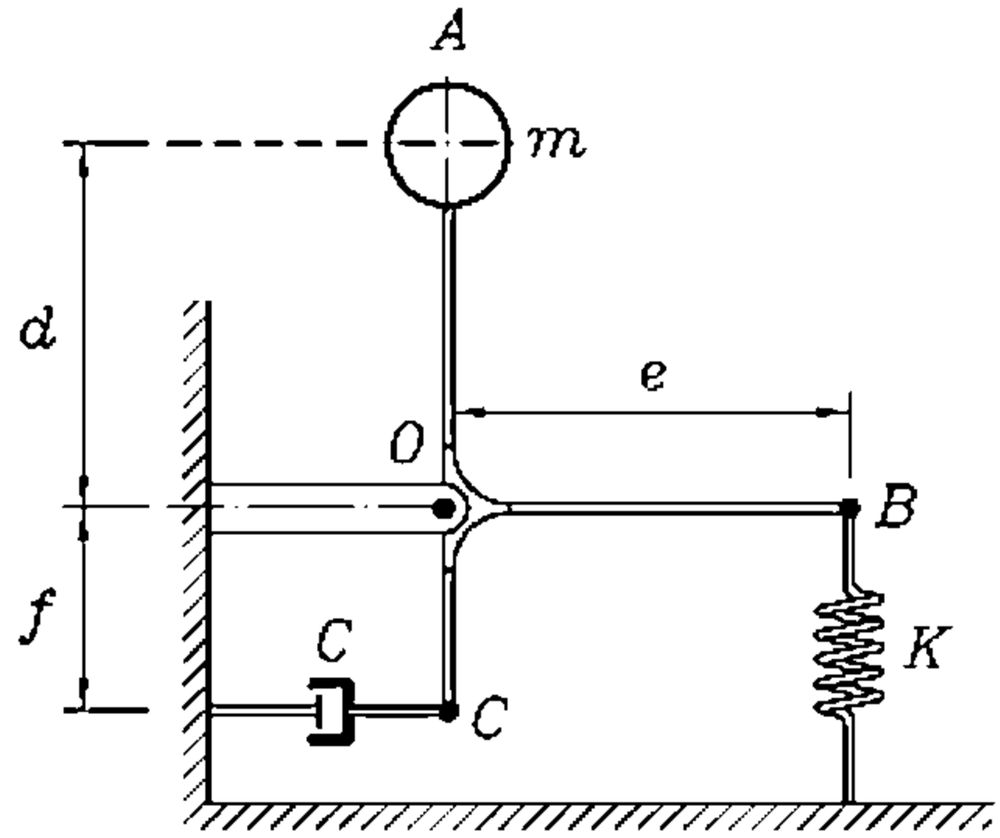
ب- با استفاده از روش انرژی، فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم زیر را بیابید.



۲- شکل زیر، سیستمی را نشان می دهد که در آن جرم m حول نقطه O لولا شده و حرکت آن از طریق فنر K در نقطه B و مستهلک کننده C در نقطه C کنترل می گردد. در صورتی که میله ها را بدون جرم و صلب در نظر بگیریم، معادله ارتعاش سیستم را برای نوسانات کوچک و فرکانس طبیعی را برای حالت بدون میرایی و با میرایی به دست آورید. همچنین میرایی بحرانی سیستم را نیز بیابید. ۲،۴۰ نمره

همچنین اگر نقطه B به اندازه 10 میلیمتر به سمت بالا حرکت داده شده و سپس رها گردد، تغییر مکان افقی نقطه A را بر حسب زمان، برای حالتی که میرایی در سیستم وجود ندارد، به دست آورید.

$$m = 100\,\text{gr},\ \ k = 100\ N/m,\ \ c = 1\ N.s/m,\ e = 30\,\text{cm},\ d = 40\,\text{cm},\ \ f = 10\,\text{cm}$$



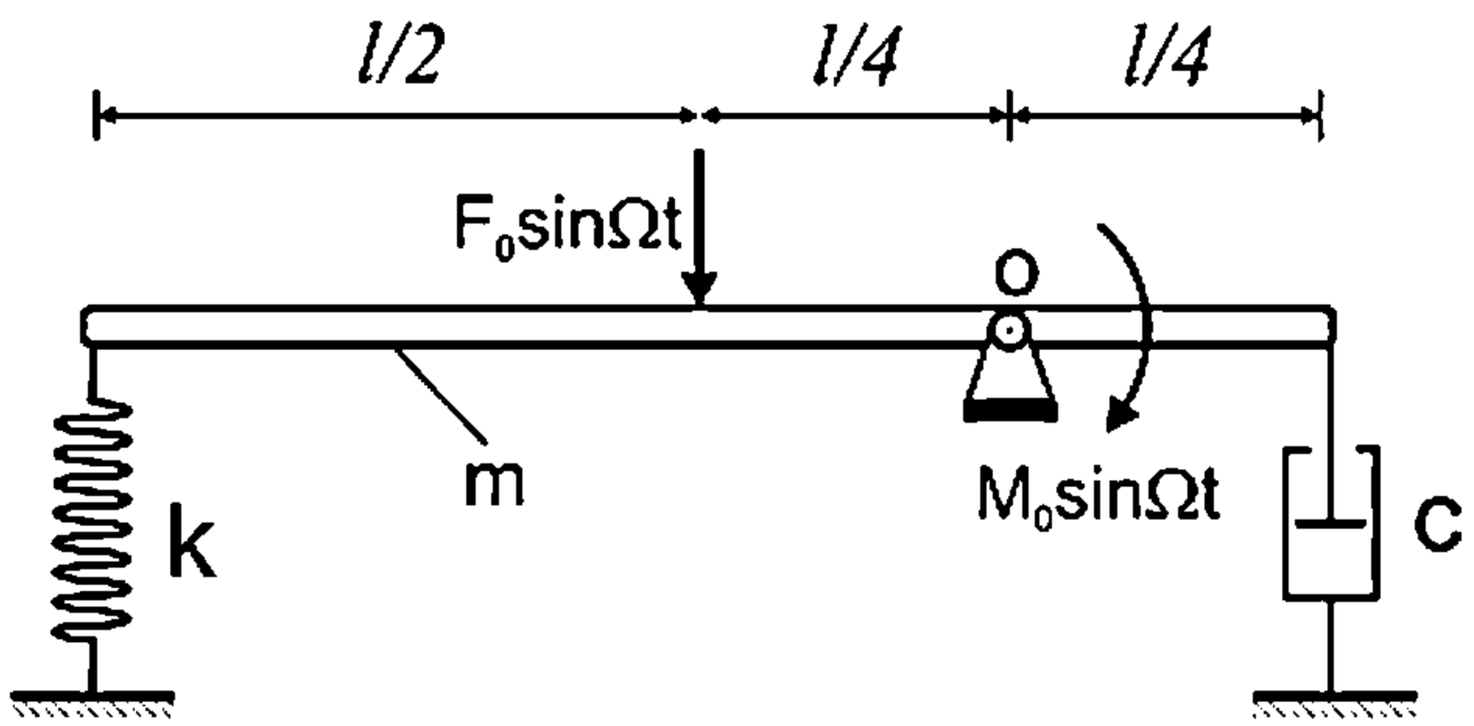
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، معادله ارتعاش سیستم و دامنه حالت پایدار آن (θ_P) را محاسبه کنید. ۲،۴۰ نمره

$$m=18.5kg, l=1.8m, k=4kN, C=20kN/s, F_0=500N$$
$$M_0=150N.m, \Omega=50rad/s$$



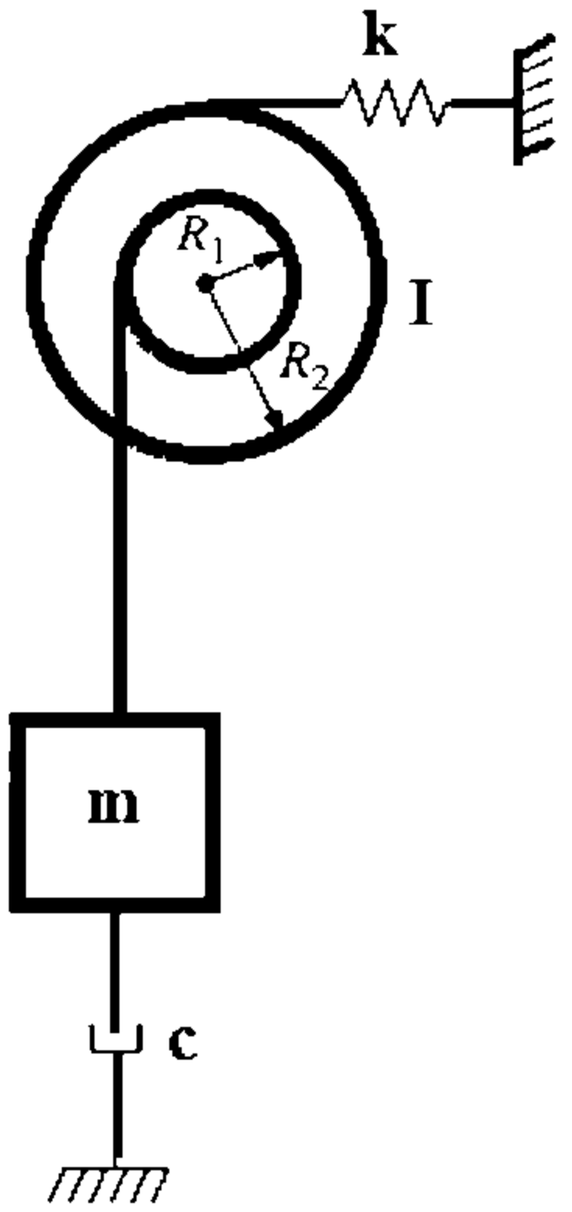
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- دامنه ارتعاش سیستم ارتعاشی زیر بعد از طی 11 سیکل کامل ارتعاشی به نصف دامنه اولیه آن کاهش پیدا می کند. با فرض دوره تناوب $0.3s$ برای سیستم، سختی k و میرایی c سیستم را بیابید. ۲،۴۰ نمره

$$I = 2.4kg.m^2, m = 5kg, R_1 = 20cm, R_2 = 40cm$$



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

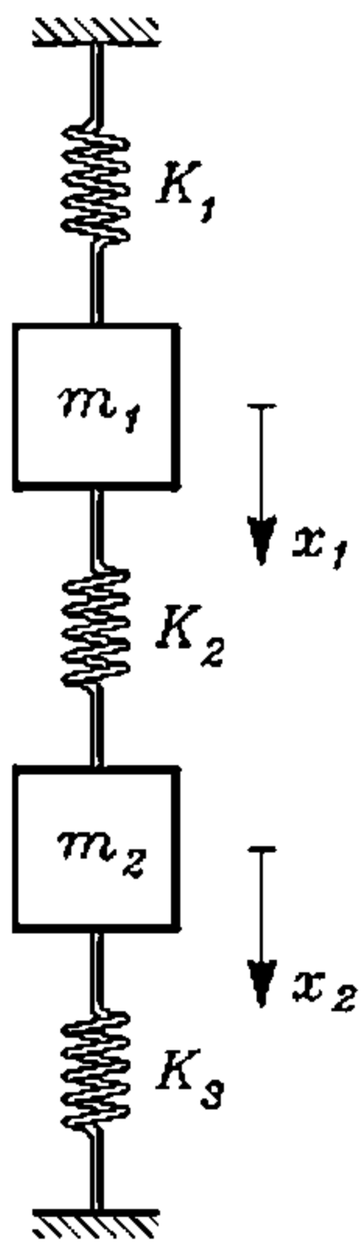
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- مطلوبست محاسبه فرکانس های طبیعی و شکل مودهای طبیعی سیستم ارتعاشی زیر. (دو جسم مقید به حرکت در راستای قائم و فنرها خطی هستند) ۲،۴۰ نمره

$$K_1 = K_2 = K_3 = k$$

$$m_1 = m_2 = m$$



97-98-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

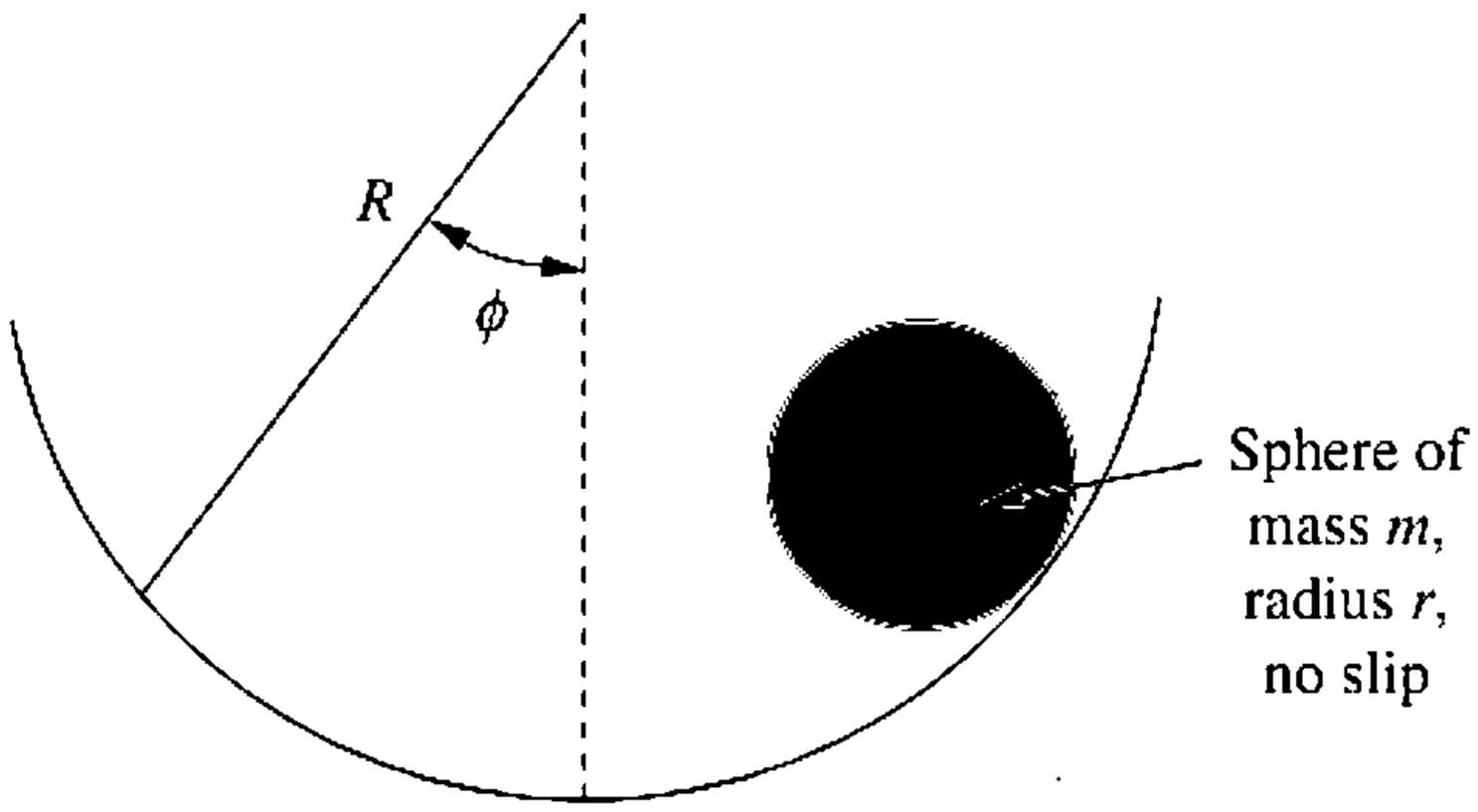
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک۱۳۱۵۰۷۰

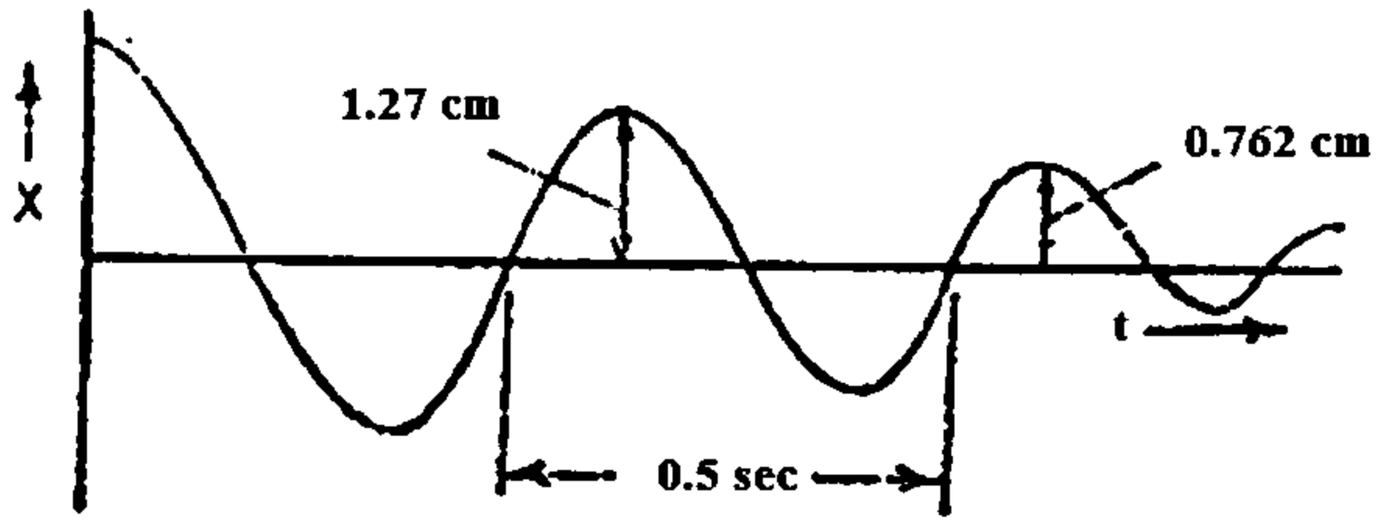
استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- ارتعاش آزاد به چه معناست؟ ۲،۴۰ نمره

ب- همانند شکل یک استوانه با جرم m و شعاع r بدون لغزش روی یک سطح استوانه ای شکل با شعاع R می غلتد. با استفاده از روش انرژی ($Energy\ Method$) فرکانس طبیعی ارتعاش آن را برای نوسانات کوچک حول پایین ترین نقطه به دست آورید.



۲- پاسخ یک سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی جرم- فنر با میرایی لزجی به صورت زیر ثبت شده است. اگر سختی سیستم $K = 171.5\ kN/m$ باشد، جرم سیستم را تعیین کنید. ۲،۴۰ نمره



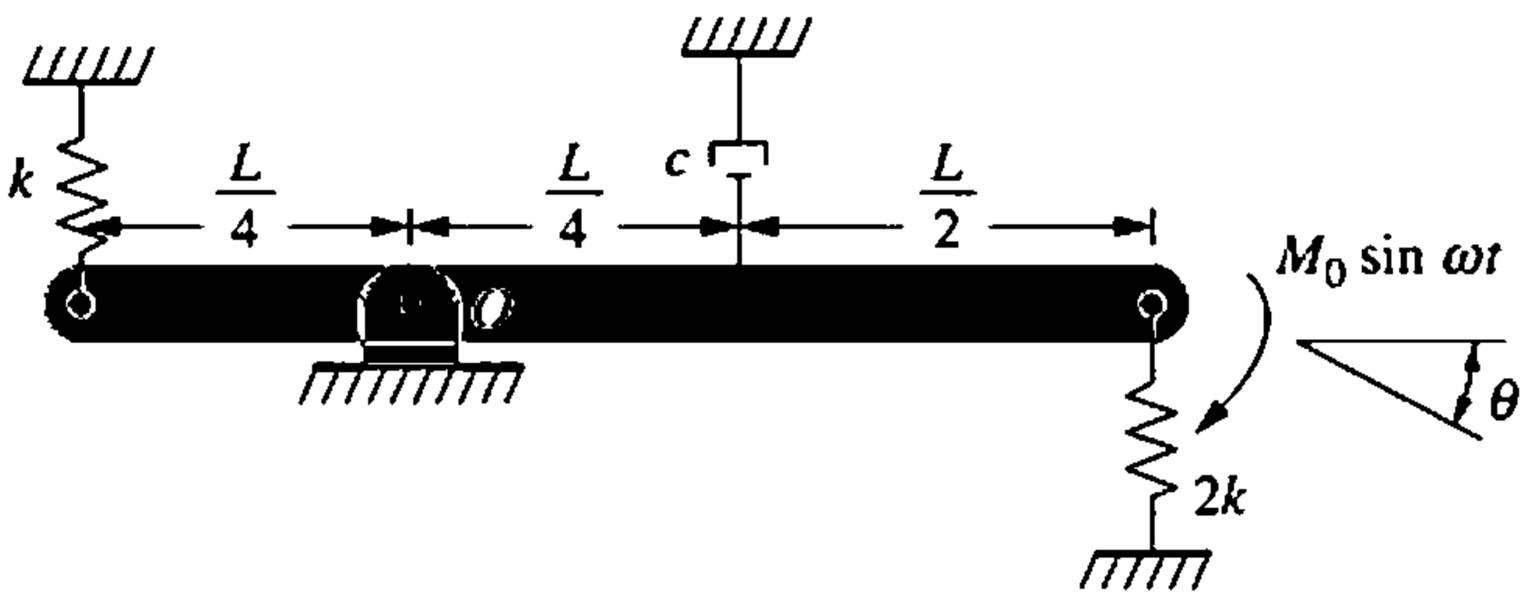
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک۱۳۱۵۰۷۰

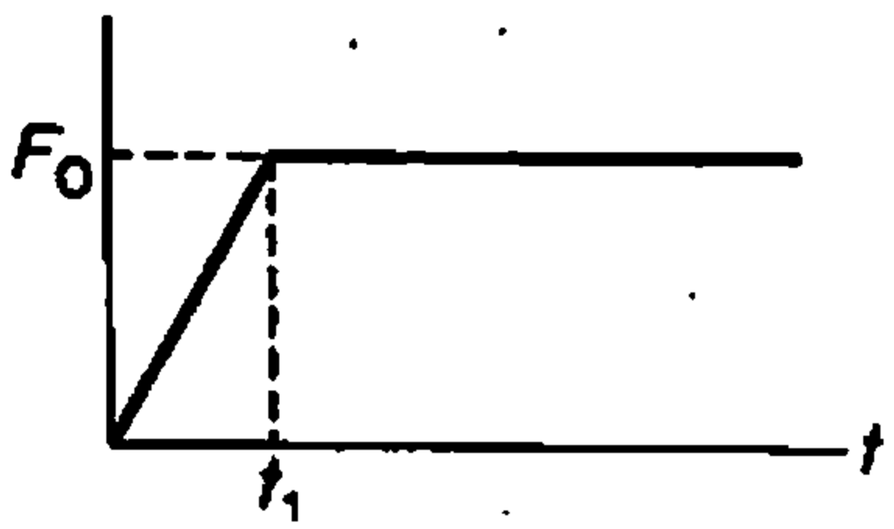
۳- همانند شکل، ممان $M_0 \sin(\omega t)$ به انتهای میله به جرم $15kg$ وارد می شود. ماکزیمم مقدار M_0 را طوری تعیین کنید که دامنه حالت پایدار ارتعاش سیستم یعنی θ_P از 10 درجه تجاوز نکند. ۲،۴۰ نمره

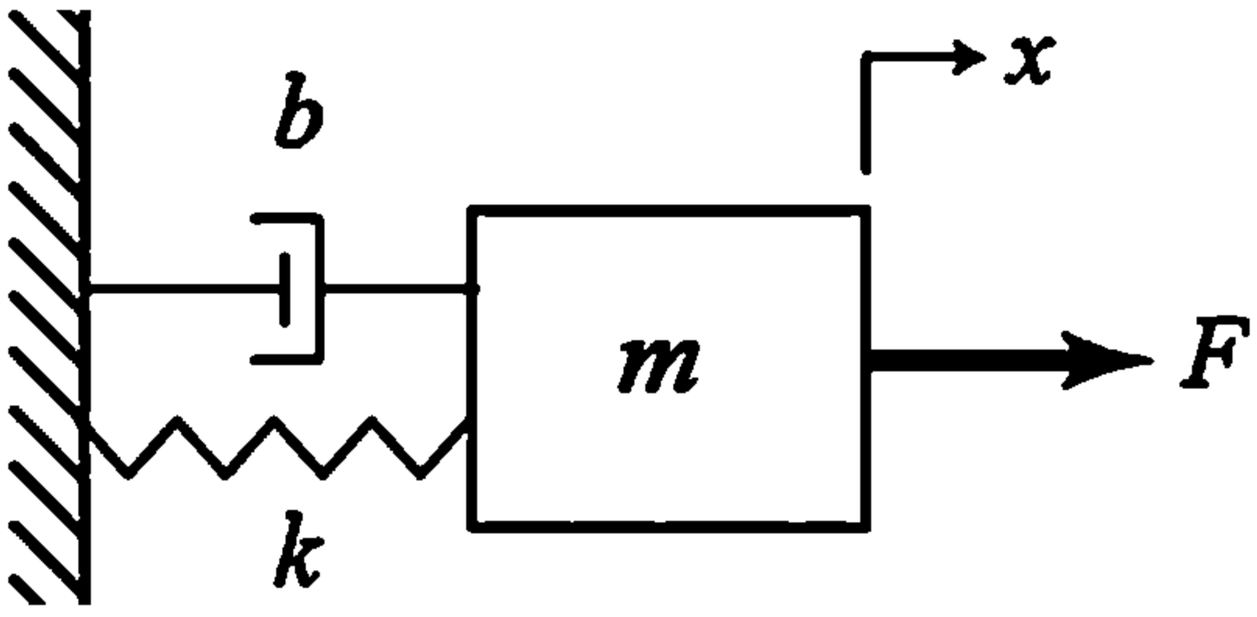
$$\omega = 500rpm, k = 7000\,{}^{N}/_{m}, c = 650\,{}^{N.s}/_{m}, L = 1.2m$$



۴- پاسخ سیستم تک درجه آزادی نشان داده شده را به تحریک زیر به دست آورید. ۲،۴۰ نمره

(از میرایی صرفنظر کنید $b = 0$)





تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

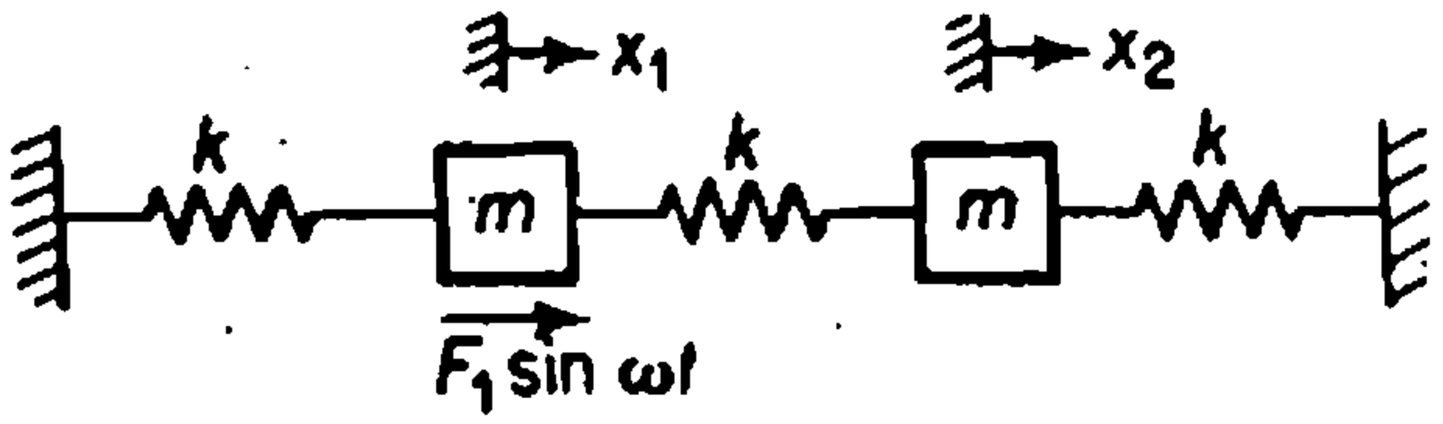
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده: ۲،۴۰ نمره

الف- ابتدا فرکانس ها و مودهای طبیعی (حالت ارتعاش آزاد)سیستم را به دست آورید.

ب- ثانیا با در نظر گرفتن تحریک هارمونیک ($F_1\sin(\omega t)$) وارد شده به جرم شماره (1) پاسخ سیستم (دامنه ارتعاش هر دو جرم) را محاسبه کنید.



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- ارتعاش ناشی از شرایط اولیه خود سیستم (بدون تحریک خارجی) ۲،۴۰ نمره

$$T + U = \text{constant}$$

$$\frac{d}{dt}(T + U) = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{3(R - r)}}$$

۲- ۲،۴۰ نمره

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \ln \frac{1.27}{0.762} = 0.51$$

$$\delta = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad \zeta = \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2+4\pi^2}} = \frac{0.51}{\sqrt{(0.61)^2+4\pi^2}} = 0.081$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_d}$$

$$4\pi = \omega_n\sqrt{1-0.081}, \quad \omega_n \cong 4\pi \text{ ثانیه/رادیان}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$m = \frac{k}{\omega_n^2} = \frac{175 \times 9.8 \times 100}{(4\pi)^2} = 1081 \text{ kg}$$

۳- ۲،۴۰ نمره

$$I_{zz}\ddot{\theta} + c_{zz}\dot{\theta} + k_{zz}\theta = M_0 \sin\omega t$$

$$\theta_{ss} = \Theta \sin(\omega t - \phi)$$

$$M_0 < \frac{(3.15 \text{ kg}\cdot\text{m}^2)(61.6 \text{ rad/s}^2)(10^\circ)(2\pi \text{ rad}/360^\circ)}{2.64} = 90.2 \text{ N}\cdot\text{m}$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی هوا فضا،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک۱۳۱۵۰۷۰

۲،۴۰ نمره

-۴

$$x(t) = \frac{\omega_n}{k}\int_0^t F_0 \frac{\xi}{t_1}\sin\omega_n(t-\xi)\,d\xi$$

$$= \frac{F_0}{k}\left(\frac{t}{t_1} - \frac{\sin\omega_n t}{\omega_n t_1}\right) \qquad t < t_1$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k}\left[1 - \frac{\sin\omega_n t}{\omega_n t_1} + \frac{1}{\omega_n t_1}\sin\omega_n(t-t_1)\right] \qquad t > t_1$$

۲،۴۰ نمره

-۵

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \end{Bmatrix}\sin\omega t$$

$$X_1 = \frac{(2k - m\omega^2)F_1}{m^2(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2)}$$

$$X_2 = \frac{kF_1}{m^2(\omega_1^2 - \omega^2)(\omega_2^2 - \omega^2)}$$

$$\omega_1^2 = k/m \text{ and } \omega_2^2 = 3k/m$$

96-97-3

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

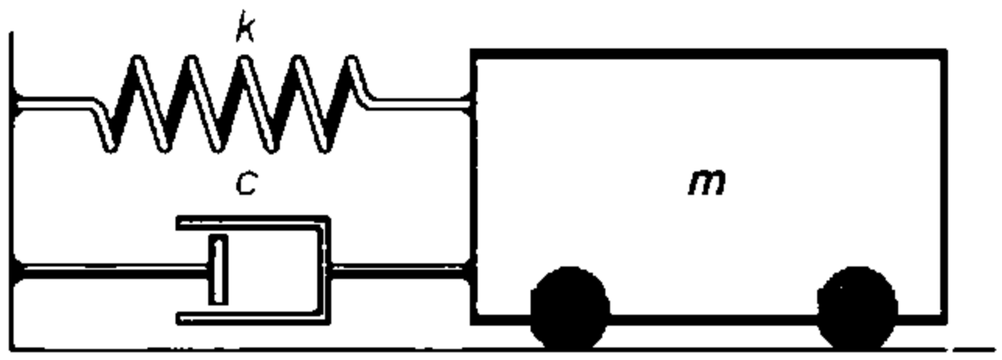
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

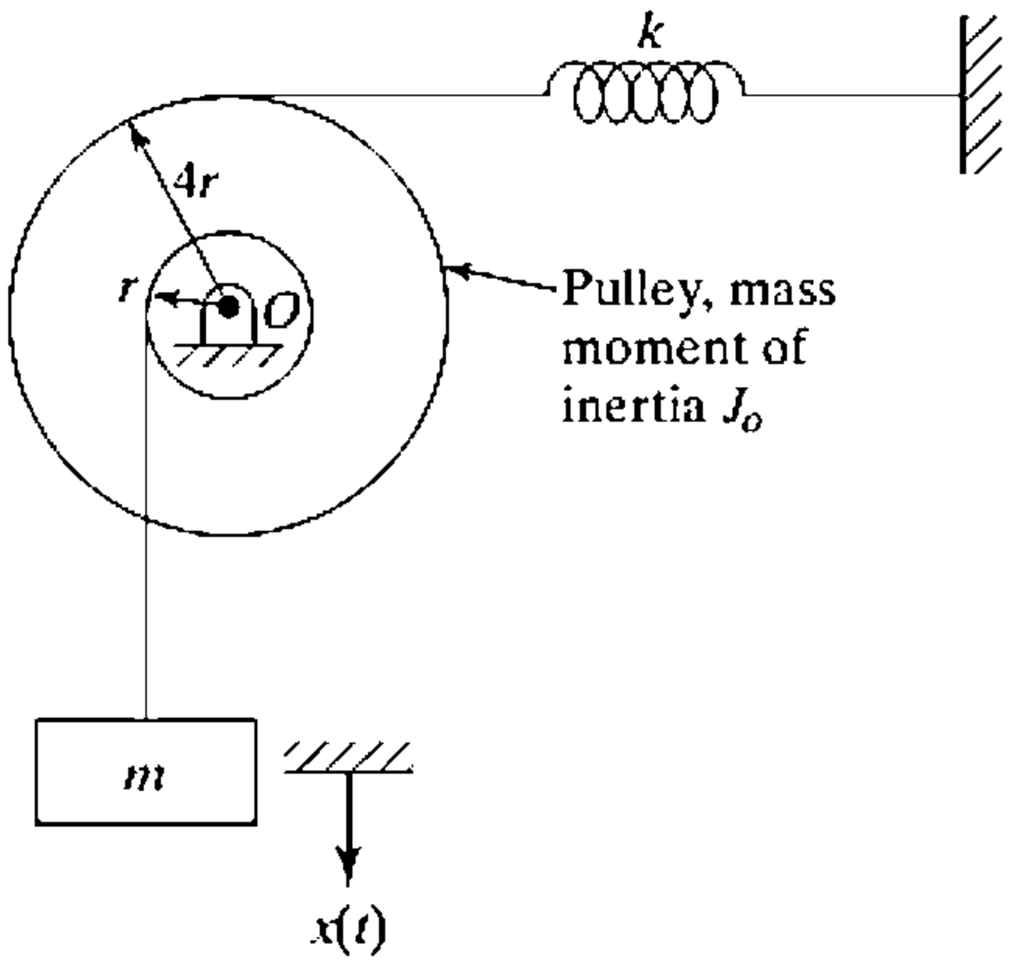
۱- الف- در ارتباط با فواید و مضرات ارتعاش مثال بیاورید. (هر کدام دو مثال) ۲،۴۰ نمره

ب- مفهوم فرکانس طبیعی و اهمیت آن را برای سیستم ارتعاشی بیان کنید.

ج- سیستم ارتعاشی نشان داده شده با مشخصات $m = 1kg, k = 25\frac{N}{m}, c = 6N.s/m$ را در نظر بگیرید. جرم مورد نظر به اندازه ی $x_0 = 30mm$ (مکان اولیه) از حالت تعادل (به سمت راست) جابجا شده و با سرعت اولیه صفر رها می شود. مطلوبست تعیین حالت میرایی سیستم (فوق بحرانی، بحرانی و یا زیر بحرانی)، دوره تناوب ارتعاش سیستم و همچنین مکان سیستم در زمان $t = 1(s)$.



۲- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را به دست آورید. ممان اینرسی دیسک حول نقطه O برابر J_0 است. ۲،۴۰ نمره

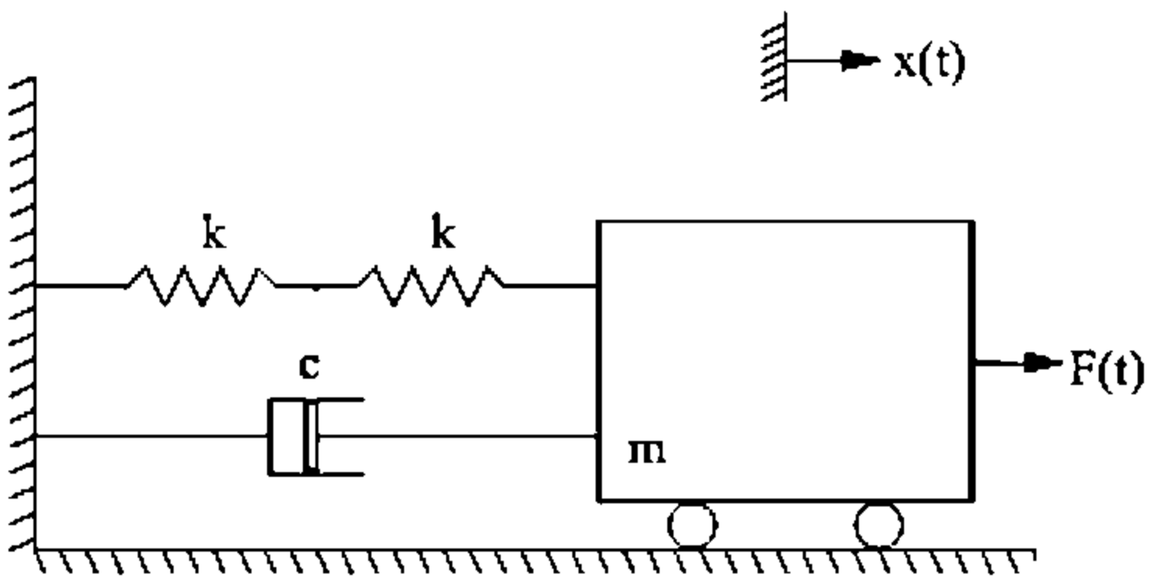


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳- سیستم ارتعاشی زیر را در نظر بگیرید. پاسخ آن را به نیروی اعمالی با شرایط اولیه داده شده به دست آورید. ۲،۴۰ نمره



Initial Conditions

$x(0) = 0.1\ m$

$\dot{x}(0) = 0\ m/s$

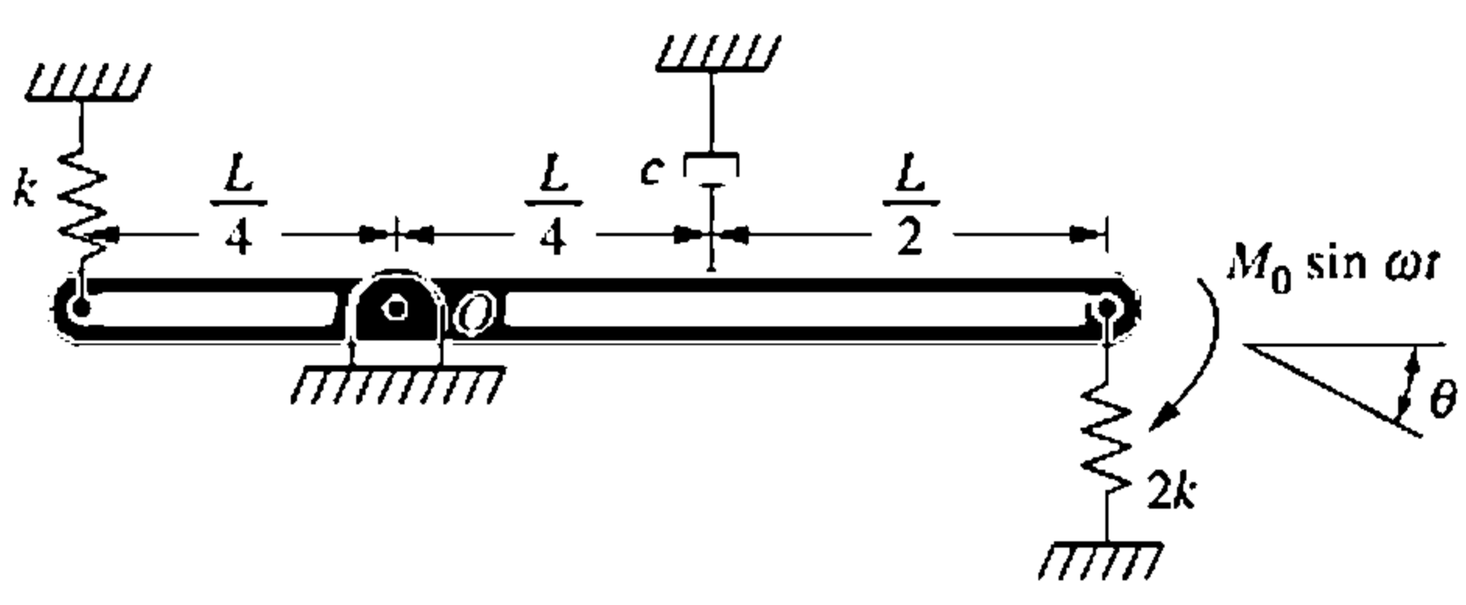
Forcing Function

$F(t) = 10\cos(5t) + F_o$

$m = 2kg$, $k = 100$ N/m, and $c = 40$ N-s/m, $F_o = 4N$.

۴- همانند شکل ممان $M_0 \sin(\omega t)$ به انتهای میله به جرم $15kg$ وارد می شود. ماکزیمم مقدار M_0 را طوری تعیین کنید که دامنه حالت پایدار ارتعاش سیستم θ_P از 10 درجه تجاوز نکند. ۲،۴۰ نمره

$$\omega = 500rpm, k = 7000\,{}^{N}\!/_{m}, c = 650\,{}^{N.s}\!/_{m}, L = 1.2m$$

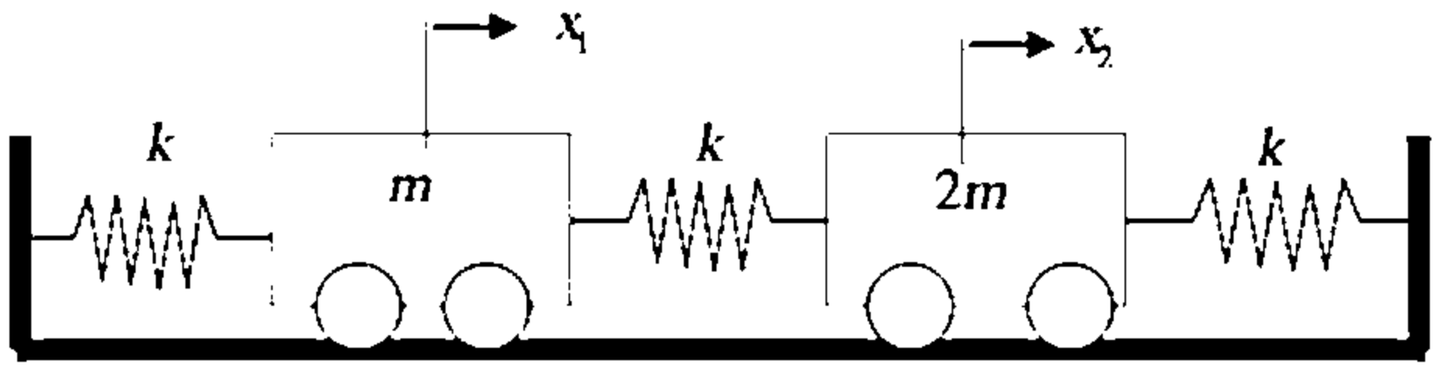


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- برای سیستم ارتعاشی زیر معادلات حرکت را به دست آورده و سپس فرکانسهای طبیعی و شکل مدهای سیستم را تعیین کنید. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- The differential equation for the system is — نمره ۲،۴۰

$$x'' + 6x' + 25x = 0$$

$$\lambda^2 + 6\lambda + 25 = 0$$

$$\lambda = -3 \pm \sqrt{(9 - 25)}.$$

The solution is $e^{-3t}(A.\cos 4t + B.\sin 4t)$

$A = 0.03$ (initial displacement)
$4B - 3A = 0$ (initial velocity)
so $B = 0.0225$

So after 1 second the displacement is

$$0.03\, e^{-3} \cos(4) - 0.0225\, e^{-3} \sin(4)$$

۲- نمره ۲،۴۰

Mass m: $m\,g - T = m\,\ddot{x}$
Pulley J_0: $J_0\,\ddot{\theta} = T\,r - k\,4\,r\,(\theta + \theta_0)\,4\,r$

where θ_0 = angular deflection of the pulley under the weight, mg, given by:

$$m\,g\,r = k\,(4\,r\,\theta_0)\,4\,r \quad \text{or} \quad \theta_0 = \frac{m\,g}{16\,r\,k}$$

Substituting Eqs. (1) and (3) into (2), we obtain

$$J_0\,\ddot{\theta} = (m\,g - m\,\ddot{x})\,r - k\,16\,r^2\,(\theta + \frac{m\,g}{16\,r\,k})$$

Using $x = r\,\theta$ and $\ddot{x} = r\,\ddot{\theta}$, Eq. (4) becomes

$$(J_0 + m\,r^2)\,\ddot{\theta} + (16\,r^2\,k)\,\theta = 0$$

۳- نمره ۲،۴۰

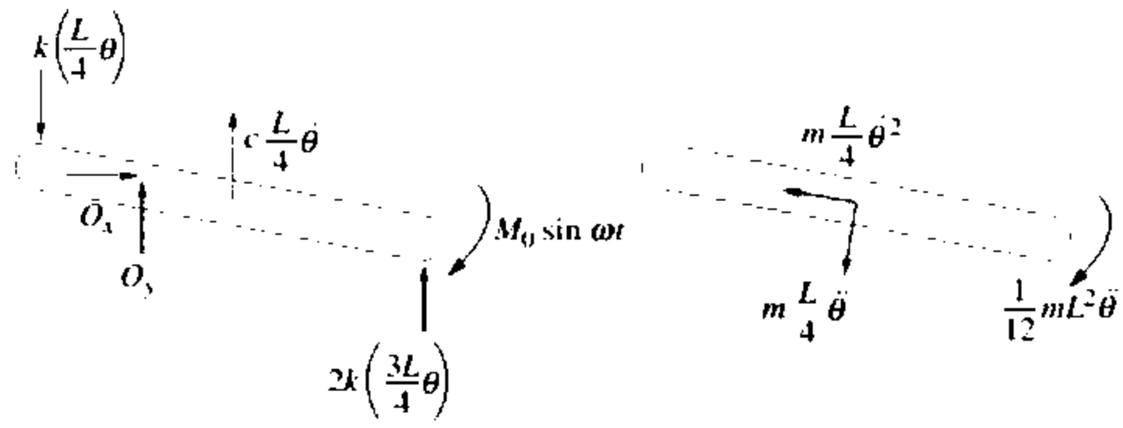
$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau)\, e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t - \tau)\, d\tau$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : یک ۱

عنوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- نمره ۲،۴۰



External forces Effective forces

$$\frac{7}{48}mL^2\ddot{\theta} + \frac{1}{16}cL^2\dot{\theta} + \frac{19}{16}kL^2\theta = M_0 \sin \omega t$$

Using the notation of Equation (4.1)

$$I_{eq} = \frac{7}{48}mL^2 = \frac{7}{48}(15\,\text{kg})\,(1.2\,\text{m})^2 = 3.15\,\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{7}\frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{57}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{M_0}{I_{eq}}\sin \omega t$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{57}{7}\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(57)(7000\ \text{N/m})}{(7)(15\,\text{kg})}} = 61.6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = \frac{3}{14}\frac{c}{m\omega_n} = \frac{(3)(650\ \text{N} \cdot \text{s/m})}{(14)(15\,\text{kg})\,(61.6\ \text{rad/s})} = 0.15$$

$$\frac{I_{eq}\omega_n^2\Theta}{M_0} = M(0.85,\ 0.15) = 2.64$$

۵- نمره ۲،۴۰

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}_1 = \begin{Bmatrix} 0.731 \\ 1 \end{Bmatrix} \sin \omega_1 t$$

$$\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}_2 = \begin{Bmatrix} -2.731 \\ 1.00 \end{Bmatrix} \sin \omega_2 t$$

96-97-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

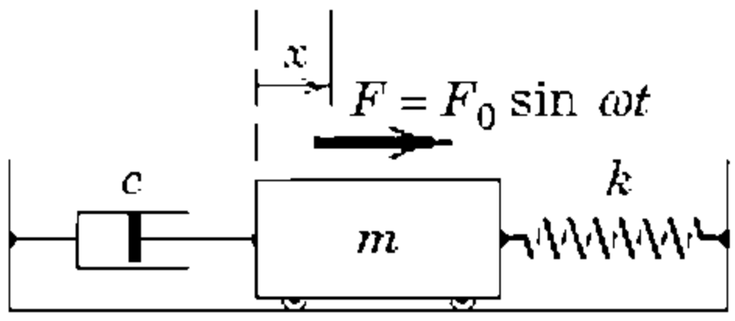
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

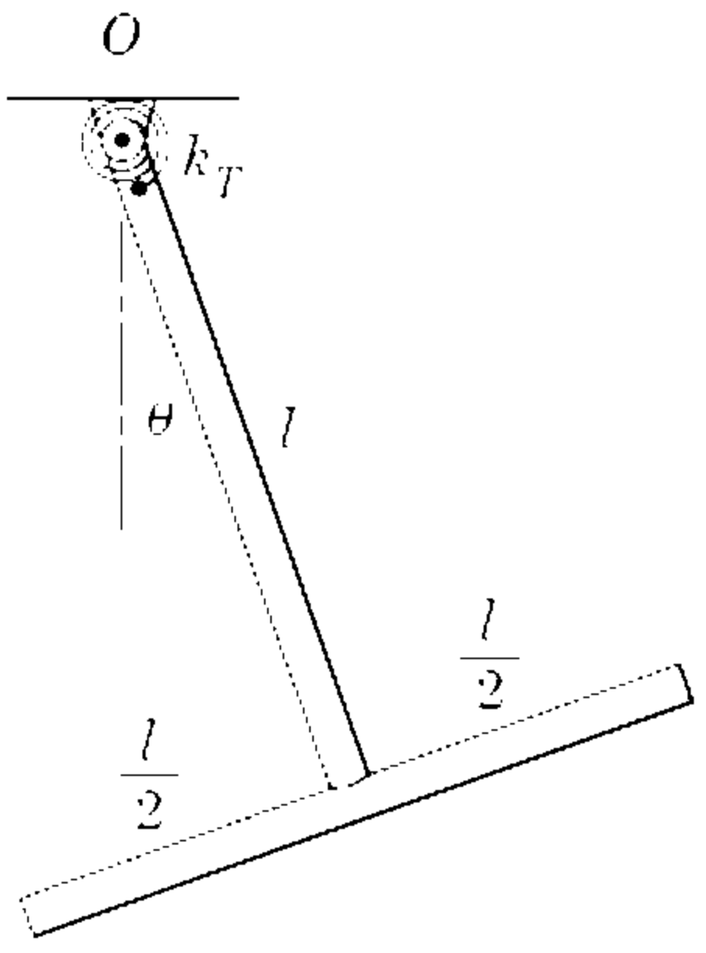
۱- الف- اهمیت محاسبه ی فرکانس طبیعی یک سیستم ارتعاشی را بنویسید. ۲،۴۰ نمره

ب- آیا ارتعاشات همواره پدیده ی مضری می باشد؟ با ارائه مثال مختصرا توضیح دهید.

ج- سیستم یک درجه آزادی با میرایی ویسکوز (در محدوده کاری میرایی زیر بحرانی) تحت یک تحریک هارمونیک را در نظر بگیرید. با افزودن نسبت میرایی $\xi = \frac{C}{C_{cr}}$ به سیستم، دامنه ی حالت تشدید چه تغییراتی دارد؟



د- سیستم نشان داده شده از دو میله به طول l با توزیع جرم یکنواخت (با چگالی جرمی ρ در واحد طول) با زاویه 90 درجه به هم جوش داده شده و در نقطه O توسط یک فنر پیچشی با ثابت k_t حول محور گذرنده از O (محور عمود بر صفحه) در حال نوسان می باشد. با فرض نوسانات کوچک، فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم را بدست آورید. از اصطکاک در تکیه گاه O صرفنظر کرده و هم چنین در $\theta = 0$ ، فنر بدون تغییر شکل می باشد.

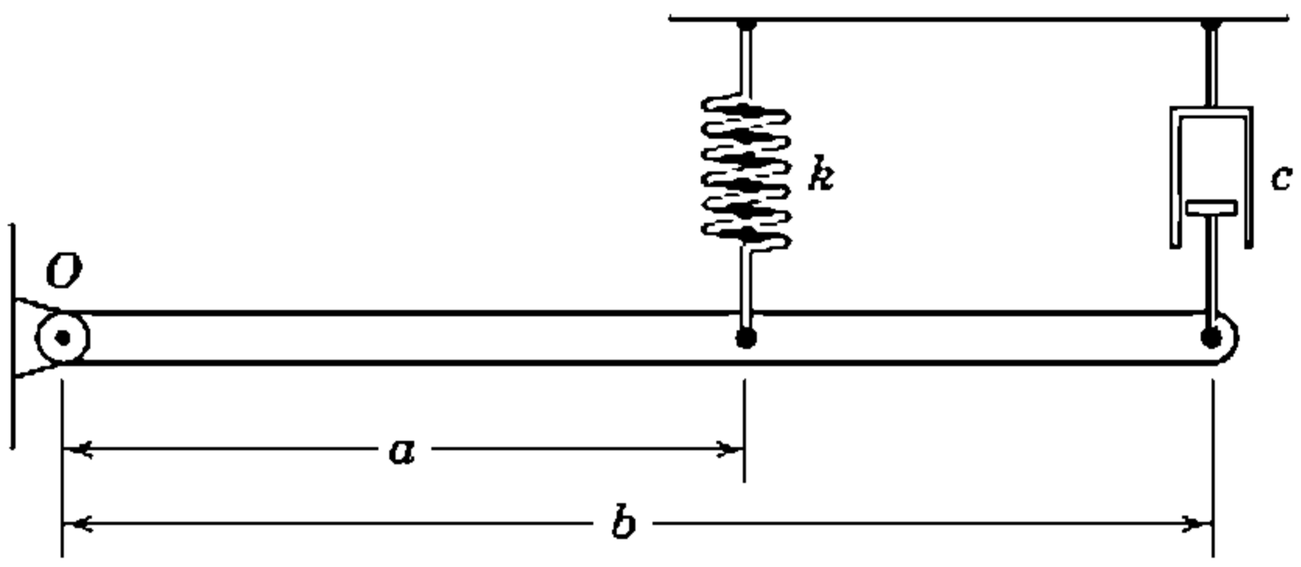


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

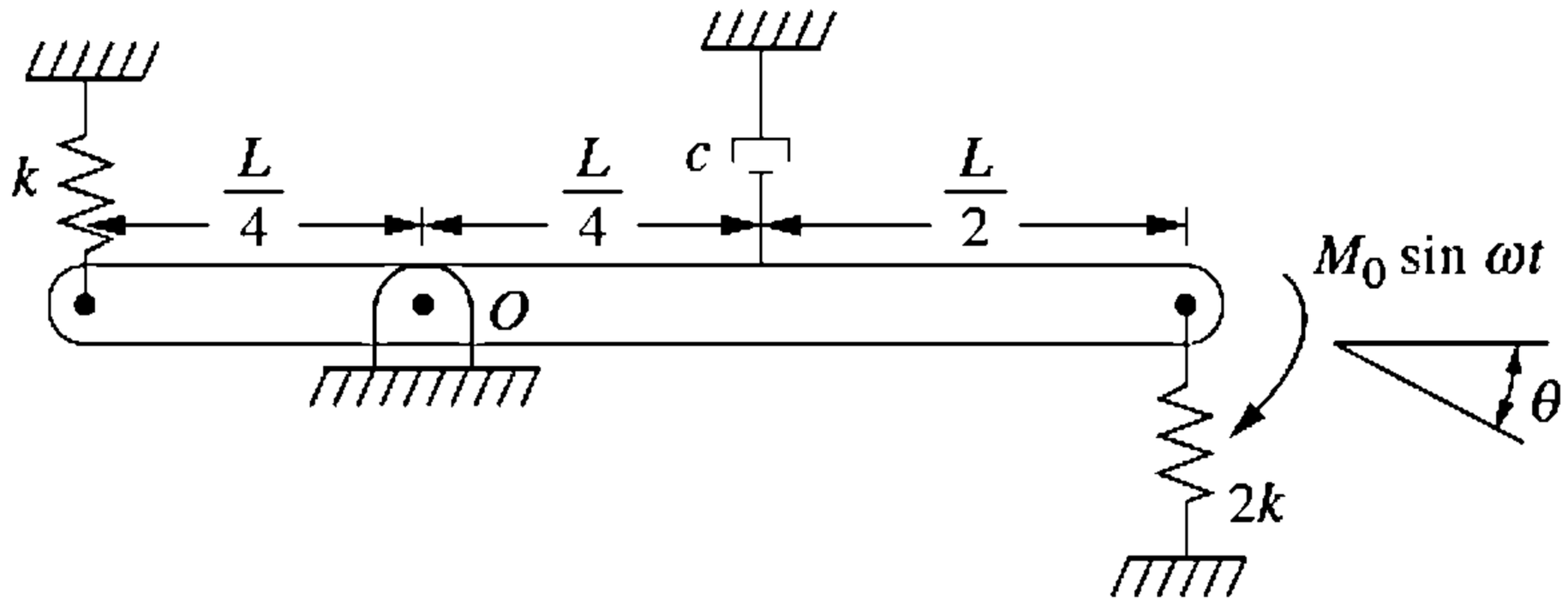
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۲- میله ی یکنواختی به جرم m و طول b همانند شکل حول نقطه ی O در صفحه ی عمودی در حال نوسان می باشد. مقدار ثابت میرایی c را بر حسب معلومات مسئله (m,a,b,k) طوری بدست آورید تا سیستم در حالت بحرانی در حال ارتعاش باشد. ۲،۴۰ نمره



۳- گشتاور $M_0 \sin(\omega t)$ به انتهای میله ی نشان داده شده که در وضعیت افقی قرار دارد، وارد می شود. ماکزیمم مقدار M_0 را طوری بدست آورید تا دامنه ی حالت پایدار نوسان زاویه ای میله حول تکیه گاه O از 10^0 بیشتر نشود. ۲،۴۰ نمره

داده های مسئله: $\omega = 500rpm, k = 7000N/m, c = 650N.s/m, L = 1.2m$



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

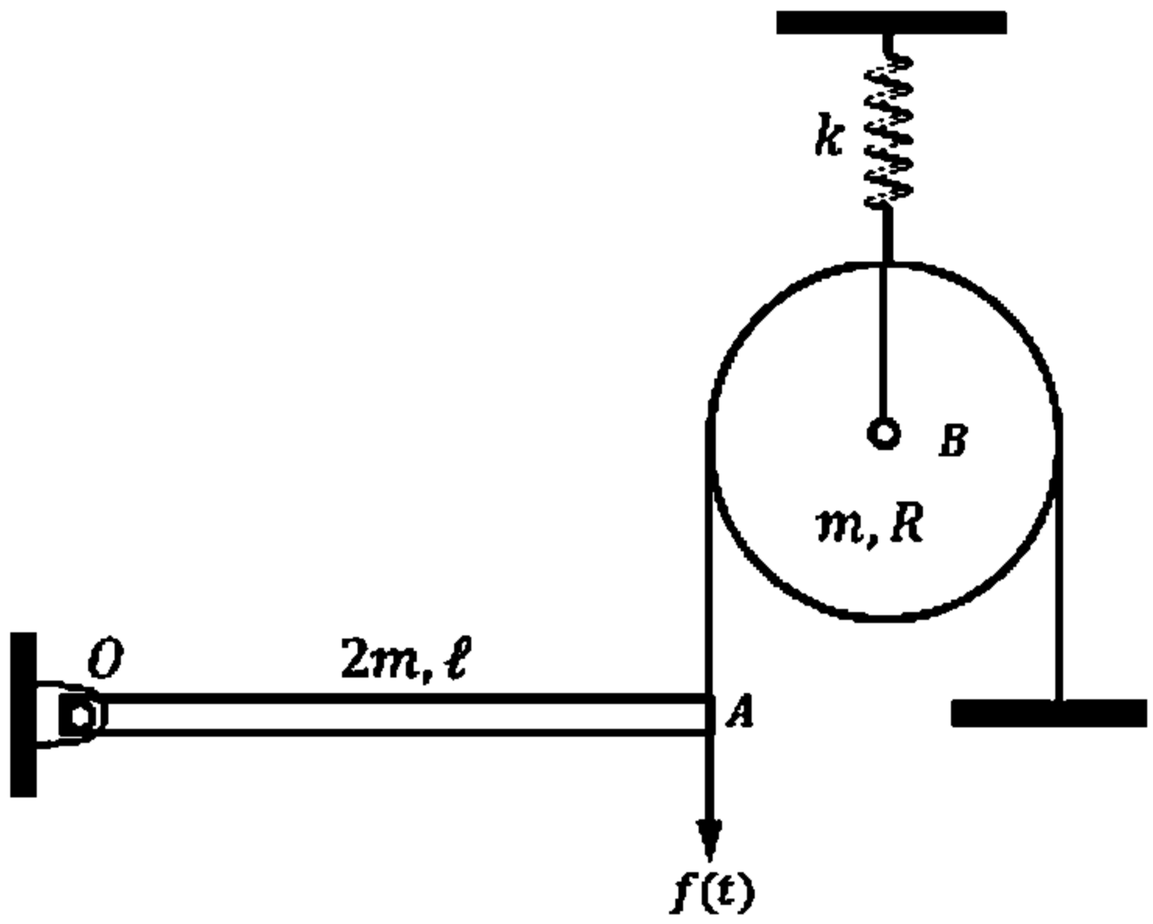
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی زیر را در نظر بگیرید. غلتک B به جرم m و شعاع R روی کابل غیر قابل ارتجاع و بدون جرم می غلتد و نیروی $f(t) = f_0 \sin(\omega t)$ به نقطه ی A در انتهای تیر صلب یک سر مفصل به طول l و جرم $2m$ وارد می گردد. ۲،۴۰ نمره

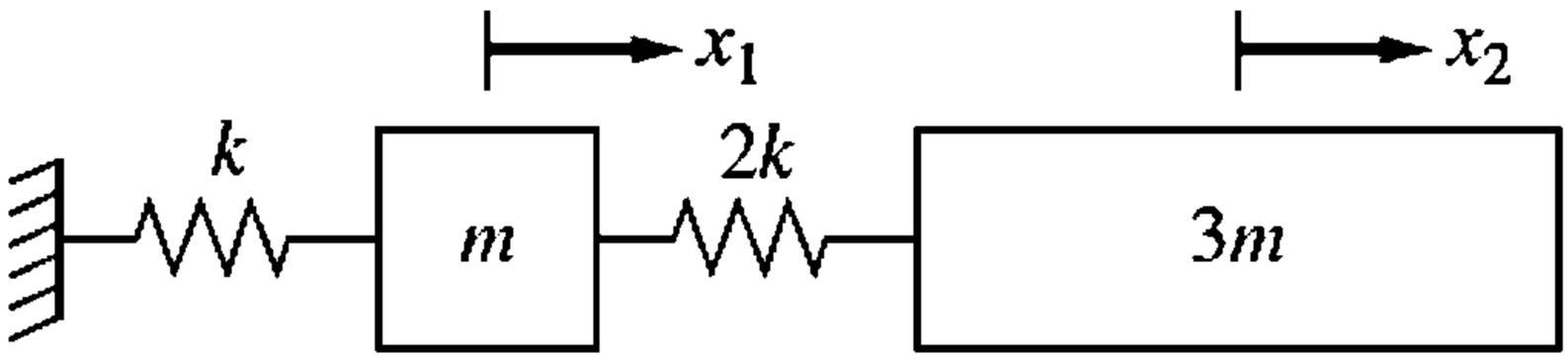
الف- فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم (حالت ارتعاش آزاد) را محاسبه کنید.

ب- پاسخ پایدار ارتعاش عمودی نقاط A و B (مرکز دیسک) را بدست آورید.

توجه داشته باشید که نیروی کشش کابل در دو طرف غلتک همیشه لزوما مساوی نیست!



۵- فرکانس های طبیعی و شکل مودهای سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

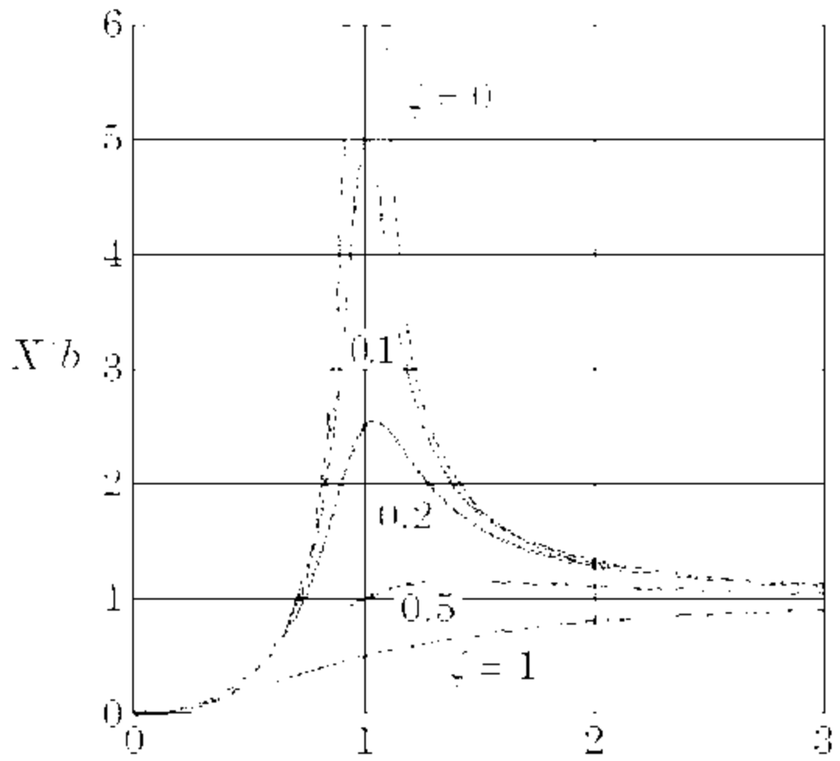
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- برای دور ماندن از پدیده تشدید در محدوده کاری سیستم. ۲،۴۰ نمره

ب-خیر، ارتعاش تارهای صوتی

ج-



د-

$$\frac{d}{dt}(T + V) = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{12k_T - 18\rho g l^2}{17\rho l^2}}$$

۲- ۲،۴۰ نمره

$$c_{cr} = \frac{2a}{b}\sqrt{\frac{km}{3}}$$

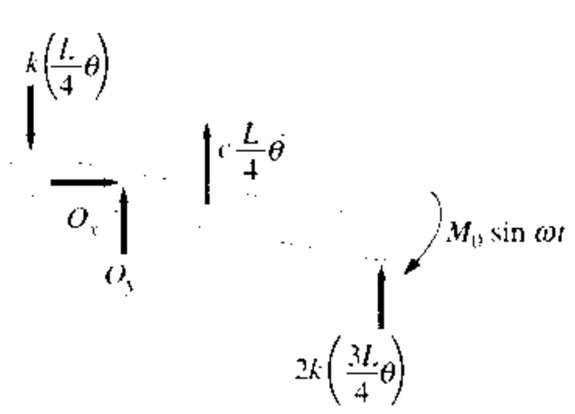
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۲،۴۰ نمره

-۳



$$\frac{7}{48}mL^2\ddot{\theta} + \frac{1}{16}cL^2\dot{\theta} - \frac{19}{16}kL^2\theta = M_0 \sin \omega t$$

$$\ddot{\theta} + \frac{3}{7}\frac{c}{m}\dot{\theta} - \frac{57}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{M_0}{I_{eq}}\sin \omega t$$

$$\theta(t) = \Theta \sin(\omega t - \phi)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{57}{7}\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(57)(7000\ \text{N/m})}{(7)(15\,\text{kg})}} = 61.6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = \frac{3}{14}\frac{c}{m\omega_n} = \frac{(3)(650\ \text{N}\cdot\text{s/m})}{(14)(15\,\text{kg})\,(61.6\ \text{rad/s})} = 0.15$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{(500\ \text{rev/min})(2\pi\ \text{rad/rev})(1\ \text{min/60 s})}{61.6\ \text{rad/s}} = 0.85$$

$$M\,(0.85,\ 0.15) = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - (0.85)^2\right]^2 + \left[2(0.15)(0.85)\right]^2}} = 2.64$$

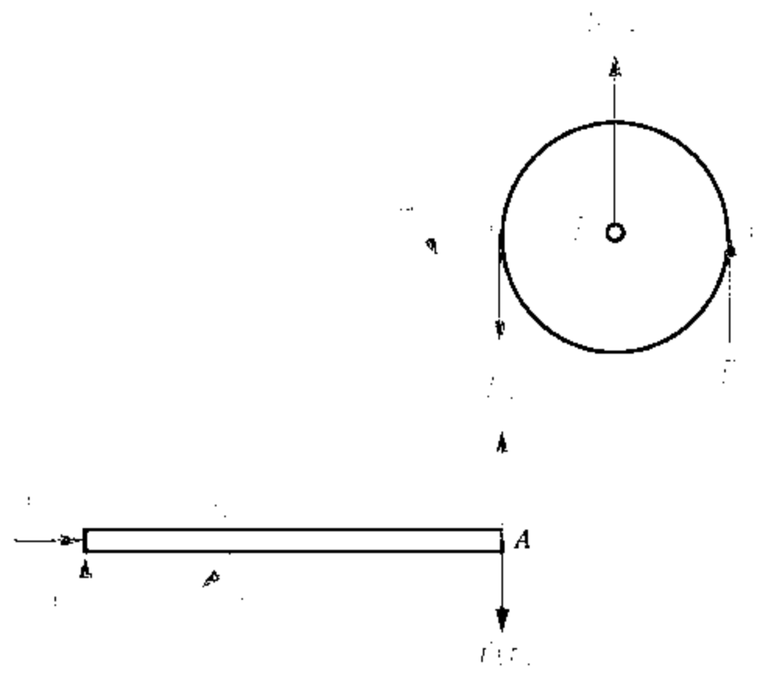
$$M_0 < \frac{(3.15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\ (61.6\ \text{rad/s})^2\ (10^\circ)(2\pi\ \text{rad}/360^\circ)}{2.64} = 790.2\ \text{N}\cdot\text{m}$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴ــ نقطه مرکز آنی دوران دیسک است با توجه به این که حرکت دیسک حول مرکز آنی دورانش یعنی نقطه [illegible] و همچنین حرکت تیر **۲،۴۰ نمره**



حول محور گذرنده از [illegible] نوع دورانی است، پس بایستی برای دیسک و برای تیر از رابطه [illegible] استفاده نموده و معادلات دیفرانسیل حاکمه بر ارتعاش را برای مجموعه به دست آوریم. اما قبل از آن رابطه بین [illegible] را باید پیدا کنیم.

از آن‌جایی که سیستم یک درجه آزادی است پس رابطه بین [illegible] به صورت رابطه هندسی زیر به دست می‌آید:

[illegible]

[illegible]

حال با ساده‌سازی رابطه [illegible] داریم:

[illegible]

در ادامه با قرار دادن [illegible] در رابطه [illegible] و تقسیم کردن دو طرف رابطه [illegible] به ترتیب بر [illegible] داریم:

[illegible]

[illegible]

حال اگر دو طرف روابط [illegible] و [illegible] را با هم جمع کنیم داریم:

[illegible]

[illegible]

و در نهایت دامنه حالت پایدار ارتعاشات برای نقاط [illegible] و [illegible] به صورت زیر به دست می‌آید:

[illegible]

[illegible]

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- ۲،۴۰ نمره

$$\det\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{I} = 0$$

$$(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{I})\mathbf{X} = \mathbf{0}$$

96-97-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

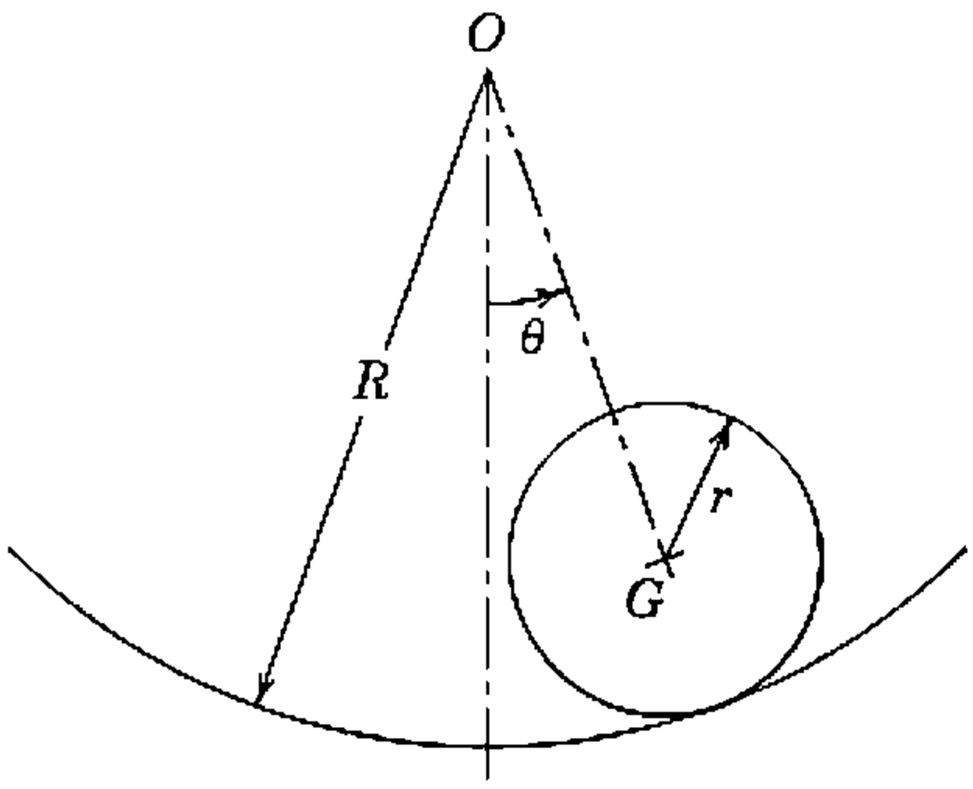
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰ ،

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف-هر یک از مفاهیم زیر را مختصرا توضیح دهید. ۲،۴۰ نمره

پدیده تشدید، فرکانس طبیعی، ارتعاش آزاد و اجباری،کاهش لگاریتمی

ب- مطابق شکل زیر، استوانه ای به جرم m و شعاع r بر روی سطح داخلی نیم استوانه ای به شعاع R بدون لغزش می غلتد. فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم را با فرض نوسانات کوچک حول پایین ترین نقطه تعیین کنید.



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا ، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰

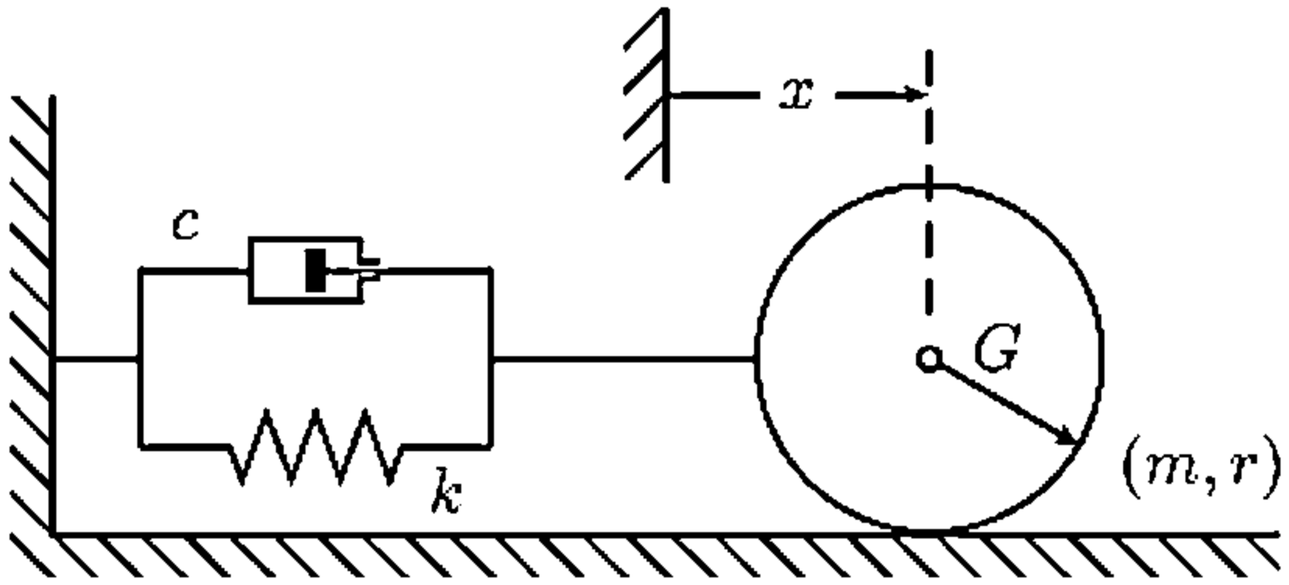
۲- دیسک نشان داده شده به جرم m و شعاع r بدون لغزش می غلتد و x جابجایی مطلق مرکز دیسک (از حالت آزاد فنر) را اندازه گیری می کند. ۲،۴۰ نمره

الف- معادله ی حرکت ارتعاشی دیسک را بدست آورید.

ب- با فرض $c = 16N.s/m, m = 2kg, r = 0.1m$ ، برای چه مقداری از k ، نسبت میرایی سیستم نصف میرایی بحرانی می باشد؟($\xi = \frac{\xi_{crt}}{2}$)

ج- با مقادیر بدست آمده در بالا، جابجایی مرکز دیسک ($x(t)$) را با فرض شرایط اولیه $x(0) = 20cm, \dot{x}(0) = 0cm/s$ بدست آورید.

$$I_G = \frac{mr^2}{2}$$



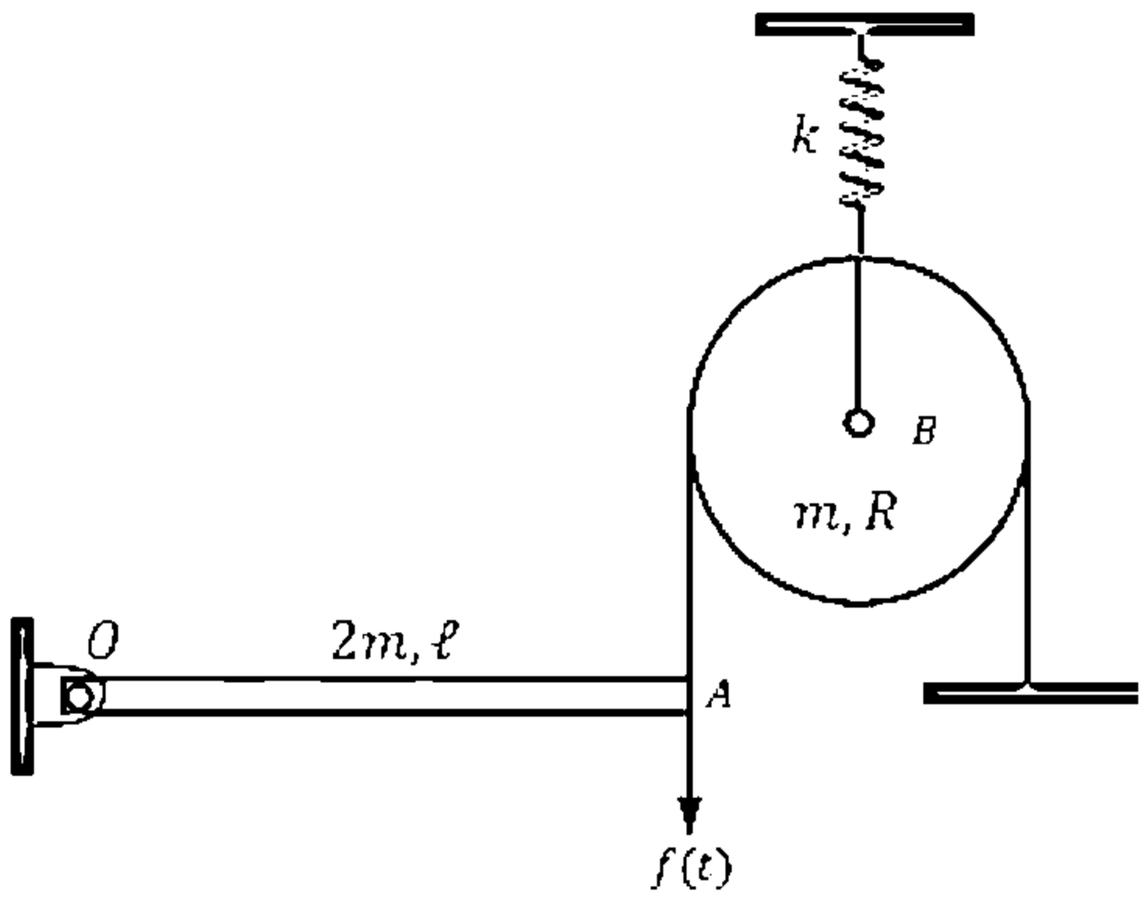
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

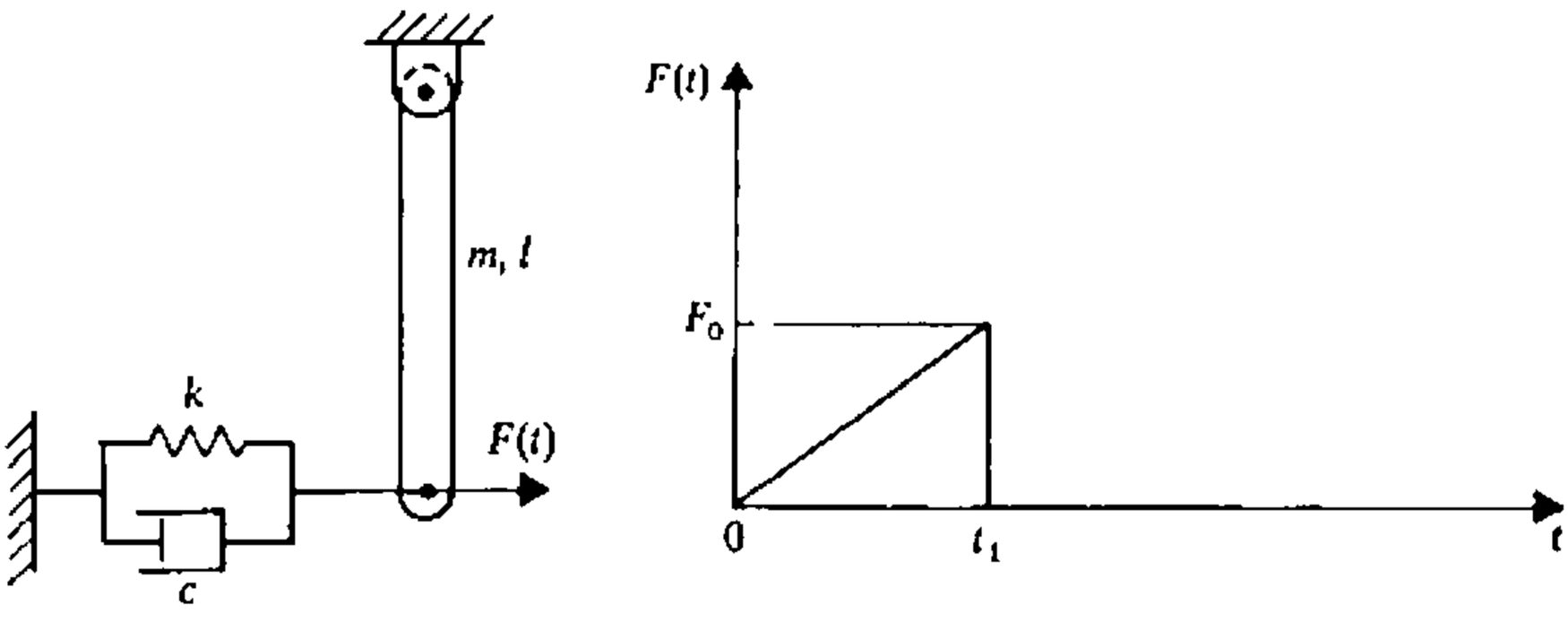
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا ، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰

۳- غلتک نشان داده شده ($I_B = \frac{1}{2}mR^2$) روی کابل غیر قابل ارتجاع و بدون جرم می غلتد. اگر نیروی $f(t) = F_0 \sin(\omega t)$ به نقطه A در انتهای تیر صلب یک سر مفصل وارد گردد،پاسخ پایدار ارتعاش عمودی نقاط A و B را بدست آورید. ۲،۴۰ نمره

توجه داشته باشید که نیروی کشش کابل در دو طرف غلتک همیشه لزوما مساوی نیست!



۴- با استفاده از انتگرال کانولوشن، پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی نشان داده شده را به نیروی برانگیزش $F(t)$ بدست آورید.(از نیروی وزن صرفنظر شود) ۲،۴۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

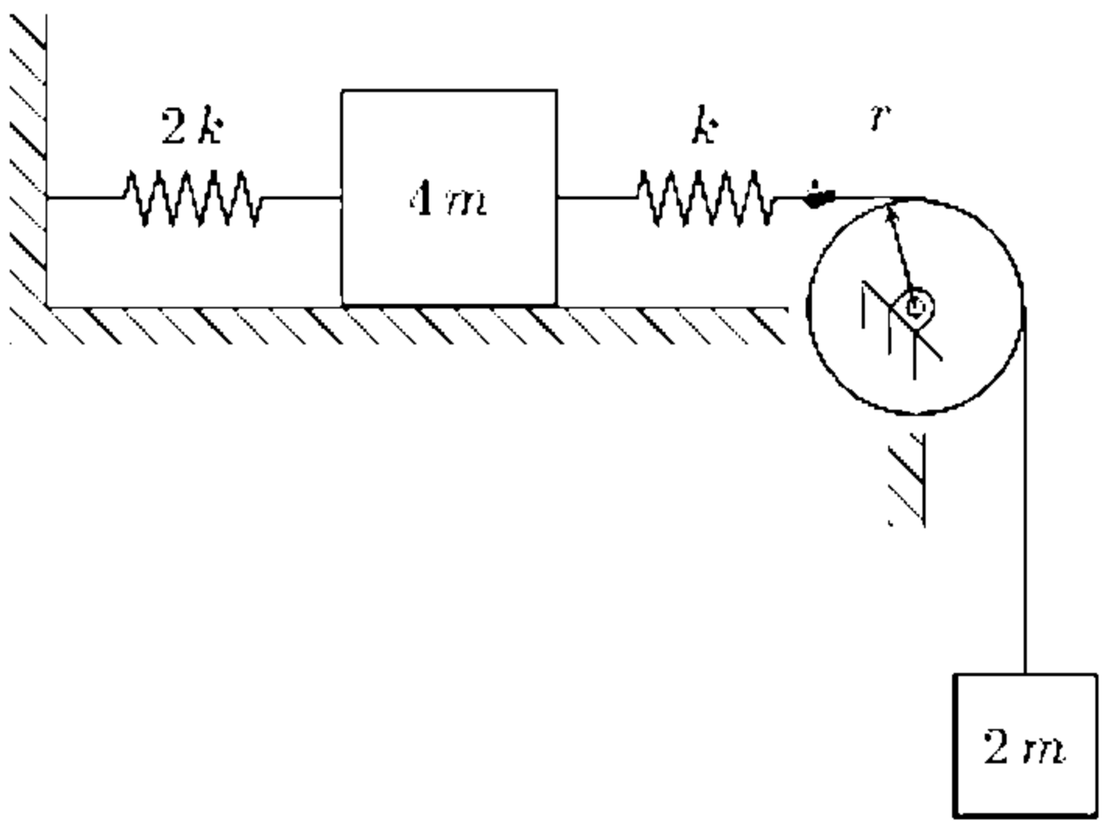
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا ، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰

۵- در سیستم دو درجه آزادی زیر بلوک به جرم $4m$ روی سطح بدون اصطکاکی می لغزد. جرم قرقره به شعاع r ناچیز می باشد. ۲،۴۰ نمره

الف- معادله حرکت سیستم را به فرم ماتریسی بنویسید.

ب- فرکانس های طبیعی و شکل مدها را بیابید.



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

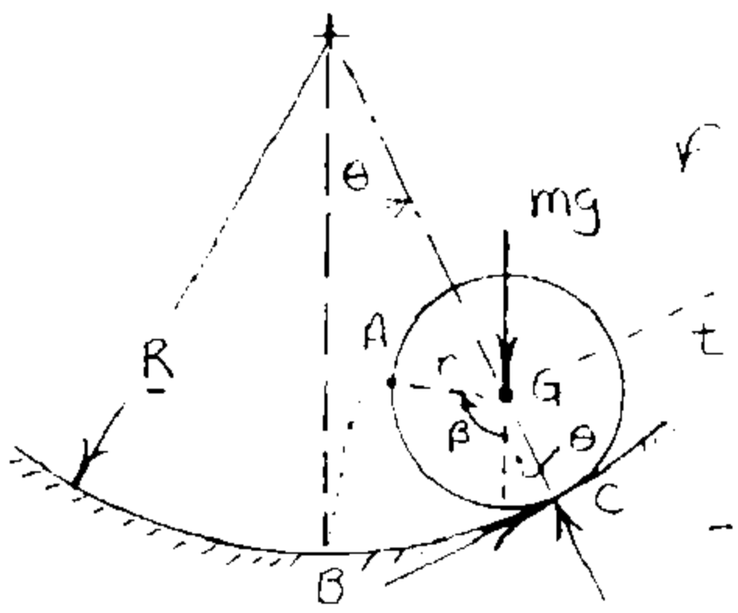
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰ ،

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

نمره ۲،۴۰

-۱ 8/93 | Arc AC = Arc BC : $r(\beta+\theta) = R\theta$

$$\beta = \left(\frac{R}{r}-1\right)\theta$$



$\curvearrowright \sum M_G = \bar{I}\ddot{\beta}$:

$$Fr = \frac{1}{2}mr^2(\curvearrowleft \ddot{\beta})$$

$\sum F_t = ma_t$:

$$-mg\sin\theta + F = mr\ddot{\beta}$$

Eliminate F, substitute $\ddot{\beta} = \left(\frac{R}{r}-1\right)\ddot{\theta}$, & assume small θ :

$$\ddot{\theta} + \frac{2g}{3(R-r)}\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}} \quad , \quad \tau = \frac{2\pi}{\omega_n} = \underline{2\pi\sqrt{\frac{3(R-r)}{2g}}}$$

Solution of differential eq. : $\theta = \theta_0 \sin\omega_n t$

$\dot{\theta} = \theta_0\omega_n\cos\omega_n t$, $\dot{\theta}_{max} = \theta_0\omega_n$.

$v = \dot{\rho}_{max} = \left(\frac{R}{r}-1\right)\theta_0\omega_n = \underline{\frac{\theta_0}{r}\sqrt{2g(R-r)/3}}$

نمره ۲،۴۰

-۲

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left\{x_0\cos\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t - \frac{\dot{x}_0 - \zeta\omega_n x_0}{\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n}\sin\sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n t\right\}$$

$$c_c = 2m\sqrt{\frac{k}{m}} = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰ ،

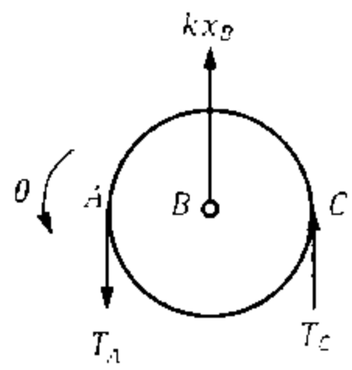
۳- نمره ۲،۴۰

$$\sum M_C = I_C\alpha_C \Rightarrow (T_C\times 0)-(\mathrm{kR}\,\theta)(\mathrm{R})-\mathrm{T}_A(2R)=\left[I_{CG}+mR^2\right]\ddot{\theta}\ (1)$$

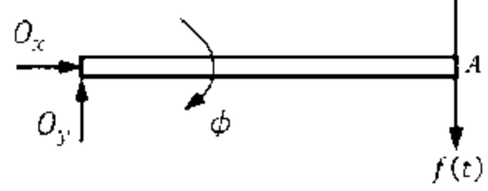
$$\sum M_O = I_O\alpha_O \Rightarrow (O_x\times 0)+(O_y\times 0)+f(t)\times \ell - T_A\times \ell = \frac{1}{3}(2m)\ell^2\ddot{\phi}\ (2)$$

$$x_{A_{Beam}} = x_{A_{Disc}} \Rightarrow (2R)\theta = \ell\phi \Rightarrow$$

$$\phi = \left(\frac{2R}{\ell}\right)\theta \Rightarrow \ddot{\phi} = \left(\frac{2R}{\ell}\right)\ddot{\theta}$$



$$\frac{25mR}{6}\ddot{\theta}+kR\theta = 2f_0\sin(\omega t) \Rightarrow \ddot{\theta}-\underbrace{\left(\frac{6k}{25m}\right)}_{=\omega_n^2}\theta = \underbrace{\left(\frac{12f_0}{25mR}\right)}_{=a_0}\sin(\omega t)$$



$$X^A_{Steady-State} \triangleq \frac{f_\omega}{k_{eq}-m_{eq}\omega^2} = \frac{\left(\frac{12f_0}{25mR}\right)}{\left(\frac{6k}{25m}\right)-1\times\omega^2} = \frac{12f_0}{R\left|6k-25m\omega^2\right|}$$

$$X^B_{Steady-State} = (2R)X^B_{Steady-State} = \frac{24f_0}{6k-25m\omega^2}$$

$$X^B_{Steady-State} = (R)X^B_{Steady-State} = \frac{12f_0}{6k-25m\omega^2}$$

۴- نمره ۲،۴۰

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d}\int_0^t F(\tau)\,e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)}\sin\omega_d(t-\tau)\,d\tau$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : یک ۱

عنوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات ، مهندسی خودرو ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید ، مهندسی هوا فضا مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی مکانیک ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ۱۳۱۵۰۷۰ ،

۵- نمره ۲،۴۰

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}(1\,m)\,\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}(2\,m)\,\dot{x}_2^2.$$
$$\mathcal{V} = \frac{1}{2}(2\,k)\,x_1^2 + \frac{1}{2}(k)\,z^2.$$

In terms of x_1 and x_2, the potential energy becomes

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2}(2\,k)\,x_1^2 + \frac{1}{2}(k)\,(x_2 - x_1)^2 = \frac{1}{2}(3\,k)\,x_1^2 + \frac{1}{2}(-2\,k)\,x_1\,x_2 + \frac{1}{2}(k)\,x_2^2.$$

Therefore the equations of motion become

$$\begin{aligned} 1\,m\,\ddot{x}_1 - 3\,k\,x_1 - k\,x_2 &= 0, \\ 2\,m\,\ddot{x}_2 - k\,x_1 - k\,x_2 &= 0, \end{aligned}$$

or in matrix form

$$m\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + k\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \boldsymbol{0}.$$

$$\lambda = \omega^2 = \left\{\frac{k}{4\,m},\ \frac{k}{m}\right\}. \qquad \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} c_1, \quad \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} c_2.$$

95-96-3

تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

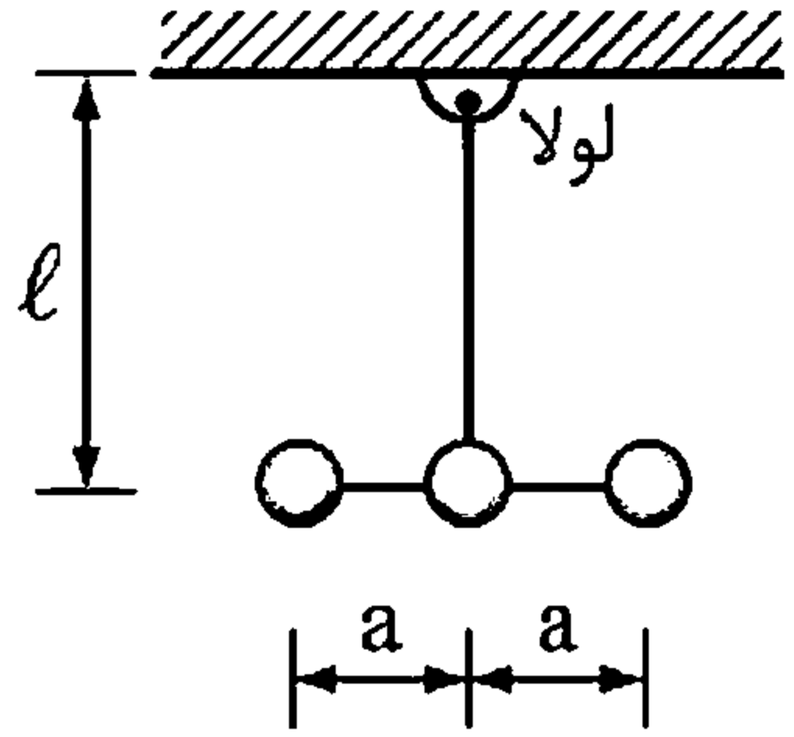
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- پدیده تشدید در ارتعاشات را توضیح دهید. ۲،۸۰ نمره

ب- ضریب بزرگنمایی را تعریف کنید و رابطه آن را با نسبت فرکانس بنویسید.

ج- در آونگ زیر،دو میله صلب با جرم ناچیز به هم جوش داده شده اند.مطابق شکل، سه جرم m به فواصل مساوی به یکی از میله ها متصل شده اند . فرکانس طبیعی سیستم را با فرض نوسانات کوچک بدست آورید.

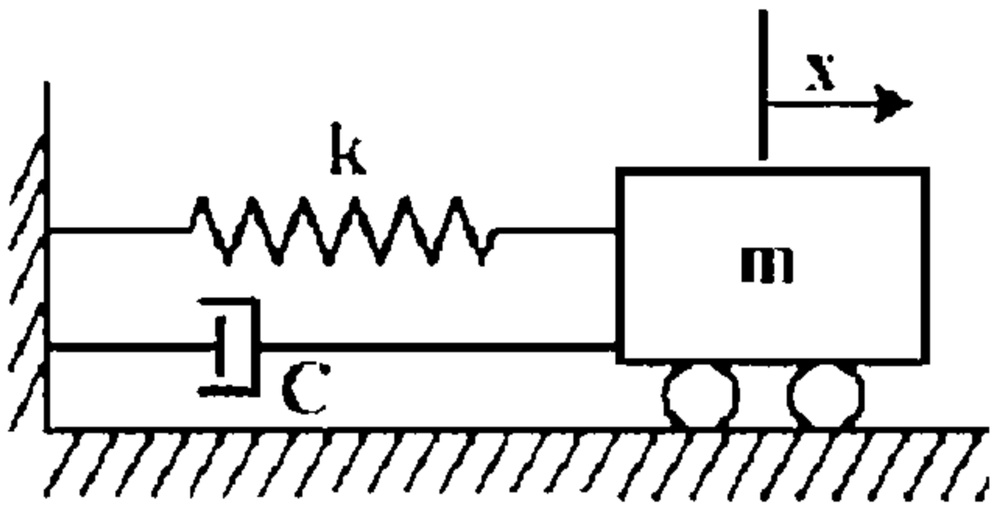


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

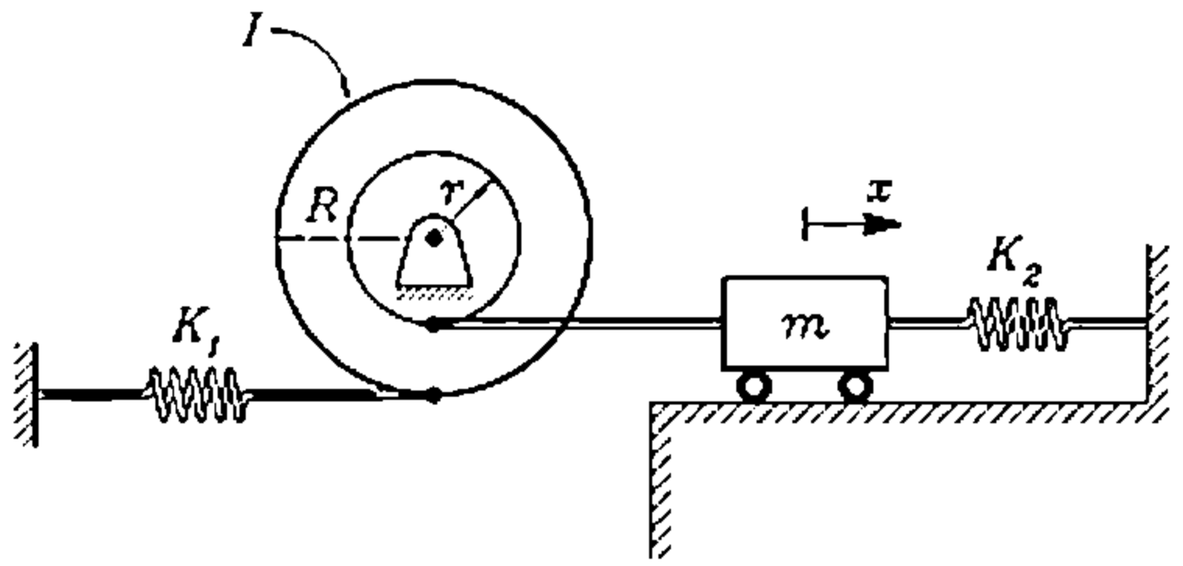
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

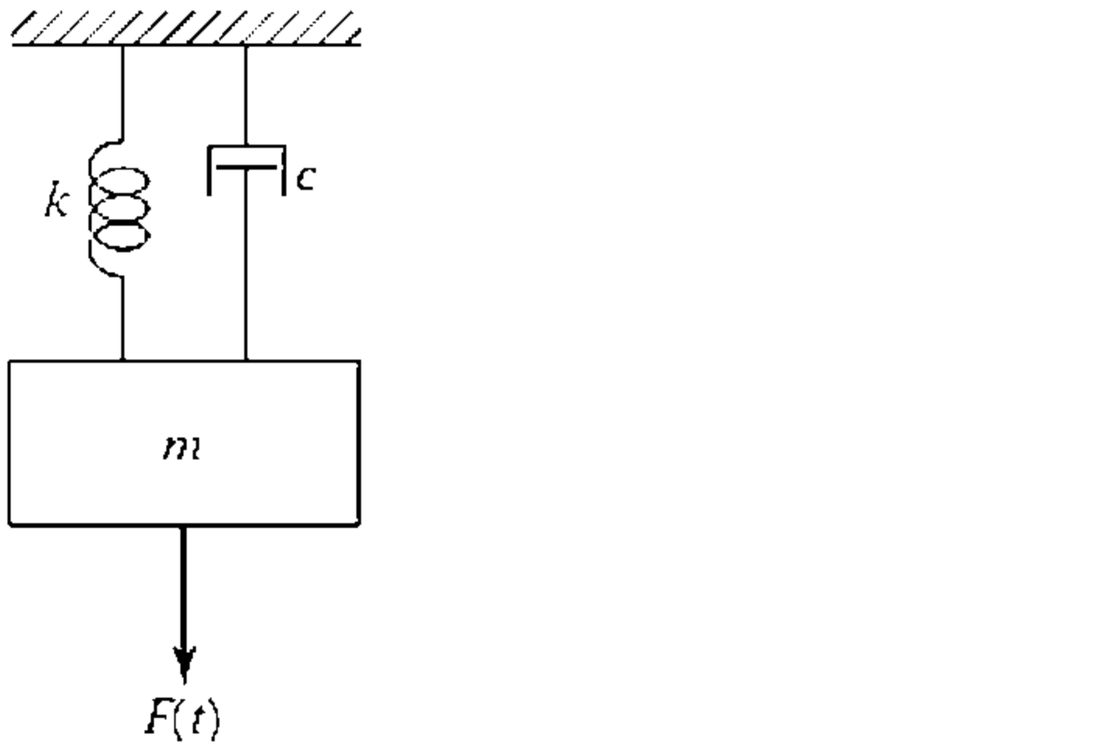
۲- الف- در سیستم ارتعاشی نشان داده شده با مستهلک کننده ی ویسکوز، دامنه ی ارتعاش در دوره تناوب اول و دوم به ترتیب برابر با $2cm$ و $1.5cm$ می باشد. دامنه ی نوسان را در دوره تناوب سوم تعیین کنید. ۲،۸۰ نمره



ب- با استفاده از روش انرژی، فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید.



۳- سیستم ارتعاشی زیر تحت تحریک نیروی هارمونیک $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ قرار گرفته است. نسبت فرکانسی $r = \dfrac{\omega}{\omega_n}$ را که به ازای آن دامنه ارتعاشات سیستم ماکزیمم می شود بیابید؟ همچنین مقدار این ماکزیمم دامنه را تعیین کنید. (ω_n فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم می باشد) ۲،۸۰ نمره

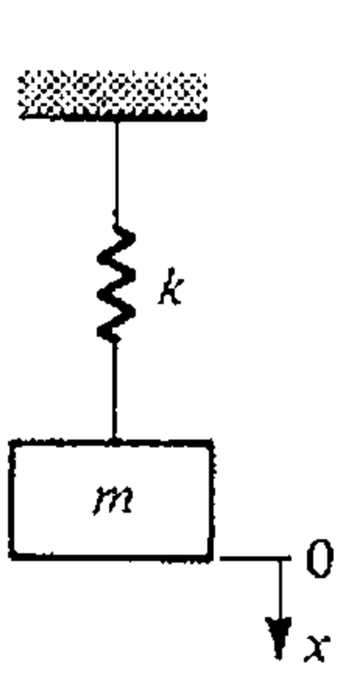


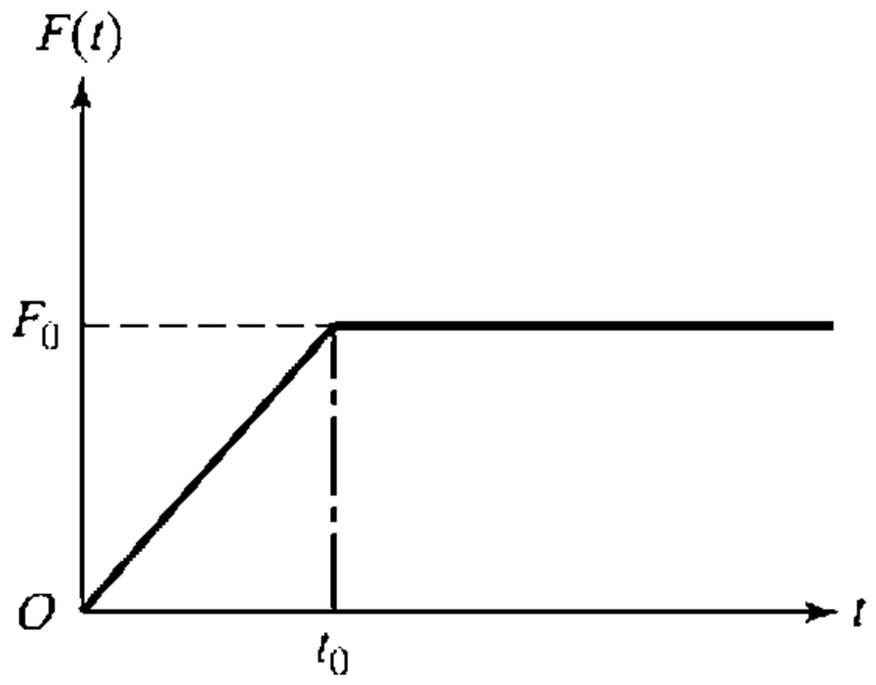
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

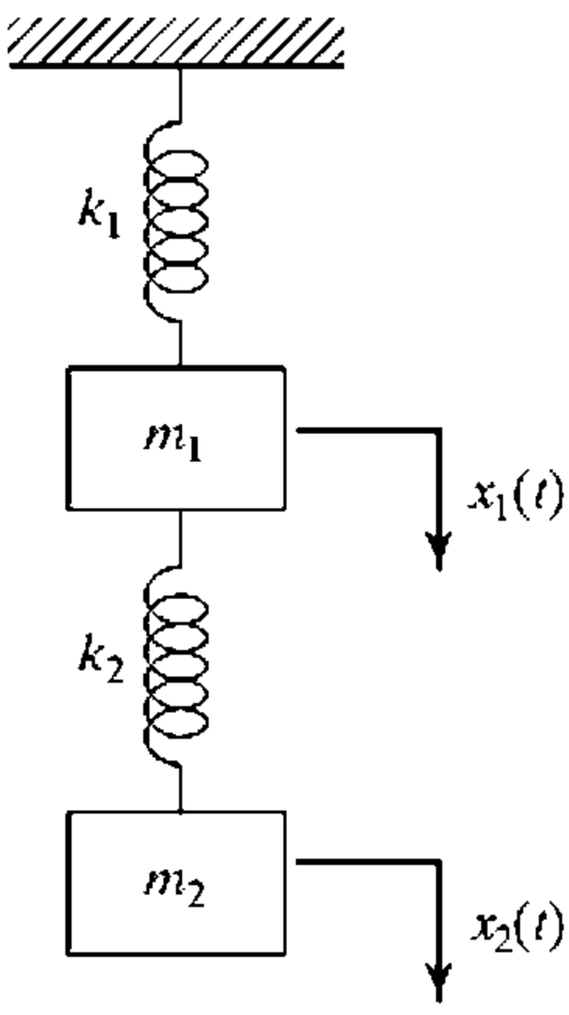
۴- سیستم ارتعاشی تک درجه آزادی زیر با برانگیزش نشان داده شده را در نظر بگیرید. با استفاده از انتگرال دوهامل (کانولوشن) پاسخ سیستم را بیابید. ۲،۸۰ نمره





۵- فرکانس های طبیعی و شکل مدهای سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. همچنین شرایط اولیه سیستم را طوری بدست آورید تا سیستم فقط با کمترین فرکانس طبیعی خود نوسان کند. ۲،۸۰ نمره

$$k_1 = k, k_2 = 2k, m_1 = m, m_2 = 2m$$



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

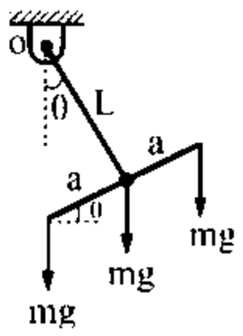
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- برابری فرکانس نیروی تحریک و فرکانس طبیعی سیستم باعث ایجاد یک دامنه ی بسیار بزرگ در سیستم ارتعاشی می شود. **۲،۸۰ نمره**

ب- نسبت دامنه حالت پایدار به تغییر مکان استاتیکی



$$\sum M_0 = I\ddot{\theta}$$

$$-mg(L\sin\theta) - mg(L\sin\theta + a\cos\theta) - mg(L\sin\theta - a\cos\theta)$$

$$= \left(mL^2 + m\left(L^2 + a^2\right) + m\left(L^2 + a^2\right)\right)\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \quad m\left(3L^2 + 2a^2\right)\ddot{\theta} - 3mgL\sin\theta = 0$$

$$\theta \ll 6^\circ \quad \Rightarrow \quad \sin\theta \approx \theta \quad \Rightarrow \quad m\left(3L^2 + 2a^2\right)\ddot{\theta} + 3mgL\theta = 0$$

$$\left.\begin{aligned} m^* &= m\left(3L^2 + 2a^2\right) \\ k^* &= 3mgL \end{aligned}\right\} \quad \Rightarrow \quad \omega_n^2 = \frac{k^*}{m^*} = \frac{3mgL}{m\left(3L^2 + 2a^2\right)} \quad \Rightarrow \quad \omega_n = \sqrt{\frac{3gL}{3L^2 + 2a^2}}$$

۲- الف- **۲،۸۰ نمره**

$$\delta = \ln\frac{x_1}{x_2} = \zeta\omega_n\tau_d = \zeta\omega_n\frac{2\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \quad \delta = \frac{1}{m}\ln\left(\frac{x_1}{x_{m-1}}\right)$$

ب-

$$K.E = \frac{1}{2}mx^{\cdot 2} + \frac{1}{2}I\theta^{\cdot 2} \qquad U = \frac{1}{2}K_1(R\theta)^2 + \frac{1}{2}(x)^2 \qquad x = r\theta \rightarrow$$

$$K.E = \frac{1}{2}m(r\theta^{\cdot})^2 + \frac{1}{2}I\theta^{\cdot 2} \qquad U = \frac{1}{2}K_1(R\theta)^2 + \frac{1}{2}(r\theta)^2$$

$$\frac{d}{dt}(K.E + U) = 0 \rightarrow mr^2\theta^{\cdot}\theta^{\cdot\cdot} + I\theta^{\cdot}\theta^{\cdot\cdot} + K_1R^2\theta^{\cdot}\theta + K_2r^2\theta^{\cdot}\theta = 0 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{K_1R^2 + K_2r^2}{mr^2 + I}}$$

۳- **۲،۸۰ نمره**

$$\left(\frac{X}{\delta_{st}}\right)_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$r = \sqrt{1 - 2\zeta^2}$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- نیروی وارد شده را می‌توان به صورت مجموع دو تابع شیبی در نظر گرفت که به صورت زیر هستند: ۲،۸۰ نمره

$$F_1(t)=\frac{F_0 t}{t_0} \quad و \quad F_2(t)=-\frac{F_0(t-t_0)}{t_0}$$

پاسخ ناشی از نیروی F_1 به سیستم (کندمیرای جرم ـ فنر) برابر خواهد بود با:

$$x_1(t)=\frac{F_0}{k}\left(\frac{t}{t_0}-\frac{\sin\omega_n t}{\omega_n t_0}\right) \qquad t\geq 0 \text{ به ازای} \qquad (۱)$$

پاسخ ناشی از F_2 را می‌توان از جایگزینی $t-t_0$ به جای t و $-F_0$ به جای F_0 از معادله (۱) به دست آورد:

$$x_2(t)=-\frac{F_0}{k}\left\{\frac{t-t_0}{t_0}-\frac{\sin\omega_n(t-t_0)}{\omega_n t_0}\right\} \qquad t\geq t_0 \text{ به ازای} \qquad (۲)$$

پاسخ کلی سیستم برابر خواهد بود با:

$$x(t)=x_1(t)+x_2(t)=\frac{F_0}{k}\left\{1+\frac{\sin\omega_n(t-t_0)-\sin\omega_n t}{\omega_n t_0}\right\} \qquad t\geq t_0 \text{ به ازای}$$

۵- ۲،۸۰ نمره

$$\left|K-M\omega^2\right|=0$$

$$M=\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 2m \end{bmatrix}, K=\begin{bmatrix} 3k & -2k \\ -2k & 2k \end{bmatrix}$$

$$\omega_1^2=(2-\sqrt{3})\frac{k}{m}, \omega_2^2=(2+\sqrt{3})\frac{k}{m}$$

95-96-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

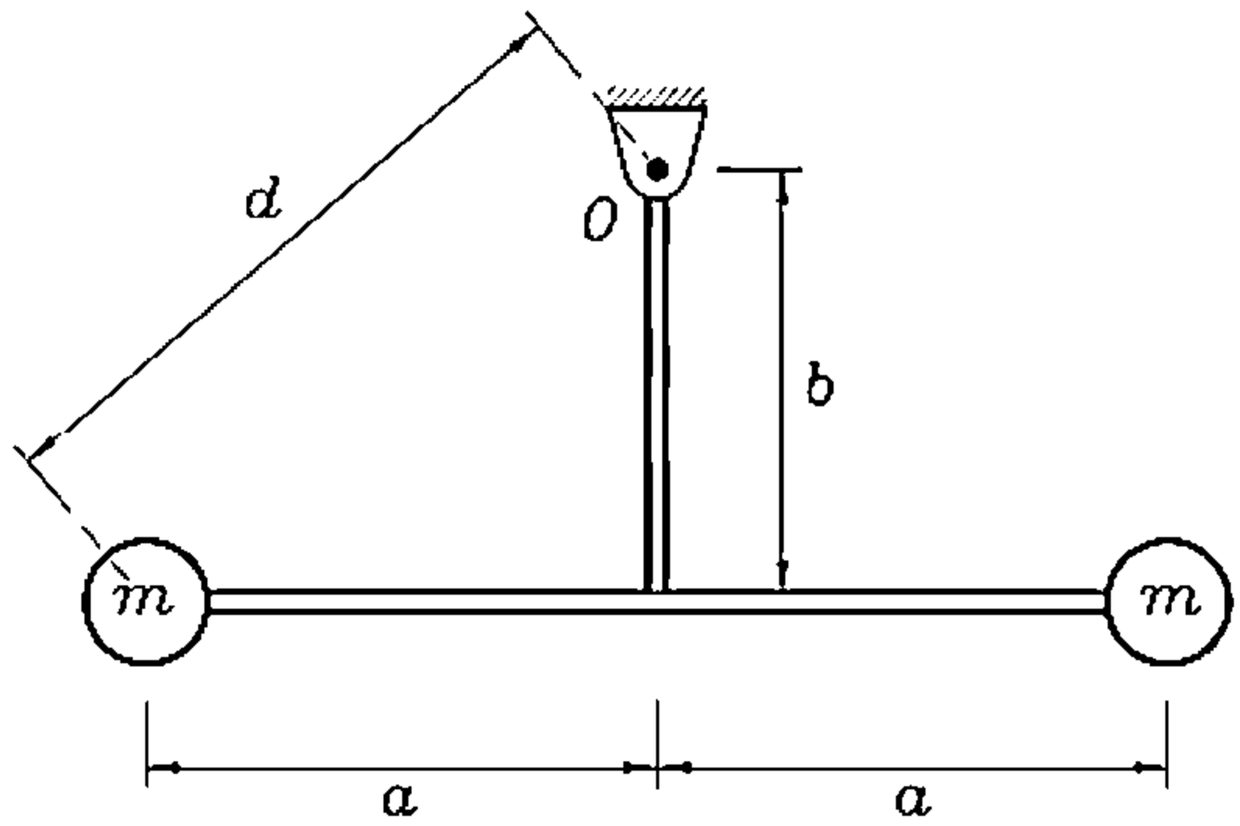
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

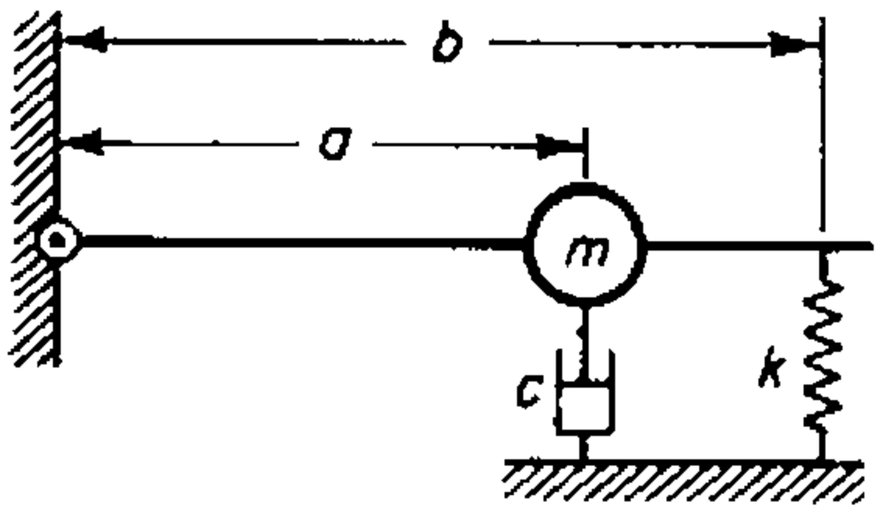
۱- الف- ارتعاشات منظم و تصادفی به چه معناست؟ مثال بیاورید. ۲،۸۰ نمره

ب- از اثرات مفید و مضر ارتعاشات هر کدام یک مثال بیاورید.

ج- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. جرم میله ها را ناچیز فرض کنید.



۲- معادله دیفرانسیل حرکت سیستم ارتعاشی زیر را نوشته و فرکانس ارتعاش میرا و ضریب میرایی بحرانی آن را بیابید. از جرم میله صرفنظر شود. ۲،۸۰ نمره



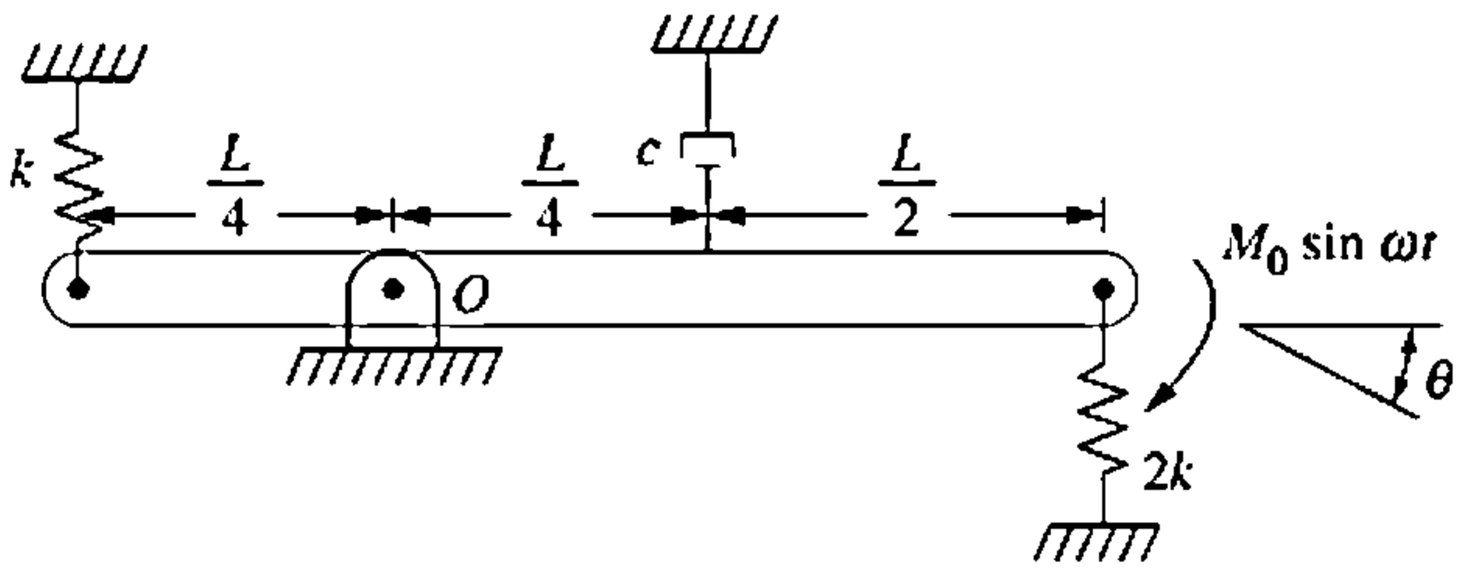
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

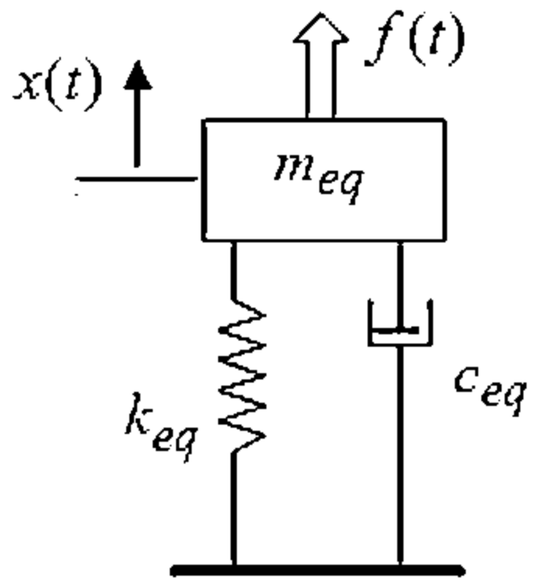
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

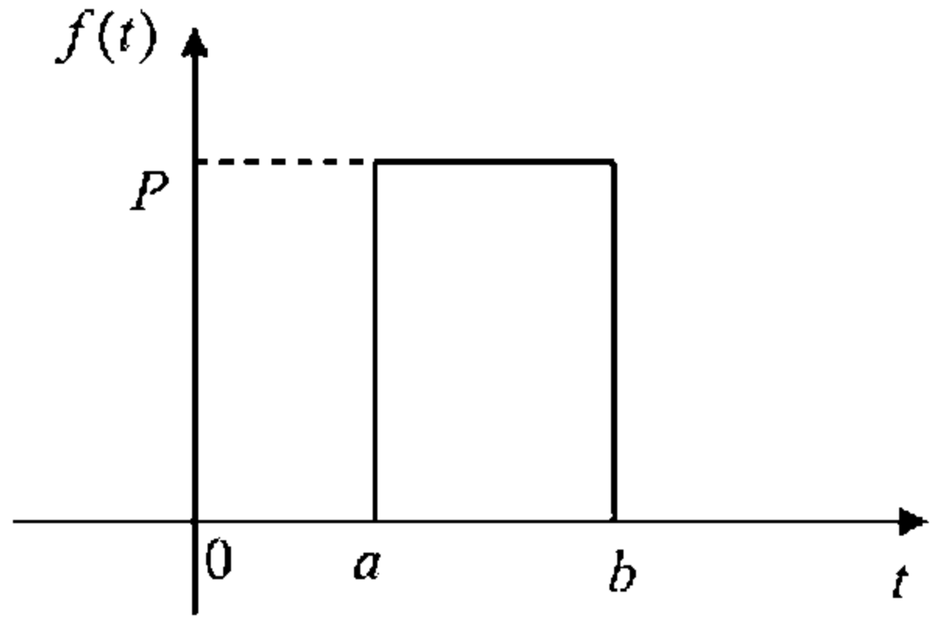
۳- همانند شکل ممان $M_0 \sin(\omega t)$ به انتهای میله به جرم $15kg$ وارد می شود. ماکزیمم مقدار M_0 را طوری تعیین کنید که دامنه حالت پایدار ارتعاش سیستم θ_P از 10 درجه تجاوز نکند. ۲،۸۰ نمره

$$\omega = 500rpm\,, k\ = 7000^{N}\!/_{m}\,, c = 650^{N.s}\!/_{m}\,, L = 1.2m$$



۴- با استفاده از انتگرال کانولوشن، پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی جرم-فنر -میراگر نشان داده شده را به نیروی برانگیزش زیر بدست آورید. ۲،۸۰ نمره





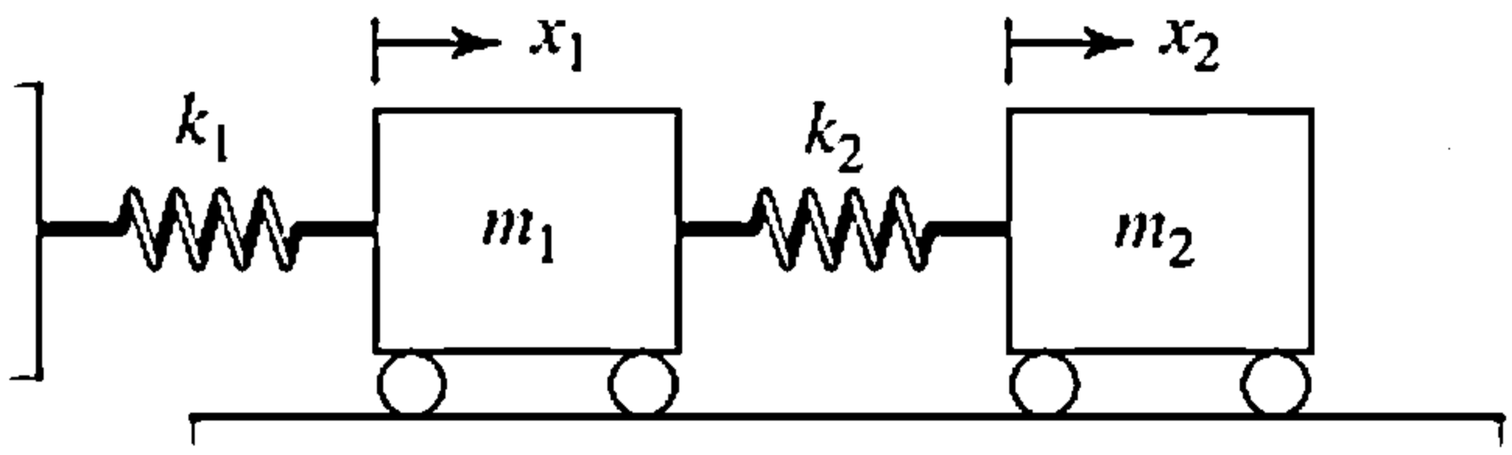
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، معادلات حرکت، فرکانسهای طبیعی و شکل مدها را بدست آورید. ۲،۸۰ نمره

$$m_1 = m_2 = 1kg\,, k_1 = 2N\ /\ m, k_2 = 1N\ /\ m$$



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- ارتعاش منظم: تابع تحریک معلوم و پاسخ خروجی معین است. اما در ارتعاشات تصادفی تابع تحریک و پاسخ معین نیست و به صورت توابع آماری بیان می شود. **۲،۸۰ نمره**

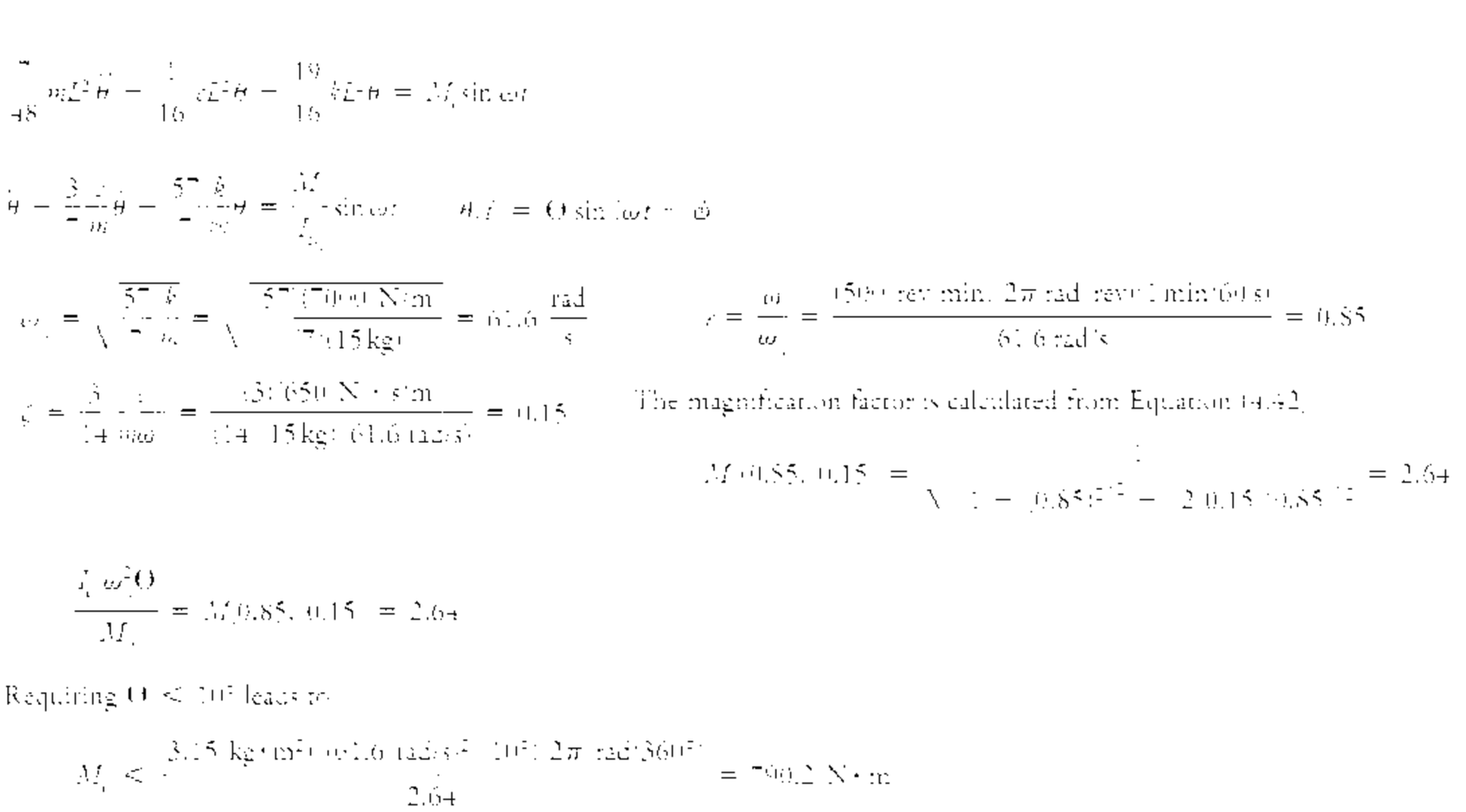
اثر مفید ارتعاشات: ارتعاشات تار موسیقی

اثر مضر: زلزله

۲- **۲،۸۰ نمره**



۳- **۲،۸۰ نمره**



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی خودرو،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی هوا فضا،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی مکانیک،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- $Case\ I: 0 \le t \le a$ ۲،۸۰ نمره

$$x(t) = \int_{\tau=0}^{\tau=t} g(t-\tau)f(\tau)d\tau = \int_{\tau=0}^{\tau=t} g(t-\tau)\,0d\tau = 0$$

$Case\ II: a \le t \le b$

$$x(t) = \int_{\tau=a}^{\tau=t} g(t-\tau)\,Pd\tau = \frac{P}{m_{eq}\omega_d}\int_{\tau=a}^{\tau=t} e^{-\xi\omega_n(t-\tau)}\sin(\omega_d(t-\tau))d\tau$$

$$x(t) = \frac{P}{m_{eq}\omega_n^2}\left[1 - \frac{\omega_n}{\omega_d}e^{-\xi\omega_n(t-a)}\sin(\omega_d(t-a)+\phi)\right]$$

where $\cos\phi = \xi$

$Case\ III: t \ge b$

$$x(t) = \int_{\tau=a}^{\tau=b} g(t-\tau)\,Pd\tau = \frac{P}{m_{eq}\omega_d}\int_{\tau=a}^{\tau=b} e^{-\xi\omega_n(t-\tau)}\sin(\omega_d(t-\tau))d\tau$$

$$x(t) = \frac{P}{m_{eq}\omega_d}\left[\frac{e^{-\xi\omega_n v}}{\xi^2\omega_n^2+\omega_d^2}(-\xi\omega_n\sin\omega_d v - \omega_d\cos\omega_d v)\right]_{v=t-b}^{v=t-a}$$

$$x(t) = \frac{P}{m_{eq}\omega_d\omega_n}\Big[e^{-\xi\omega_n(t-b)}\sin(\omega_d(t-b)+\phi) - e^{-\xi\omega_n(t-a)}\sin(\omega_d(t-a)+\phi)\Big]$$

where $\cos\phi = \xi$.

۵- فصل 5 کتاب مراجعه شود. ۲،۸۰ نمره

95-96-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

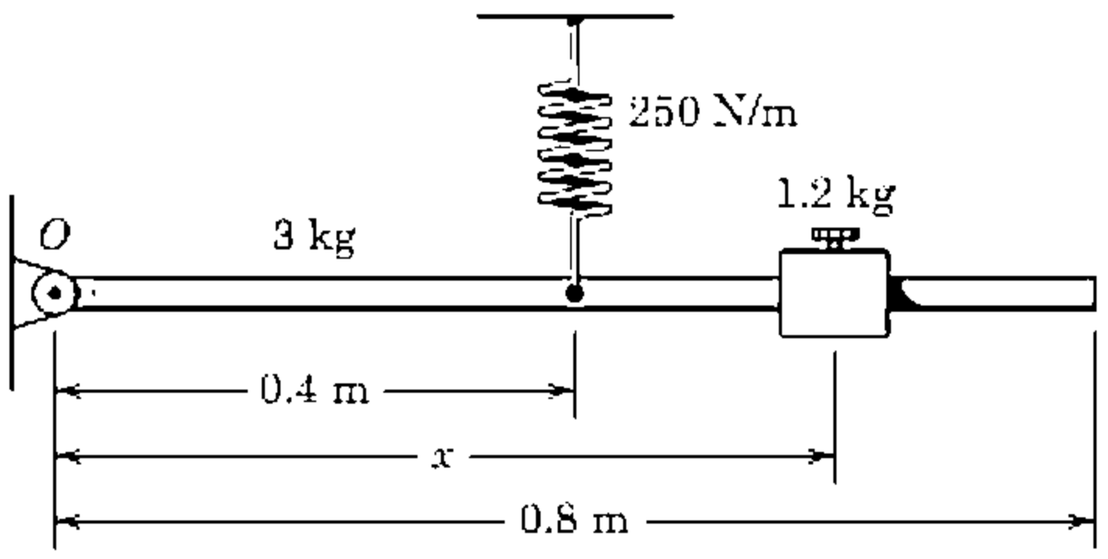
۱- الف- ارتعاشات منظم و تصادفی چیست؟ یک مثال از هر کدام ذکر کنید؟ ۲،۸۰ نمره

ب- تعیین فرکانس طبیعی یک سیستم نوسانی چه اهمیتی دارد؟

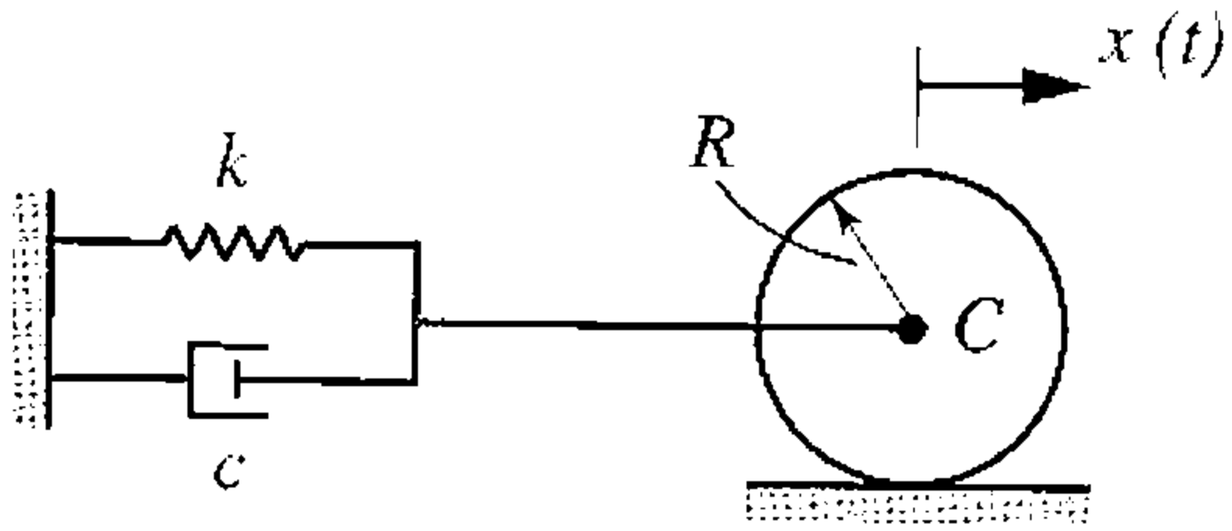
ج- کاربرد کاهش لگاریتمی چیست؟

د- کاهش جرم چه تاثیری روی فرکانس طبیعی یک سیستم دارد؟

و- در سیستم ارتعاشی زیر جرم میله یکنواخت به طول $0.8m$ برابر $3kg$ می باشد. فاصله جرم $1.2kg$ ($x = ?$) را از مبدا O طوری تعیین کنید تا زمان تناوب ارتعاش برابر با 1 ثانیه باشد. فرض نوسانات کوچک را در نظر بگیرید.



۲- ارتعاش دیسکی به جرم m و شعاع R را در نظر بگیرید. معادلات ارتعاش سیستم را بر حسب مختصه حرکت مرکز دیسک ($x(t)$) بنویسید. سپس میرایی بحرانی و فرکانس طبیعی ارتعاش نامیرای سیستم را بیابید. (فرض غلتش بدون لغزش را برای دیسک در نظر بگیرید) ۲،۸۰ نمره

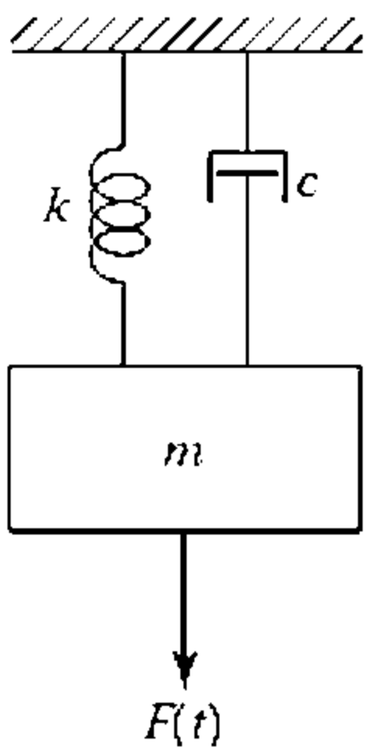


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

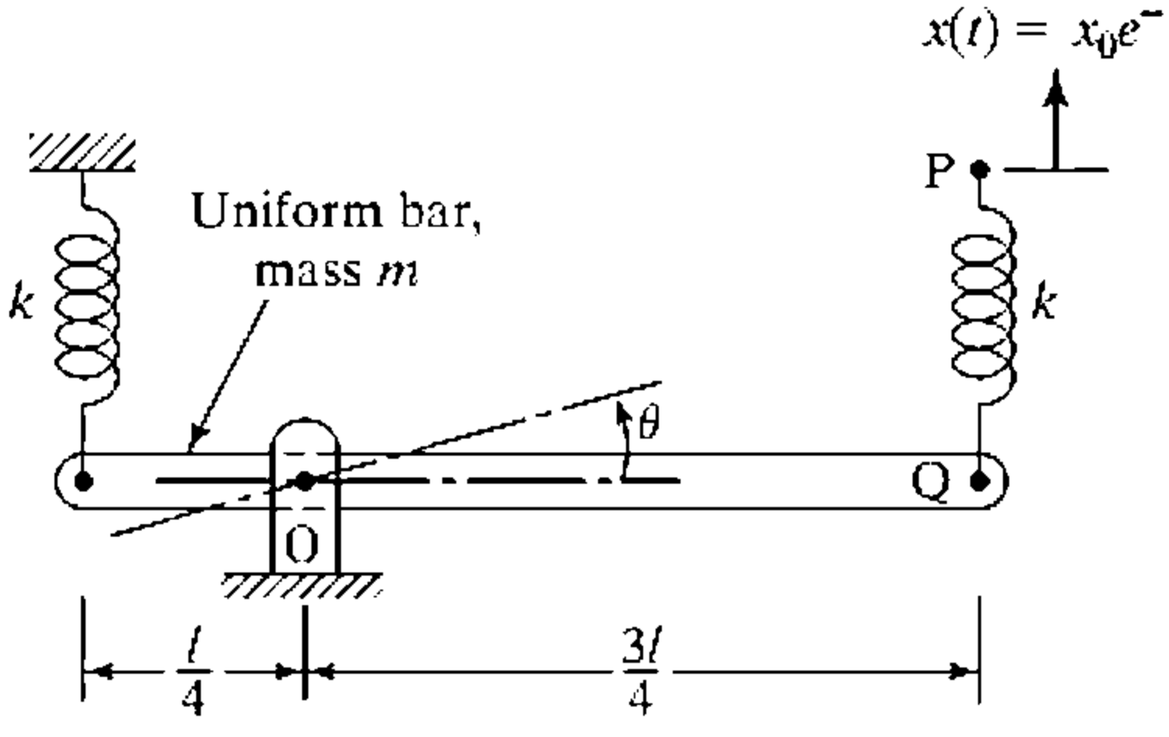
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۳- الف- سیستم ارتعاشی زیر تحت تحریک نیروی هارمونیک $F(t) = F_0 \sin(\omega t)$ قرار گرفته است. نسبت فرکانسی $r = \frac{\omega}{\omega_n}$ را که به ازای آن دامنه ارتعاشات سیستم ماکزیمم می شود بیابید؟ همچنین مقدار این ماکزیمم دامنه را تعیین کنید. (ω_n فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم می باشد) ۲،۸۰ نمره



ب- یک سیستم جرم-فنر-میران (همانندشکل قسمت الف) با $m = 10kg, k = 4000N/m, c = 40N.s/m$ تحت نیروی هارمونیکی $F(t) = 200\cos(10t)$ قرار دارد. پاسخ کلی آن را بیابید. شرایط اولیه را به صورت $x_0 = 0, \dot{x}_0 = 10m/s$ در نظر بگیرید.

۴- با استفاده از انتگرال کانولوشن، پاسخ ارتعاش میله صلب یکنواخت به جرم m در شکل نشان داده شده را بیابید. ۲،۸۰ نمره
($k = 5000N/m, l = 1m, m = 10kg, x_0 = 1m$)



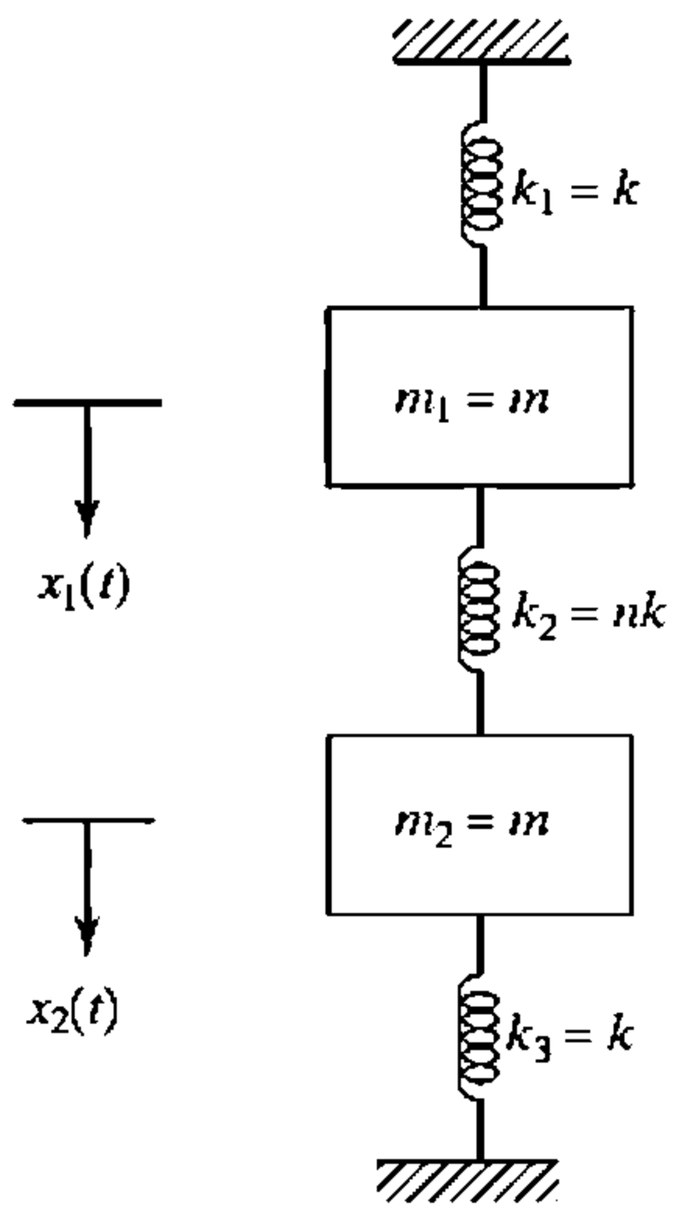
تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۵- معادلات حرکت ، فرکانس های طبیعی و مدهای طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید.(۲،۸۰ نمره

$(k_1 = k_2 = k_3 = k, m_1 = m_2 = m$



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- در ارتعاش منظم تابع دامنه ارتعاش معلوم است ولی در ارتعاش نامنظم مثل زلزله خیر ۲،۸۰ نمره

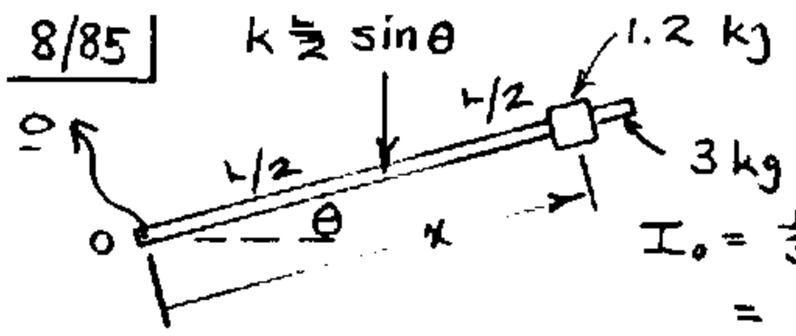
ب- برای جلوگیری از پدیده تشدید

ج- محاسبه ی میرایی سیستم

د- باعث افزایش ان خواهد شد

و-

8/85



Let L be the 0.8-m rod length

$$I_o = \frac{1}{3}(3)L^2 + 1.2x^2 = L^2 + 1.2x^2$$

$$\curvearrowleft \Sigma M_o = I_o\ddot{\theta} : -k\frac{L}{2}\sin\theta\left(\frac{L}{2}\cos\theta\right) = \left(L^2 + 1.2x^2\right)\ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow \ddot{\theta} + \frac{kL^2}{4(L^2+1.2x^2)}\theta = 0$$

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_n} = 2\pi\sqrt{\frac{4(L^2+1.2x^2)}{kL^2}} = 4\pi\sqrt{\frac{L^2+1.2x^2}{kL^2}}$$

So $4\pi\sqrt{\frac{0.8^2+1.2x^2}{250(0.8)^2}} = 1$, $\underline{x = 0.558\ m}$

۲،۸۰ نمره

۲- $-(kR\theta + CR\dot{\theta})R = 3/2mR^2\ddot{\theta} \rightarrow$

$$\frac{3}{2}m\ddot{\theta} + C\dot{\theta} + k\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$$

$$c_{cr} = \sqrt{6km}$$

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۳- الف- با مشتق گیری از رابطه زیر نسبت به r می توان به نتیجه رسید **۲،۸۰ نمره**

$$\frac{X}{\delta_{st}} = \frac{1}{\left\{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\zeta\frac{\omega}{\omega_n}\right]^2\right\}^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}}$$

$$r = \sqrt{1-2\zeta^2}$$

$$\left(\frac{X}{\delta_{st}}\right)_{\max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

ب-

$$x(t) = X_0 e^{-\zeta\omega_n t}\cos(\omega_d t - \phi_0) - X\cos(\omega t - \phi)$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega_n$$

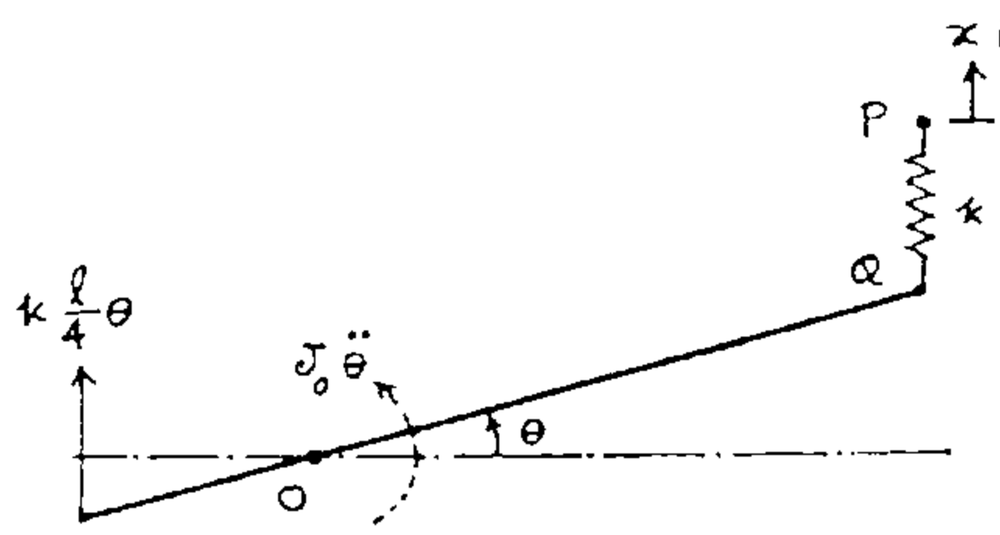
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک،مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات،مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات،مهندسی هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۴- ۲،۸۰ نمره

۱



Net compression of spring PQ $= \frac{3\ell\theta}{4} - x(t)$. Equation of motion for rotation about O:

$$J_0\ddot{\theta} = -k\frac{\ell\theta}{4}\left(\frac{\ell}{4}\right) - k\left(\frac{3\ell\theta}{4} - x(t)\right)\left(\frac{3\ell}{4}\right)$$

$$\text{or} \quad J_0\ddot{\theta} + \frac{5}{8}k\ell^2\theta = \frac{3k\ell}{4}x(t) = \frac{3k\ell}{4}x_0 e^{-t} \qquad (1)$$

For given data, $J_C = \frac{1}{12}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{7}{48}m\ell^2 = \frac{7}{48}(10)(1^2) = 1.4583\ \text{kg-m}^2$, $\frac{5}{8}k\ell^2 = \frac{5}{8}(5000)(1^2) = 3125\ \text{N/m}$, and Eq. (1) becomes:

$$1.4583\ddot{\theta} + 3125.0\theta = 37.5e^{-t} \qquad (2)$$

Noting that the system is undamped with

$$\omega_n = \sqrt{\frac{3125.0}{1.4583}} = 46.2915\ \text{rad/sec}$$

the convolution integral, Eq. (4.33), can be used to find the steady state response as:

$$\theta(t) = \frac{1}{(1.4583)(46.2915)}\int_0^t (37.5e^{-\tau})\sin 46.2915(t-\tau)\,d\tau \qquad (3)$$

Using Eq. (5) in the solution of Problem 4.31, Eq. (3) can be expressed as

$$\theta(t) = -0.5555e^{-t}\left[\frac{e^{(t-\tau)}}{1^2 + 46.2915^2}\left\{\sin 46.2915(t-\tau) - 46.2915\cos(t-\tau)\right\}\right]_{\tau=0}^{t}$$

$$= 0.01199e^{-t} + 2.591(10^{-4})\sin 46.2915t - 0.01199\cos 46.2915t\ \text{radian} \qquad (4)$$

۵- مثال 1.5 صفحه 295 ۲،۸۰ نمره

94-95-3

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

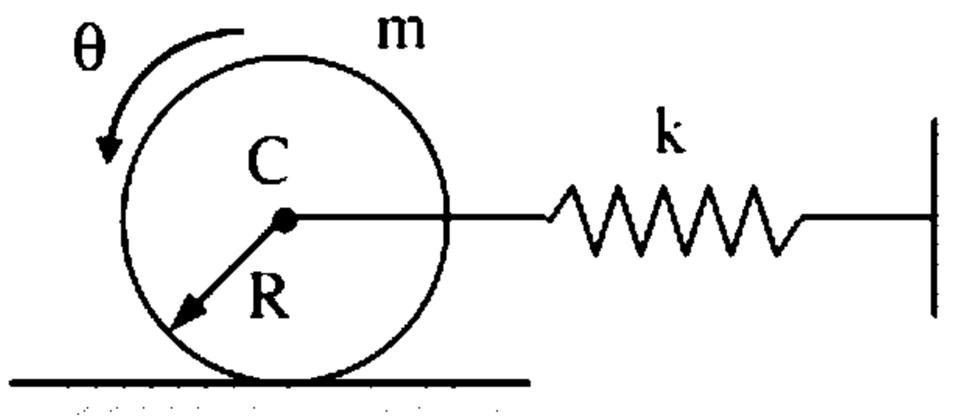
رشته تحصیلی/کد درس : - مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

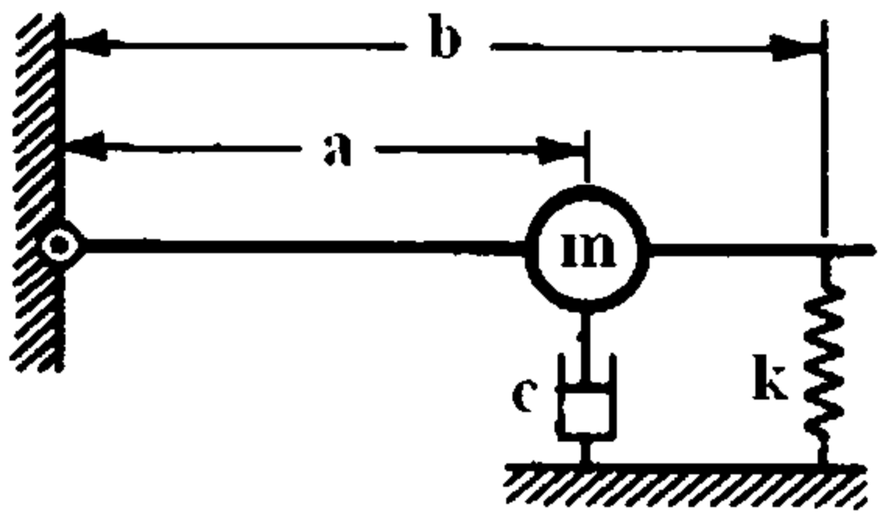
۱- الف- نمونه ای از پدیده های ارتعاشی مضر و مفید در طبیعت مثال بزنید. (هر کدام یک مثال) ۲،۸۰ نمره

ب- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی به چه معناست؟ اهمیت محاسبه ی فرکانس طبیعی یک سیستم ارتعاشی در چیست؟

ج- فرکانس طبیعی ارتعاش سیستم زیر را به دست آورید. (دیسک حرکت غلتشی محض دارد. ممان اینرسی دیسک حول مرکز $\frac{1}{2}mR^2$ می باشد)



۲- معادله دیفرانسیل حرکت سیستم ارتعاشی زیر را نوشته و ضریب میرایی بحرانی آن را بیابید. ۲،۸۰ نمره



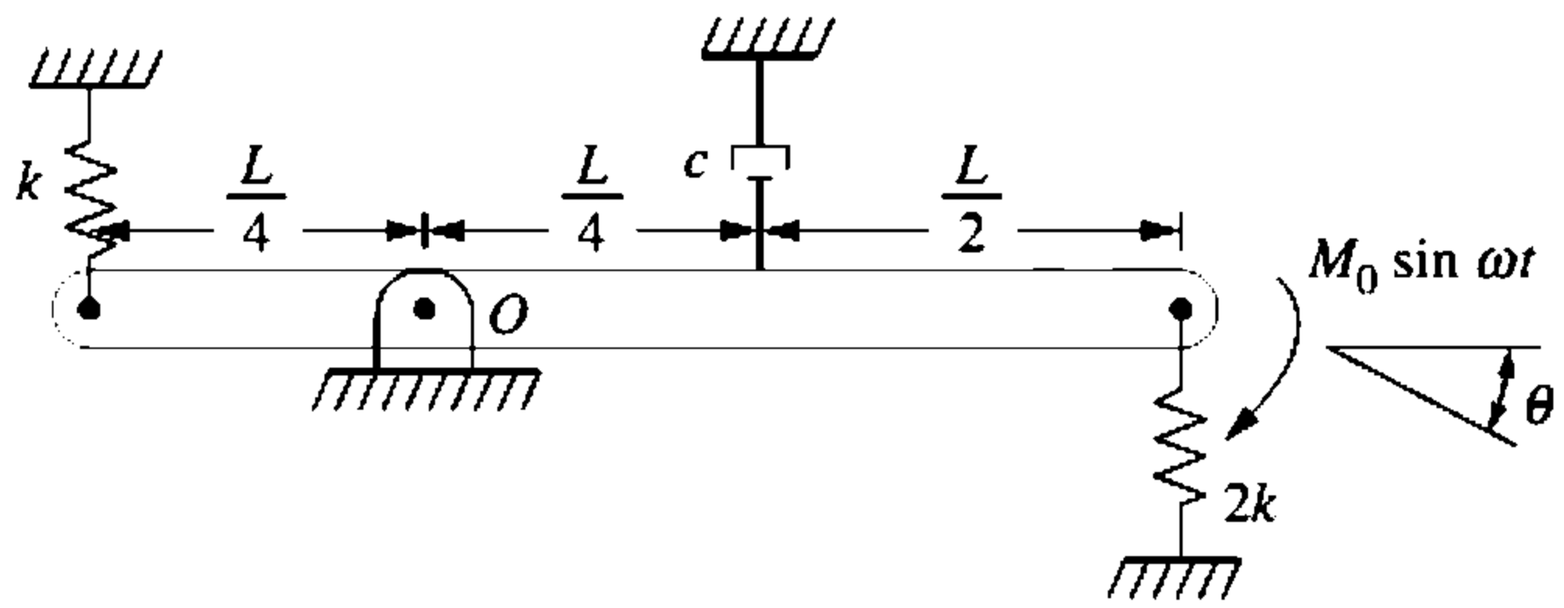
تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

۳- همانند شکل ممان $M_0 \sin(\omega t)$ به انتهای میله به جرم $15kg$ وارد می شود. ماکزیمم مقدار M_0 را طوری تعیین کنید که دامنه حالت پایدار ارتعاش سیستم θ_P از ۱۰ درجه تجاوز نکند. ۲،۸۰ نمره

$$\omega = 500rpm, k = 7000\,{}^{N}/_{m}, c = 650\,{}^{N.s}/_{m}, L = 1.2m$$

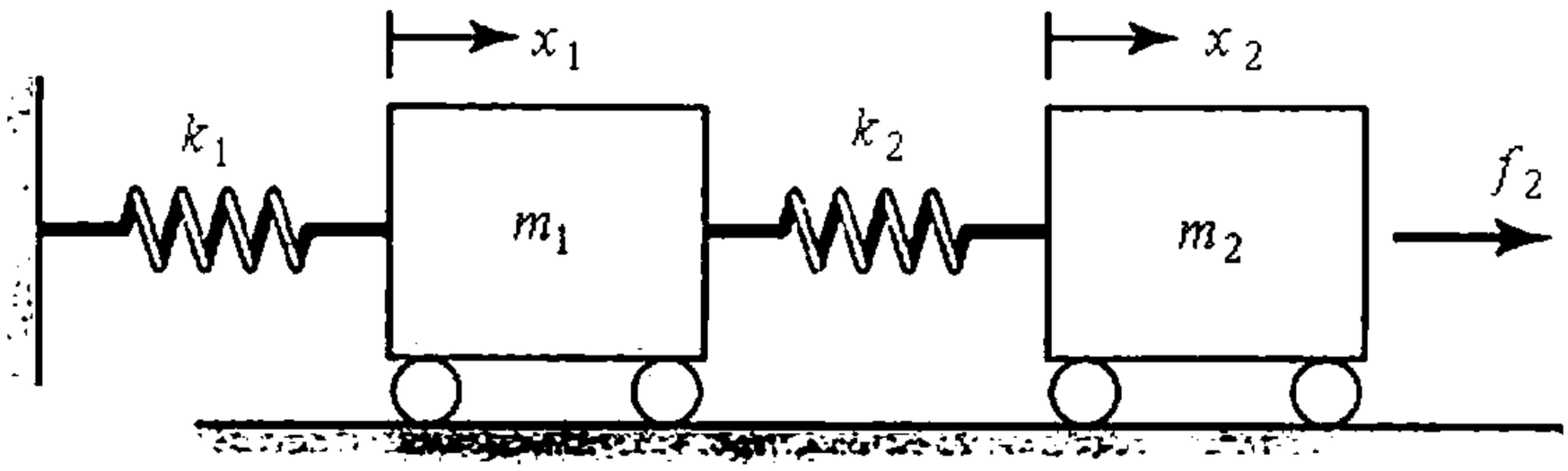


۴- سیستم ارتعاشی زیر با مشخصات $m_1 = m_2 = 1kg, k_1 = k_2 = 2\frac{N}{m}, f_2(t) = \delta(t)$ را در نظر بگیرید. ۲،۸۰ نمره

($\delta(t)$ تابع دلتای دیراک یا همان تابع ضربه می باشد).شرایط اولیه (مکان و سرعت در زمان صفر) را صفر در نظر بگیرید. برای این سیستم موارد زیر را تعیین کنید.

الف- فرکانسهای طبیعی و شکل مد نرمال

ب- معادلات حرکت را به فضای مودال ببرید و پاسخ مودال آنها را تعیین کنید. سپس پاسخ تک تک جرمها($x_1(t), x_2(t)$) را به ازای شرایط اولیه داده شده بر حسب زمان به دست آورید.



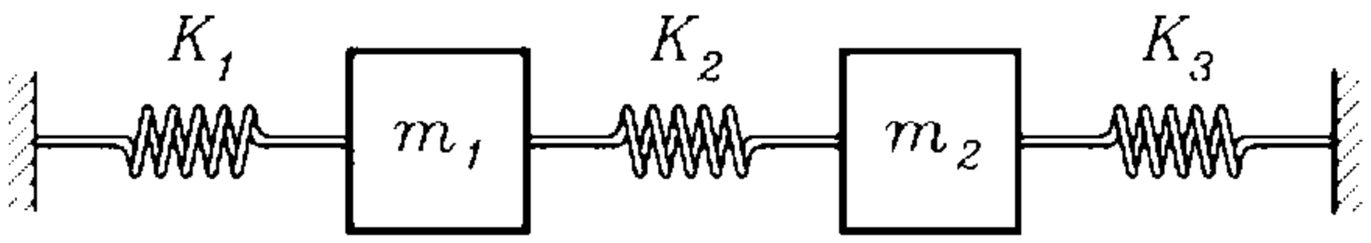
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از روش لاگرانژ، معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. ۲،۸۰ نمره

$$K_1 = K_2 = K_3 = K, m_1 = m_2 = m$$



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : - مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

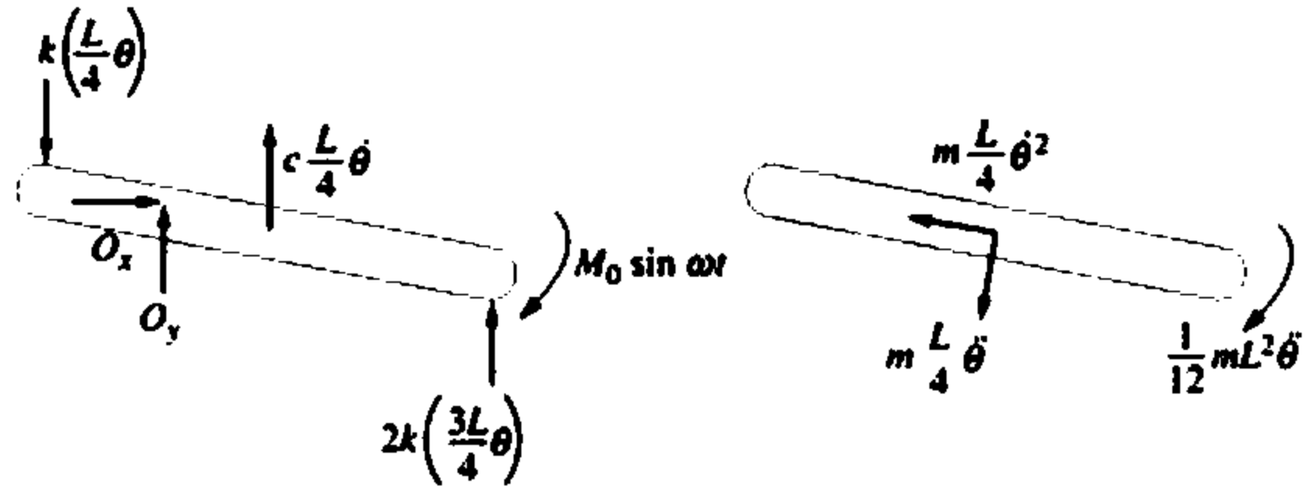
۱- ص۱ — ۲،۸۰ نمره

۲- ۲،۸۰ نمره

$$\sum M_c = -ma^2\ddot{\theta} - kb^2\theta - ca^2\dot{\theta} \rightarrow \ddot{\theta} = -\frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{k}{m}\left(\frac{b}{a}\right)^2\theta = 0$$

$$\omega_n = \frac{b}{a}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \& \quad \omega_d = \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \left(\frac{c}{2m}\right)^2} \qquad c_c = \frac{2b}{a}\sqrt{km}$$

۳- ۲،۸۰ نمره



External forces — Effective forces

$$\frac{7}{48}mL^2\ddot{\theta} + \frac{1}{16}cL^2\dot{\theta} + \frac{19}{16}kL^2\theta = M_0 \sin \omega t$$

$$I_{eq} = \frac{7}{48}mL^2 = \frac{7}{48}(15\,\text{kg})(1.2\,\text{m})^2 = 3.15\,\text{kg}\cdot\text{m}^2 \qquad \ddot{\theta} + \frac{3}{7}\frac{c}{m}\dot{\theta} + \frac{57}{7}\frac{k}{m}\theta = \frac{M_0}{I_{eq}}\sin \omega t \qquad \theta(t) = \Theta \sin(\omega t - \phi)$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{57}{7}\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(57)(7000\ \text{N/m})}{(7)(15\,\text{kg})}} = 61.6\ \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\zeta = \frac{3}{14}\frac{c}{m\omega_n} = \frac{(3)(650\ \text{N}\cdot\text{s/m})}{(14)(15\,\text{kg})(61.6\ \text{rad/s})} = 0.15$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{(500\ \text{rev/min})(2\pi\ \text{rad/rev})(1\ \text{min}/60\ \text{s})}{61.6\ \text{rad/s}} = 0.85$$

$$M(0.85,\ 0.15) = \frac{1}{\sqrt{[1 - (0.85)^2]^2 + [2(0.15)(0.85)]^2}} = 2.64$$

$$\frac{I_{eq}\omega_n^2\Theta}{M_0} = M(0.85,\ 0.15) = 2.64$$

Requiring $\Theta < 10°$ leads to

$$M_0 < \frac{(3.15\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\ (61.6\ \text{rad/s})^2\ (10°)(2\pi\ \text{rad}/360°)}{2.64} = 790.2\ \text{N}\cdot\text{m}$$

۴- ص۱ — ۲،۸۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

۵- ۲،۸۰ نمره

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q_j^{(n)}. \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$Q_j^{(n)} = \sum_k \left(F_{xk}\frac{\partial x_k}{\partial q_j} + F_{yk}\frac{\partial y_k}{\partial q_j} + F_{zk}\frac{\partial z_k}{\partial q_j} \right)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = 0. \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

94-95-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : - مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- درجه آزادی سیستم نوسانی را تعریف کنید. ۲،۸۰ نمره

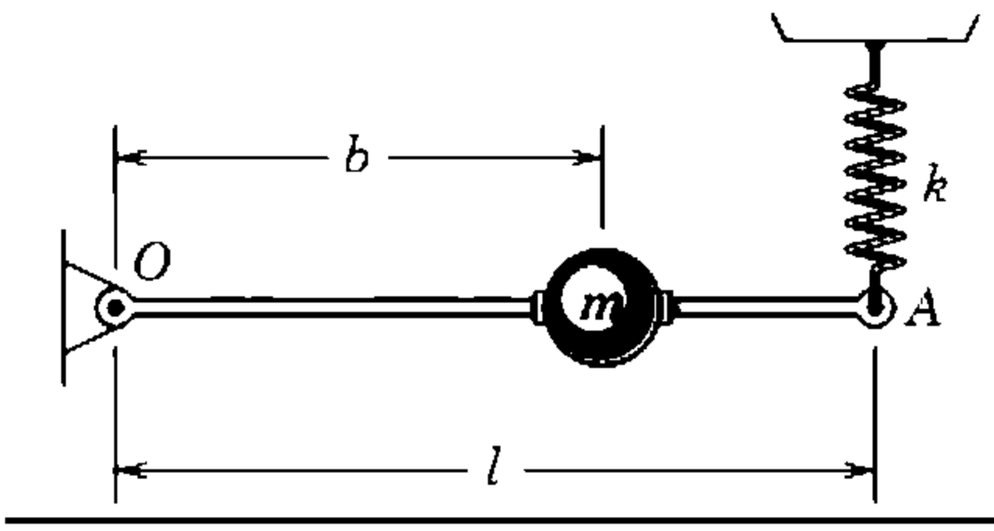
ب- تفاوت بین ارتعاشات منظم و ارتعاشات تصادفی چیست؟ یک مثال از هر کدام ذکر کنید.

ج- کاهش جرم و کاهش سفتی چه تاثیری روی فرکانس طبیعی یک سیستم دارد؟

د- در یک سیستم، فرکانس ارتعاشات آزاد میرا از فرکانس طبیعی سیستم کوچکتر است یا بزرگتر؟

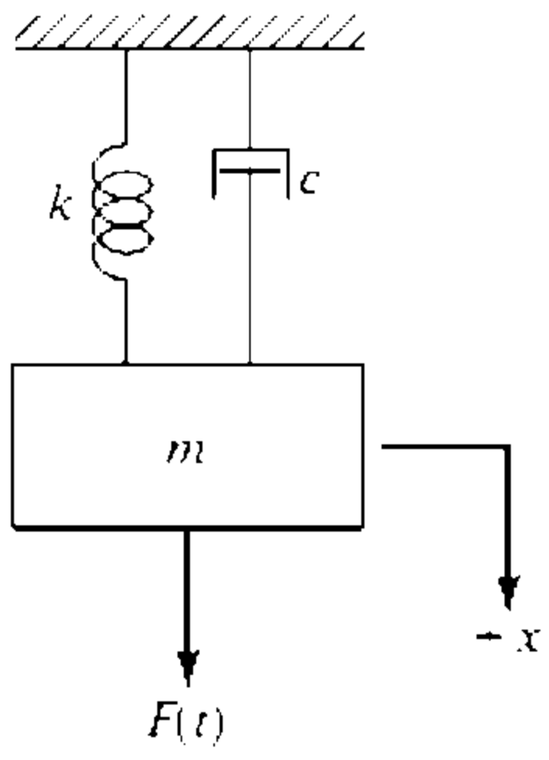
ه- در یک سیستم با میرایی ویسکوز،آیا زاویه فاز متناظر با دامنه ی ماکزیمم از ۹۰ درجه بیشتر می شود؟

و- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را با فرض نوسانات کوچک بدست آورید .میله صلب بدون جرم می باشد.



۲- یک سیستم جرم- فنر- میران مطابق شکل تحت نیروی هارمونیکی $F(t) = 100\cos(10t)$ قرار دارد. ۲،۸۰ نمره
پاسخ کلی آن را بیابید.

$k = 4000$ N/m, $x_0 = 0.01$ m, and $\dot{x}_0 = 0$ $m = 10$ kg, $c = 20$ N-s/m,



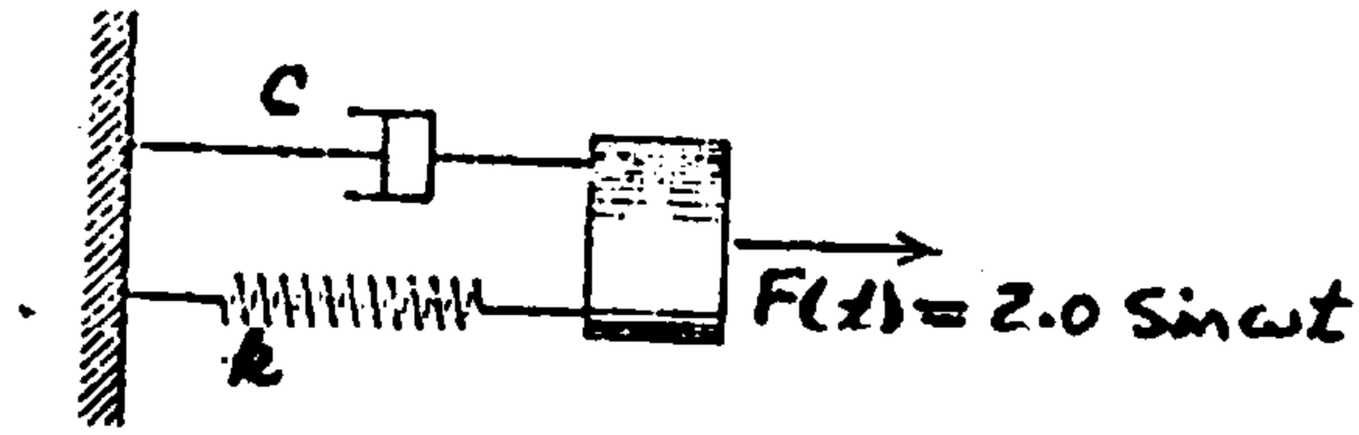
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

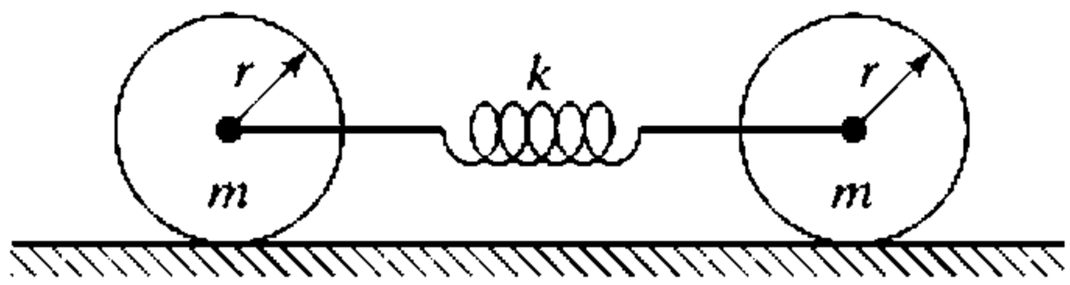
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

۳- مقادیر جرم m ، سختیk و ضریب میراییc سیستم مقابل را تعیین کنید. داده ها عبارتند از: ۲،۸۰ نمره
X دامنه حالت پایدار می باشد.

$\omega = 0$ در $X = 2$ ،$\omega = 1$ در $X_{rcs} = 10$.



۴- فرکانس های طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را به دست آورید. ۲،۸۰ نمره

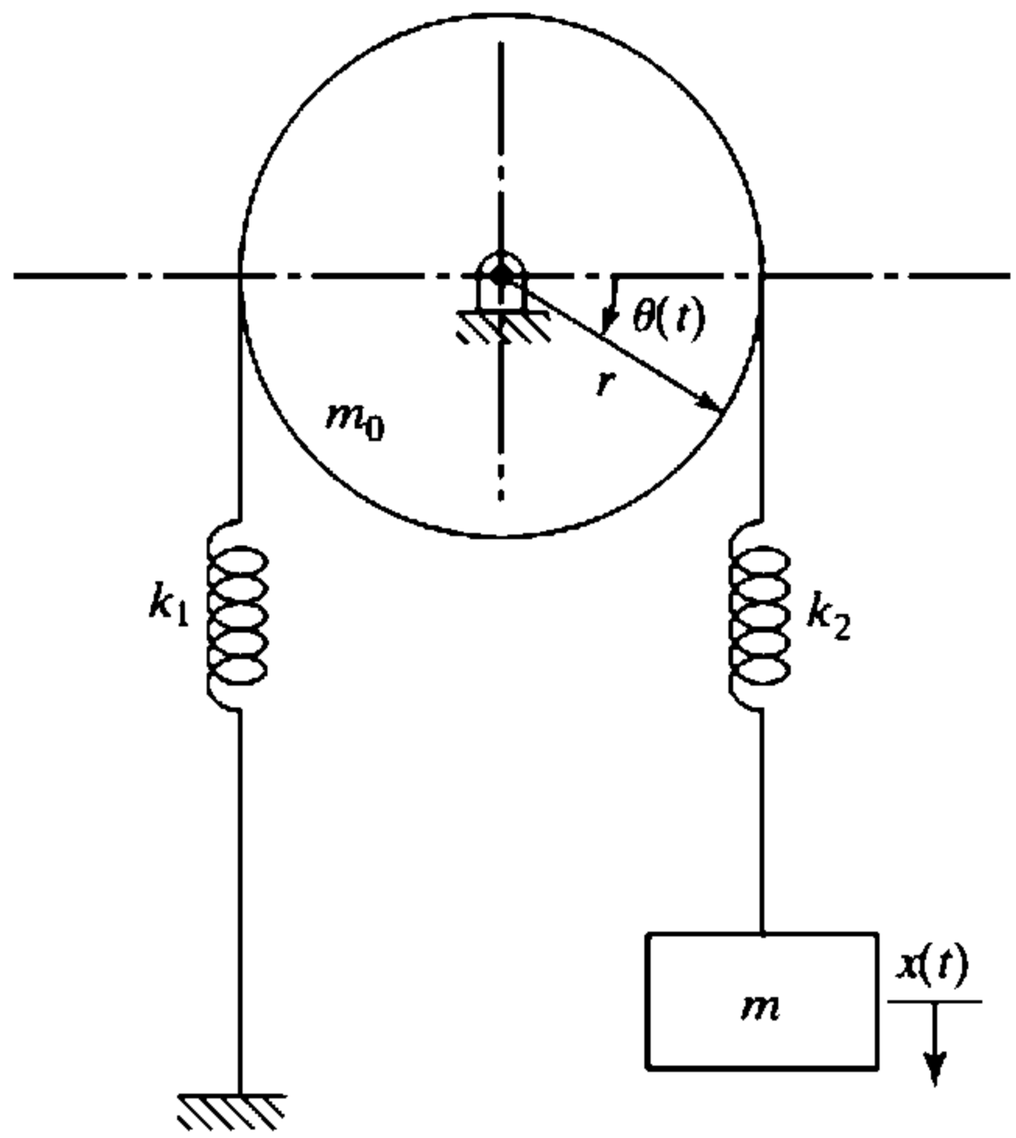


تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از روش لاگرانژ، معادله حاکم بر سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. فرض کنید طناب روی استوانه نمی لغزد. ۲،۸۰ نمره



تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن-جریه ،مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک ساخت وتولید، - مهندسی مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا - ۱۳۱۵۰۷۰

بارم هر سوال ۲/۸۰ می باشد.

$$V = V_e - V_g = \frac{1}{2}k(y-\delta_{st})^2 - \frac{1}{2}k\delta_{st}^2 - mg\left(\frac{b}{l}y\right) \quad V = \frac{1}{2}ky^2 \quad T = \frac{1}{2}m\left(\frac{b}{l}\dot{y}\right)^2$$ -۱

$$\frac{d}{dt}(T-V) = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}m\left(\frac{b}{l}\dot{y}\right)^2 - \frac{1}{2}ky^2\right] = 0$$

$$\ddot{y} - \frac{l^2}{b^2}\frac{k}{m}y = 0 \qquad \omega_n = \frac{l}{b}\sqrt{k/m}$$

-۲

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{4000}{10}} = 20 \text{ rad/s}$$

$$\delta_{st} = \frac{F_0}{k} = \frac{100}{4000} = 0.025 \text{ m}$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\sqrt{km}} = \frac{20}{2\sqrt{(4000)(10)}} = 0.05$$

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\omega_n = \sqrt{1-(0.05)^2}(20) = 19.974984 \text{ rad/s}$$

$$r = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{10}{20} = 0.5$$

$$X = \frac{\delta_{st}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2\zeta r)^2}} = \frac{0.025}{\left[(1-0.05^2)^2 + (2\cdot 0.5\cdot 0.5)^2\right]^{1/2}} = 0.03326 \text{ m} \quad \text{(E.1)}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2\zeta r}{1-r^2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2\cdot 0.05\cdot 0.5}{1-0.5^2}\right) = 3.814075^\circ \quad \text{(E.2)}$$

Using the initial conditions, $x_0 = 0.01$ and $\dot{x}_0 = 0$, Eq. (3.36) yields:

$$0.01 = X_0\cos\phi_0 + (0.03326)(0.997785)$$

$$X_0\cos\phi_0 = -0.023186 \quad \text{(E.3)}$$

$$0 = -(0.05)(20)X_0\cos\phi_0 + X_0(19.974984)\sin\phi_0 + (0.03326)(10)\sin(3.814075^\circ) \quad \text{(E.4)}$$

Substituting the value of $X_0\cos\phi_0$ from Eq. (E.3) into (E.4), we obtain

$$X_0\sin\phi_0 = -0.002268 \quad \text{(E.5)}$$

Solution of Eqs. (E.3) and (E.5) yields

$$X_0 = \left[(X_0\cos\phi_0)^2 + (X_0\sin\phi_0)^2\right]^{1/2} = 0.023297 \quad \text{(E.6)}$$

and

$$\tan\phi_0 = \frac{X_0\sin\phi_0}{X_0\cos\phi_0} = 0.0978176$$

or

$$\phi_0 = 5.586765^\circ \quad \text{(E.7)}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن–جریه ،مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک ساخت وتولید، – مهندسی مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا – ۱۳۱۵۰۷۰

-۳

$$X = \frac{F_0}{2\zeta k} \quad \text{در حالت رزوناس}$$

$$10 = \frac{2}{2\zeta k}\ , \qquad \zeta k = \frac{1}{10} \tag{a}$$

$$\frac{Xk}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + \left[2\zeta\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}}$$

در $\omega = 0$ ،

$$\frac{2k}{2} = \frac{1}{\sqrt{1}}\ , \quad k = 1 \tag{b}$$

چون $\omega/\omega_n = 1$ حالت رزونانس است پس درحالت $\omega = 1$، ω_nبایدمساوی 1 باشد.

$$\omega_n = 1, \quad \sqrt{\frac{k}{m}} = 1, \qquad \frac{1}{m} = 1, \quad m = 1$$

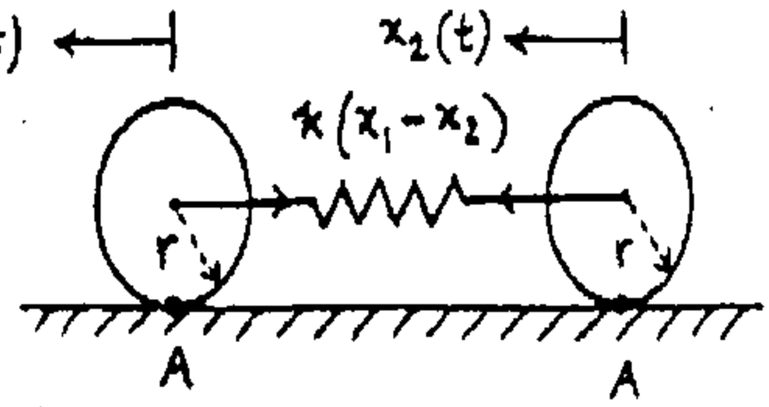
از معادلات (a) و (b)

$$\zeta = 0.1$$

یا

$$\frac{c}{2m\omega_n} = 0.1, \qquad c = 0.2$$

-۴



Equivalent mass of each cylinder for translatory motion, referred to point A, is

$$m_{eq} = \frac{J_A}{r^2} = \frac{\frac{mr^2}{2} + mr^2}{r^2} = \frac{3m}{2} = (m_1)_{eq} = (m_2)_{eq}$$

Equations of motion:

$$(m_1)_{eq}\ \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) = 0$$

$$(m_2)_{eq}\ \ddot{x}_2 - k(x_1 - x_2) = 0$$

Frequency equation:

$$\begin{vmatrix} -(m_1)_{eq}\,\omega^2 + k & -k \\ -k & -(m_2)_{eq} + k \end{vmatrix} = 0$$

or $$(m_1)_{eq}(m_2)_{eq}\,\omega^4 - \omega^2\left[(m_1)_{eq}k + (m_2)_{eq}k\right] = 0$$

$$\omega_1 = 0, \qquad \omega_2 = \sqrt{\frac{(m_1)_{eq}k + (m_2)_{eq}k}{(m_1)_{eq}(m_2)_{eq}}} = \sqrt{\frac{4k}{3m}}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن–جریه ،مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک ساخت وتولید، – مهندسی مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا – ۱۳۱۵۰۷۰

۵-

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial V}{\partial q_j} = Q^{(n)}_j, \qquad j = 1, 2, \ldots, n$$

$$Q^{(n)}_j = \sum_k \left(F_{xk} \frac{\partial x_k}{\partial q_j} + F_{yk} \frac{\partial y_k}{\partial q_j} + F_{zk} \frac{\partial z_k}{\partial q_j} \right)$$

94-95-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- تفاوت بین ارتعاشات منظم و ارتعاشات تصادفی چیست؟ یک مثال از هر کدام ذکر کنید. ۲،۸۰ نمره

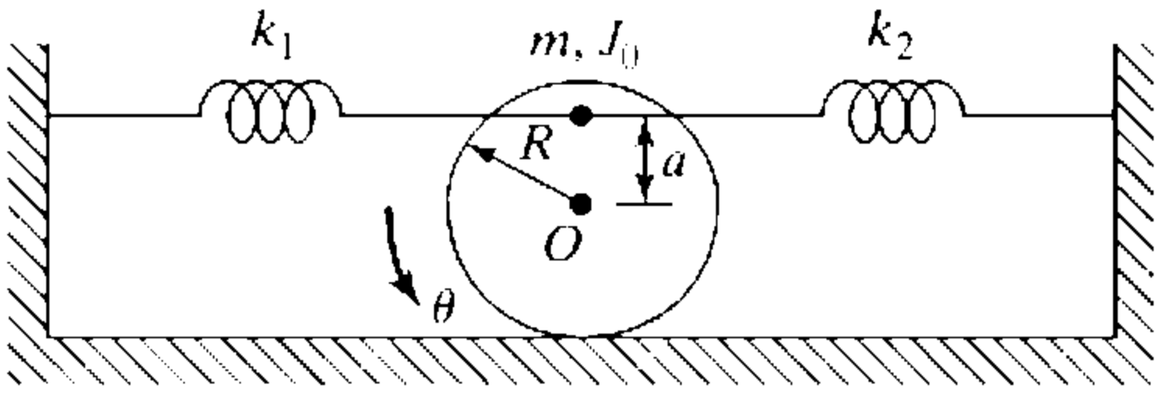
ب- کاهش جرم و کاهش سفتی چه تاثیری روی فرکانس طبیعی یک سیستم دارد؟

ج- در حالت تشدید زاویه فاز پاسخ یک سیستم میرای ویسکوز چقدر می باشد؟

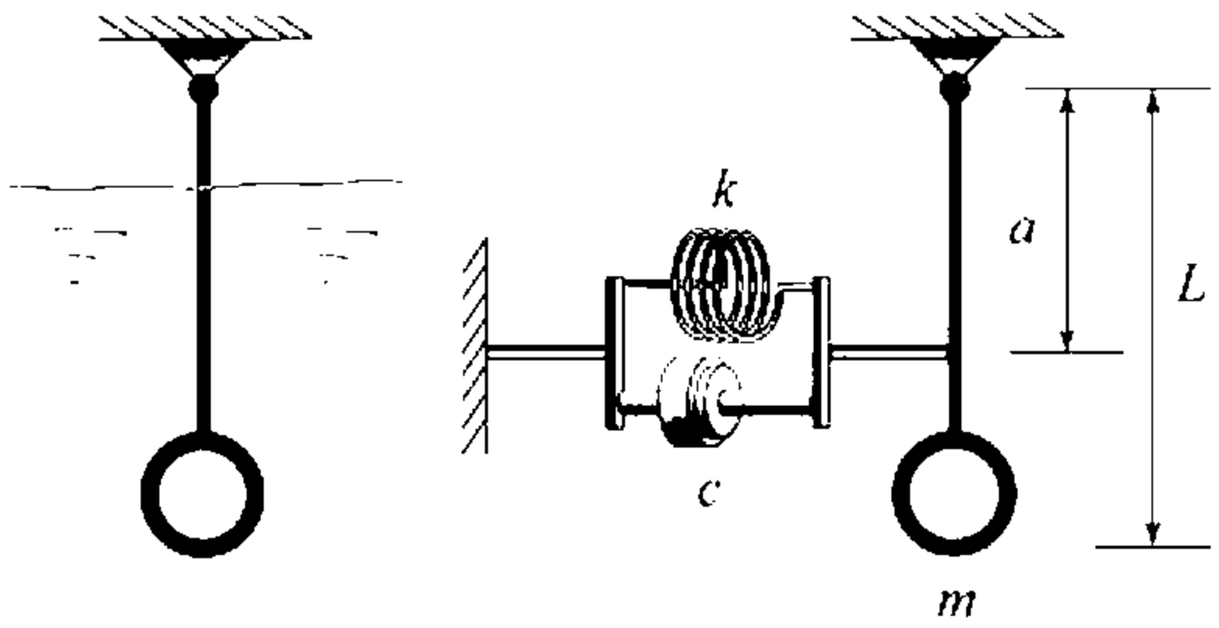
د- جفت شدگی (کوپلینگ) دینامیکی و استاتیکی چه هستند؟ چگونه می توان جفت شدگی معادله ها را از بین برد؟

ه- یک سیستم با n درجه آزادی چند فرکانس طبیعی دارد؟

و- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را به دست آورید.فرض کنید استوانه بدون لغزش می غلتد.



۲- سیستم آونگ نشان داده شده در یک سیال ویسکوز غرق شده است. اگر مقاومت سیال توسط یک فنر خطی و میراکننده ویسکوز در فاصله a از تکیه گاه مدل شود، فرکانس ارتعاش و ضریب میرایی بحرانی سیستم ارتعاشی را بیابید. فرض نوسانات کوچک را در نظر بگیرید.همچنین میله آونگ بدون جرم می باشد. ۲،۸۰ نمره

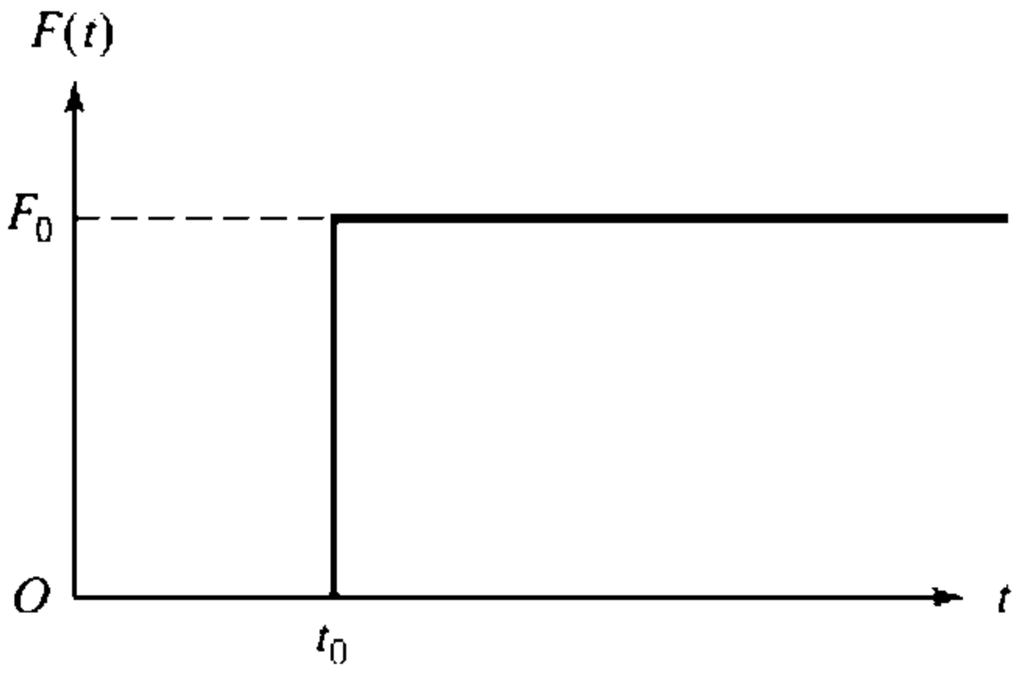


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۳- با استفاده از انتگرال کانولوشن، پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی جرم-فنر نامیرای نشان داده شده را به نیروی برانگیزش زیر بدست آورید. ۲،۸۰ نمره



۴- برای سیستم ارتعاشی شکل زیر، به ازای شرایط اولیه صفر: ۲،۸۰ نمره

الف- معادله حرکت سیستم ارتعاشی را به فرم ماتریسی بنویسید.

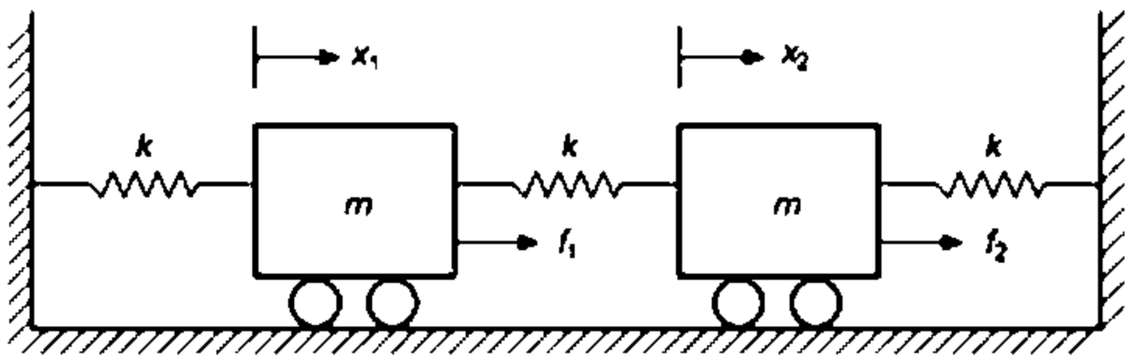
ب- فرکانس های طبیعی و شکل مدهای آن را بیابید.

ج- ویژگی تعامد شکل مدها را بررسی کنید.

د- شکل مدها را نرمالیزه کنید.

ه- معادلات حرکت سیستم را به فضای مودال ببرید و سپس پاسخ سیستم ($x(t)$) را بیابید.

$$f_1 = F_o\delta(t) \qquad f_2 = 0$$

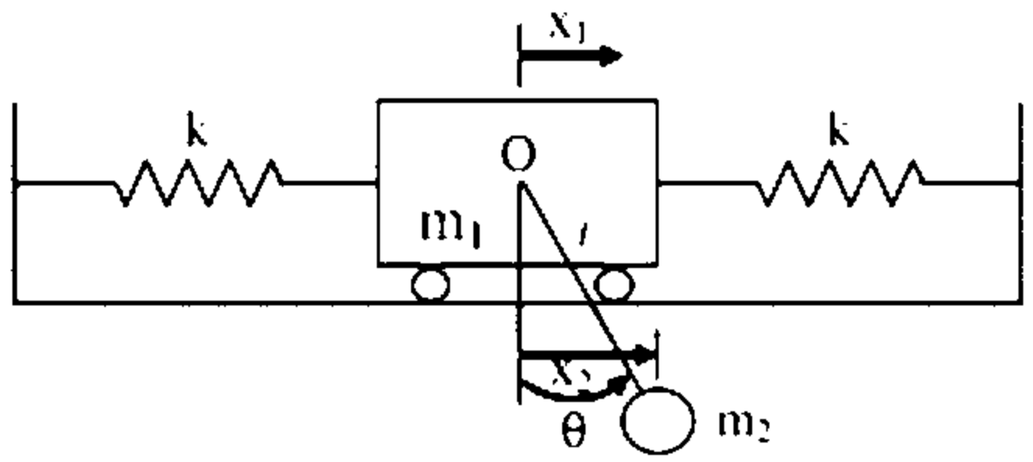


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از معادلات لاگرانژ، معادله حاکم بر حرکت سیستم ارتعاشی زیر را به دست آورید. از متغیرهای θ و x_1 برای توصیف حرکت استفاده کنید. ۲،۸۰ نمره



تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن–جریه ،مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک ساخت وتولید، – مهندسی مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا ۱۳۱۵۰۷۰

بارم هر سوال ۲/۸۰ می باشد.

۱- الف- در ارتعاشات منظم تابع نیروی تحریک معین ولی در ارتعاشات تصادفی تابع تحریک معلوم نیست. ارتعاشات در اثر نیروی زلزله از نوع ارتعاش تصادفی می باشد.

ارتعاش تصادفی می باشد.

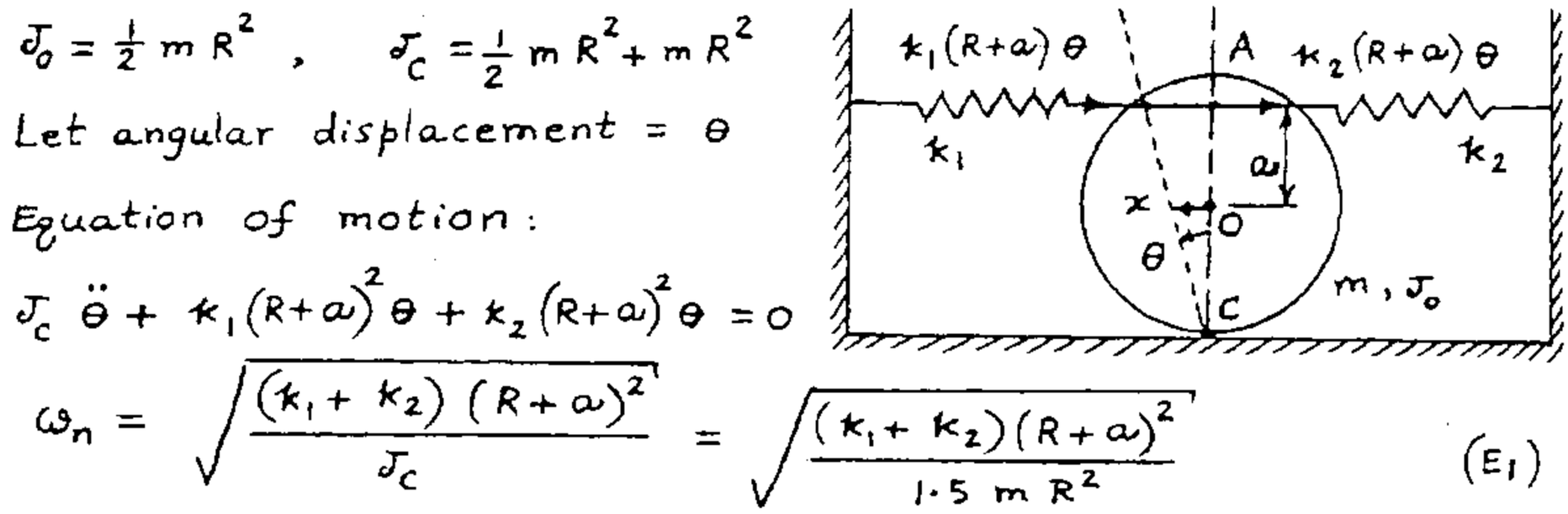
ب- طبق رابطه $\sqrt{\frac{K}{M}}$ کاهش جرم باعث افزایش و کاهش سفتی باعث کاهش فرکانس می شود.

ج-۹۰ درجه

د-اگر ماتریس جرم غیر قطری باشد جفت شدگی دینامیکی و اگر ماتریس سختی غیر قطری باشد چفت شدگی استاتیکی داریم. با استفاده از مختصات اصلی(تبدیل به فضای مودال) می توان جفت شدگی را از بین برد.

ه- n فرکانس طبیعی دارد.

و-



$J_o = \frac{1}{2} m R^2$, $J_C = \frac{1}{2} m R^2 + m R^2$

Let angular displacement = θ

Equation of motion:

$$J_C \ddot{\theta} + k_1(R+a)^2\theta + k_2(R+a)^2\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{(k_1+k_2)(R+a)^2}{J_C}} = \sqrt{\frac{(k_1+k_2)(R+a)^2}{1.5\, m R^2}} \qquad (E_1)$$

$$-mgL\theta - ka^2\theta - ca^2\dot{\theta} = mL^2\ddot{\theta} \quad _{-۲}$$

برای به دست آوردن میرایی بحرانی با استفاده از معادله مشخصه داریم:

$$\rightarrow (ca^2)^2 - 4mL^2(mgL + ka^2) = 0 \rightarrow c = c_{cr}\ mL^2\ddot{\theta} + mgL\theta + ka^2\theta + ca^2\dot{\theta} = 0$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن–جریه ،مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک ساخت وتولید، – مهندسی مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا ۱۳۱۵۰۷۰

$$x(t) = \frac{F_0}{k} \cos \omega_n(t - t_0) - \cos \omega_n t$$

-۳

$$x(t) = \frac{1}{m\omega_d} \int_0^t F(\tau)\, e^{-\zeta\omega_n(t-\tau)} \sin \omega_d(t - \tau)\, d\tau$$

-۴

$$m\ddot{x}_1 - 2kx_1 - kx_2 = 0$$
$$m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 = 0$$

$$x_i(t) = X_i \cos(\omega t + \phi): i = 1, 2$$

$$\begin{matrix} (-m\omega^2 - 2k) & (-k) \\ (-k) & (-m\omega^2 + 2k) \end{matrix} = 0$$

$$m^2\omega^4 - 4km\omega^2 - 3k^2 = 0$$

$$\omega_1 = \left\{\frac{4km - \sqrt{16k^2m^2 - 12m^2k^2}}{2m^2}\right\}^{1/2} = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad r_1 = \frac{X_2^{(1)}}{X_1^{(1)}} = \frac{-m\omega_1^2 + 2k}{k} = \frac{k}{-m\omega_1^2 - 2k} = 1$$

$$\omega_2 = \left\{\frac{4km + \sqrt{16k^2m^2 - 12m^2k^2}}{2m^2}\right\}^{1/2} = \sqrt{\frac{3k}{m}} \qquad r_2 = \frac{X_2^{(2)}}{X_1^{(2)}} = \frac{-m\omega_2^2 - 2k}{k} = \frac{k}{-m\omega_2^2 + 2k} = -1$$

$$x_1(t) = X_1^{(1)} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \phi_1\right) - X_1^{(2)} \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t - \phi_2\right)$$

$$x_2(t) = X_1^{(1)} \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t - \phi_1\right) - X_1^{(2)} \cos\left(\sqrt{\frac{3k}{m}}t - \phi_2\right)$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن–جریه ،مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک ساخت وتولید، – مهندسی مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا ۱۳۱۵۰۷۰

۵-

$$\ddot{\theta} - \left(\frac{g}{\ell}\right)\theta - \frac{\ddot{x}_1}{\ell} = 0.$$

$$(m_1 + m_2)\ddot{x}_1 + 2kx_1 - m_2\ell\ddot{\theta} = 0$$

93-94-3

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- با ذکر مثال مفهوم درجه آزادی یک سیستم دینامیکی را تشریح کنید. ۲،۸۰ نمره

ب- ارتعاش آزاد و اجباری در یک سیستم ارتعاشی به چه معناست؟

ج- اهمیت محاسبه ی فرکانس طبیعی یک سیستم ارتعاشی در چیست؟

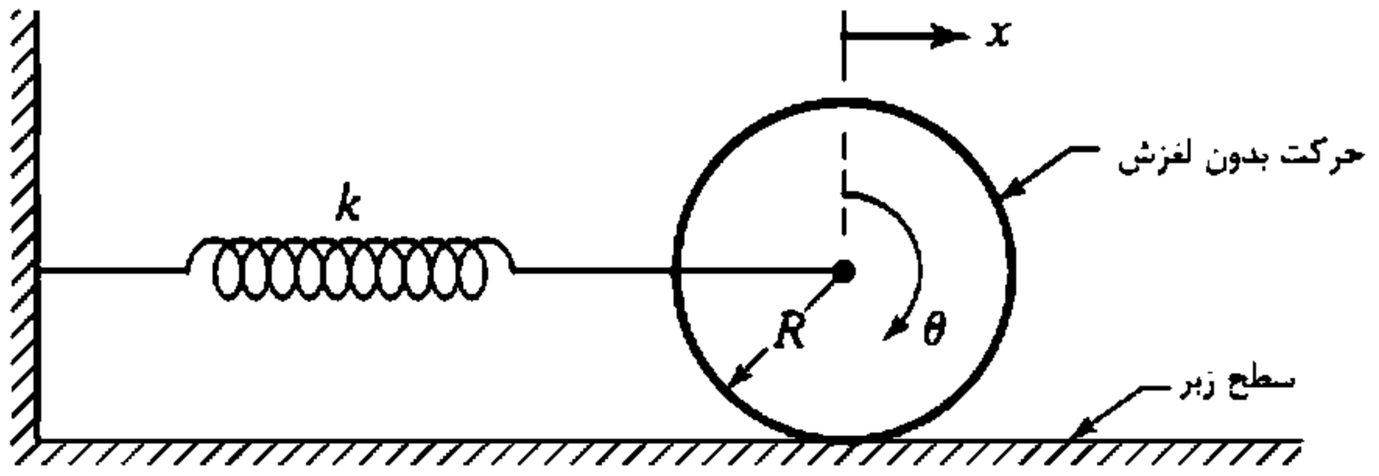
د-کاهش لگاریتمی به چه معناست؟ و کاربرد آن چیست؟

ن- سیستم ارتعاشی پیوسته و گسسته به چه معناست؟ مثال بیاورید. معادلات حاکم بر آنها به چه شکل می باشند.

و- یک سیستم با n درجه آزادی دارای چند فرکانس طبیعی می باشد؟ همچنین مفهوم شکل مد ارتعاش را به اندازه کافی تشریح کنید.

ه- مد صلب حرکت یک سیستم ارتعاشی به چه معناست؟ مثال بیاورید.

۲- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. (ممان اینرسی دیسک حول مرکز جرم آن $I_G = \frac{1}{2}mR^2$ می باشد). ۲،۸۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

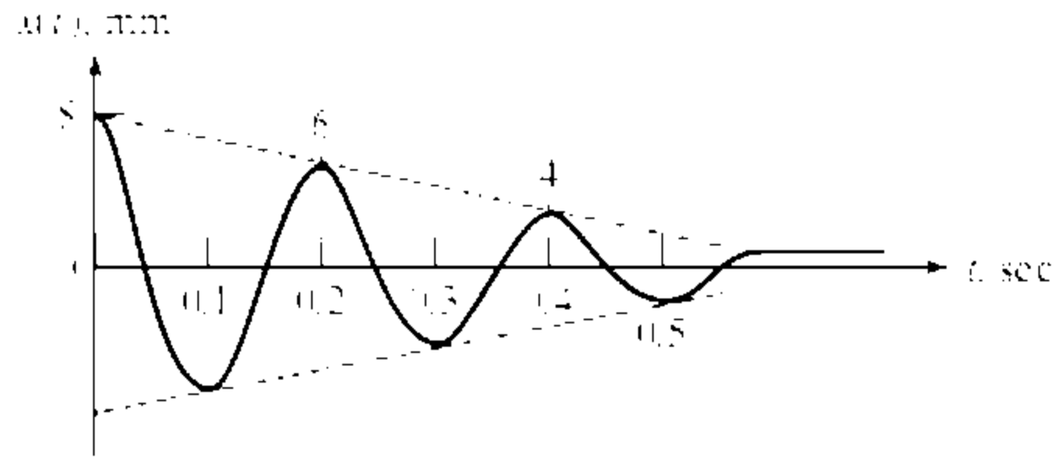
رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۳- در شکل های نشان داده شده، پاسخ های یک موتور الکتریکی به وزن $500N$ روی پایه های مختلف نشان داده شده اند. در هر حالت مطلوبست: ۲،۸۰ نمره

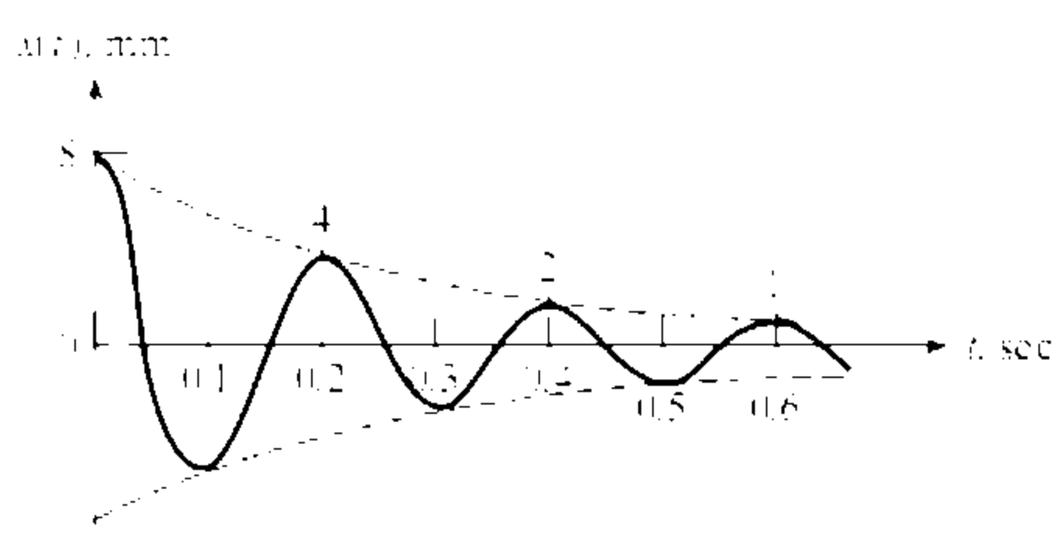
الف- نوع میرایی پایه

ب- سفتی و ثابت میرایی پایه

ج- فرکانس های طبیعی نامیرا و میرای موتور الکتریکی

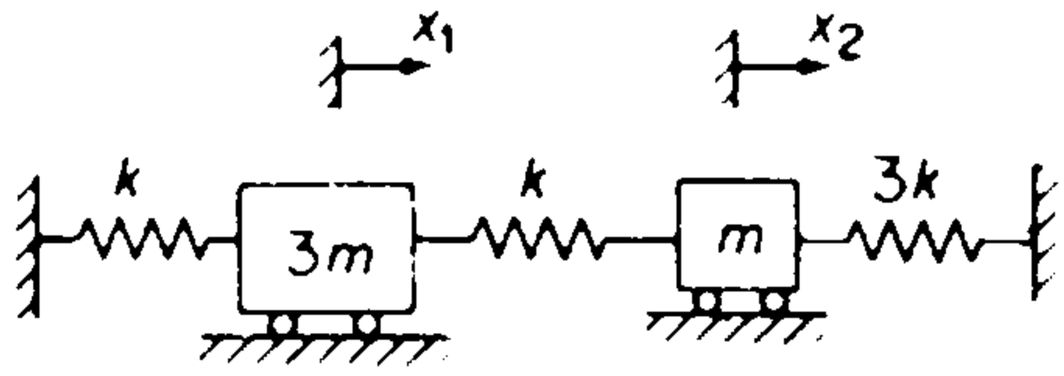


(b)



(a)

۴- معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را نوشته و فرکانس های طبیعی و شکل های مد آن را بیابید. ۲،۸۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۵- معادله ی ارتعاش سیستم دو درجه آزادی نامیرا به صورت زیر بیان شده است. با استفاده از تحلیل مدی، پاسخ این سیستم را بیابید. ($x_1(t=0)=1$ و بقیه شرایط اولیه صفر است). ۲۰،۸۰ نمره

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \vec{F} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$m_1 = 10.\ m_2 = 1.\ k_1 = 30.\ k_2 = 5.\ k_3 = 0.$$

تعداد سؤالات: تستی: **تشریحی:** ۵ **زمان آزمون (دقیقه): تستی:** **تشریحی:** ۱۲۰ **کُد سری سؤال:** یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک—ساخت وتولید، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات ، مهندسی مکانیک گرایش جامدات ، مهندسی مهندسی هوا فضا ۱۳۱۵۰۷۰

بارم هر سوال ۲/۸۰ می باشد.

۱-الف- حداقل متغیرهای مستقل لازم برای تعریف حرکت یک سیستم درجه ازادی سیستم می باشد.

ب- در ارتعاش ازاد تحریک خارجی روی سیستم وجود ندارد ولی در ارتعاش اجباری سیستم توسط نیرو یا گشتاور خارجی تحریک می شود.

ج- برای دور بودن از پدیده تشدید در حالت کاری سیستم (به منظور طراحی)

د-لگاریتم نسبت دو دامنه متوالی کاهش لگاریتمی است و از ان برای تخمین میرایی سیستم استفاده می شود.

ن- معادلات حاکم بر سیستم گسسته معادلات دیفرانسیل معمولی ولی معادلات حاکم بر سیستم پیوسته معادلات با مشتقات جزئی می باشد.

و- دارای nدرجه آزادی می باشد.

ه- در این حالت فرکانس ارتعاش صفر است و جسم همانند یک جسم صلب حرکت می کند.

-۲

$$x = R\theta \quad ,U = \frac{1}{2}kx^2 \quad K.E = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{2}mR^2\right)\theta^2 = \frac{3}{4}mx^2, \qquad \frac{d}{dt}(U + K.E) = 0 \rightarrow$$

$$\frac{3}{2}mx + kx = 0 \rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک-ساخت وتولید، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات ، مهندسی مکانیک گرایش جامدات ، مهندسی مهندسی هوا فضا ۱۳۱۵۰۷۰

(i) (a) Viscous damping, (b) Coulomb damping.

(iii) (a) $\tau_d = 0.2$ sec, $f_d = 5$ Hz, $\omega_d = 31.416$ rad/sec.
(b) $\tau_n = 0.2$ sec, $f_n = 5$ Hz, $\omega_n = 31.416$ rad/sec.

(ii) (a) $\dfrac{x_i}{x_{i+1}} = e^{\zeta \omega_n \tau_d}$

$$\ln\left(\frac{x_i}{x_{i+1}}\right) = \ln 2 = 0.6931 = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}.sp$$

or $39.9590\,\zeta^2 = 0.4804$ or $\zeta = 0.1096$

Since $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$, we find

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{31.416}{\sqrt{0.98798}} = 31.6065 \text{ rad/sec}$$

$$k = m\,\omega_n^2 = \left(\frac{500}{9.81}\right)(31.6065)^2 = 5.0916\,(10^4)\text{ N/m}$$

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{2\,m\,\omega_n}$$

Hence $c = 2\,m\,\omega_n\,\zeta = 2\,(\frac{500}{9.81})\,(31.6065)\,(0.1096) = 353.1164$ N–s/m

(b) From Eq. (2.116):

$$k = m\,\omega_n^2 = \frac{500}{9.81}\,(31.416)^2 = 5.0304\,(10^4)\text{ N/m}$$

Using $N = W = 500$ N,

$$\mu = \frac{0.002\,k}{4\,W} = \frac{(0.002)\,(5.0304\,(10^4))}{4\,(500)} = 0.0503$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: تشریحی: ۱۲۰ کُد سری سؤال: یک ۱

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن - جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک-ساخت وتولید، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات ، مهندسی مکانیک گرایش جامدات ، مهندسی مهندسی هوا فضا ۱۳۱۵۰۷۰

۴-

$$m\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\{\ddot{x}_1 \quad \ddot{x}_2\}^T + k\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 4\end{bmatrix}\{x_1 \quad x_2\}^T = \{0 \quad 0\}^T$$

$$\lambda = m\frac{\omega^2}{k} \rightarrow \begin{vmatrix}2-3\lambda & -1\\ -1 & 4-\lambda\end{vmatrix} = 0 \rightarrow 3\lambda^2 - 14\lambda + 7 = 0$$

$$\lambda = \begin{cases} 0.570 = m\frac{\omega_1}{k}^2 \rightarrow \left(\frac{X_1}{X_2}\right)_1 = 4-\lambda_1 = 0.614 \\ 4.096 = m\frac{\omega_2}{k}^2 \rightarrow \left(\frac{X_1}{X_2}\right)_2 = 4-\lambda_2 = -1.618 \end{cases}$$

۵-به حل مثال ۶-۱۵ کتاب توجه شود.

$$\omega_1 = 1.5811, \qquad \vec{X}^{(1)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} X_1^{(1)}$$

$$\omega_2 = 2.4495, \qquad \vec{X}^{(2)} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -5 \end{Bmatrix} X_1^{(2)}$$

$$\vec{X}^{(1)T} m \vec{X}^{(1)} = 1 \Rightarrow (X_1^{(1)})^2 \{1 \quad 2\} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} = 1$$

or $X_1^{(1)} = 0.2673$

$$\vec{X}^{(2)T} m \vec{X}^{(2)} = 1 \Rightarrow (X_1^{(2)})^2 \{1 \quad -5\} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -5 \end{Bmatrix} = 1$$

or $X_1^{(2)} = 0.1690$

$$[X] = \begin{bmatrix} \vec{X}^{(1)} & \vec{X}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.1690 \\ 0.5346 & -0.8450 \end{bmatrix}$$

$$\vec{x}(t) = [X] \vec{q}(t)$$

$$\ddot{\vec{q}}(t) - [\omega^2] \vec{q}(t) = \vec{Q}(t) = \vec{0} \qquad q_i(t) = q_{i0} \cos \omega_i t - \frac{\dot{q}_{i0}}{\omega_i} \sin \omega_i t$$

$$q_1(t) = 2.673 \cos 1.5811t$$

$$q_2(t) = 1.690 \cos 2.4495t$$

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.1690 \\ 0.5346 & -0.8450 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2.673 \cos 1.5811t \\ 1.690 \cos 2.4495t \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.7145 \cos 1.5811t + 0.2856 \cos 2.4495t \\ 1.4280 \cos 1.5811t - 1.4280 \cos 2.4495t \end{Bmatrix}$$

93-94-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۰ تشریحی : ۱۲۰ | سری سوال : یک ۱

عنوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

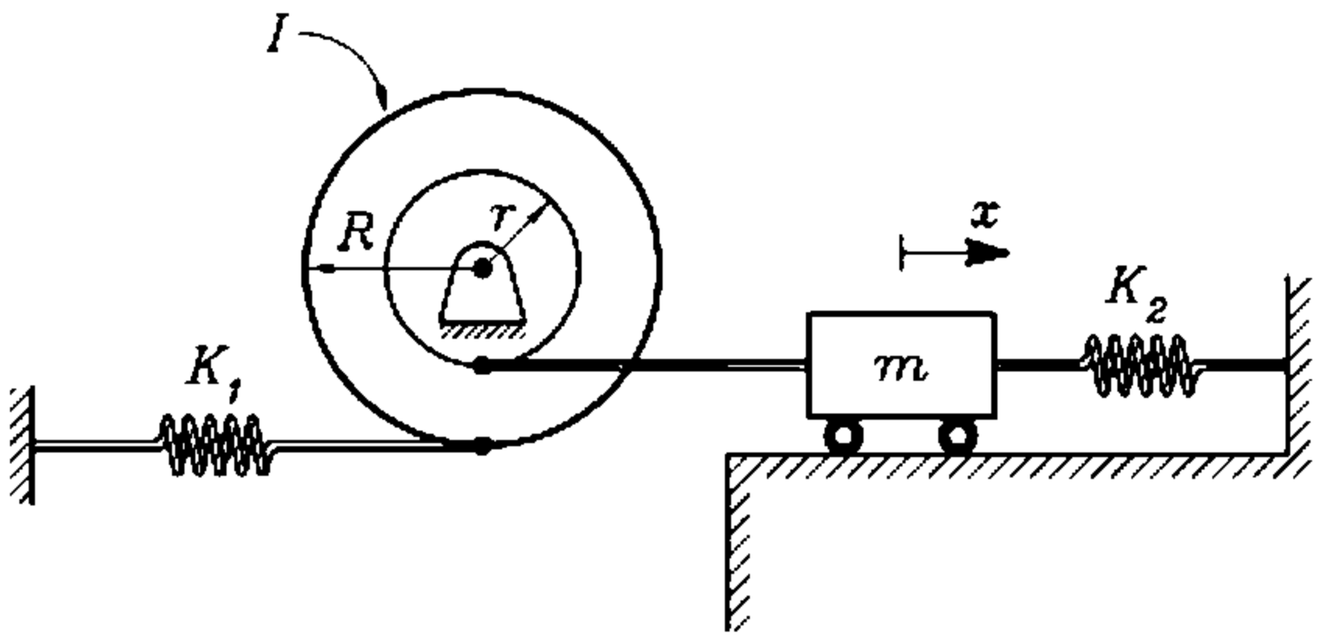
استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- از رفتار های مضر و مفید ارتعاشات مثال بیاورید. ذکر یک مثال کافی است. ۲،۸۰ نمره

ب- اهمیت محاسبه ی فرکانس طبیعی یک سیستم ارتعاشی در چیست؟

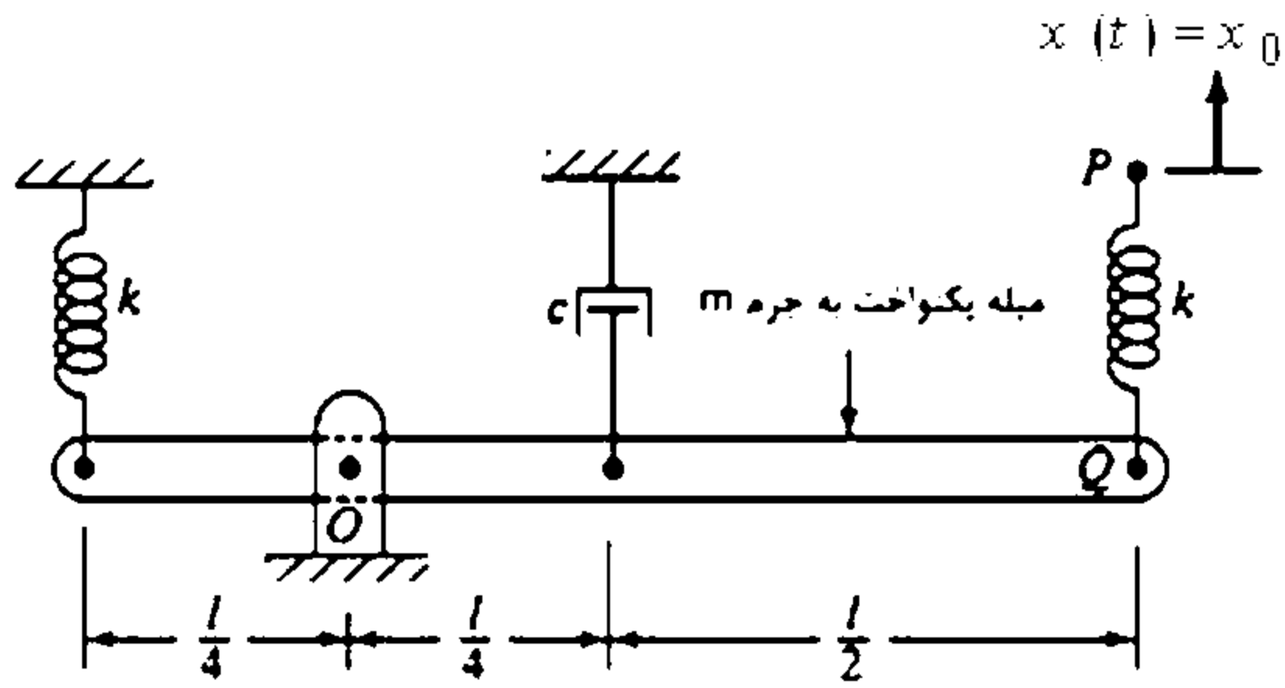
ج- کاهش لگاریتمی به چه معناست؟ و کاربرد آن چیست؟

د- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی نشان داده شده را بدست آورید.



۲- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، تغییر مکان زاویه ای پایدار میله را بیابید. ۲،۸۰ نمره

m , $k = 1\,000 N/m$, $c = 500 N-s/m$, $m = 10 kg$, $x_0 = 1 cm$, $and\ \omega = 10 rad/s$.



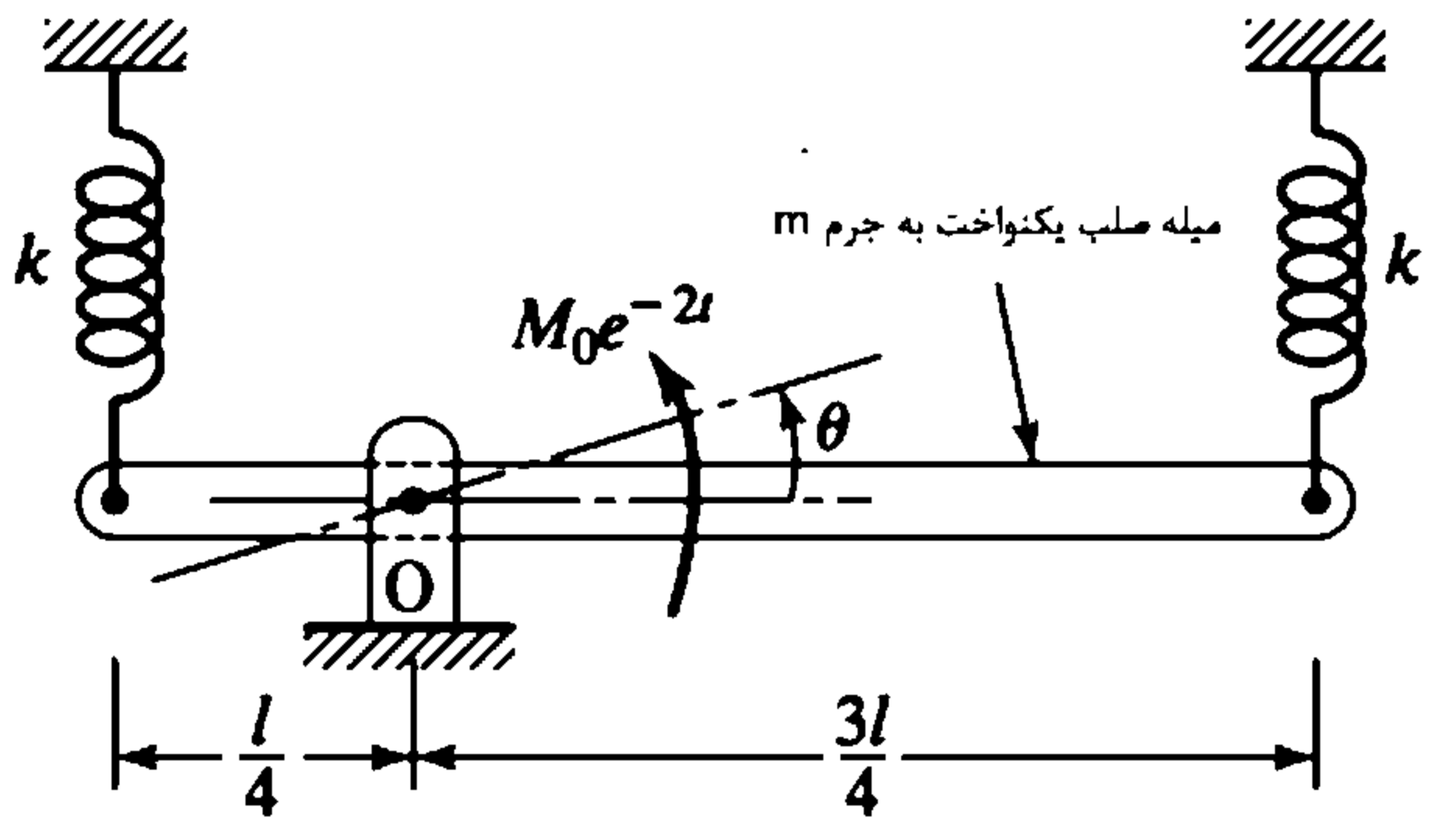
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۳- با استفاده از انتگرال کانولوشن، پاسخ میله صلب نشان داده شده را بیابید. ۲،۱۰ نمره

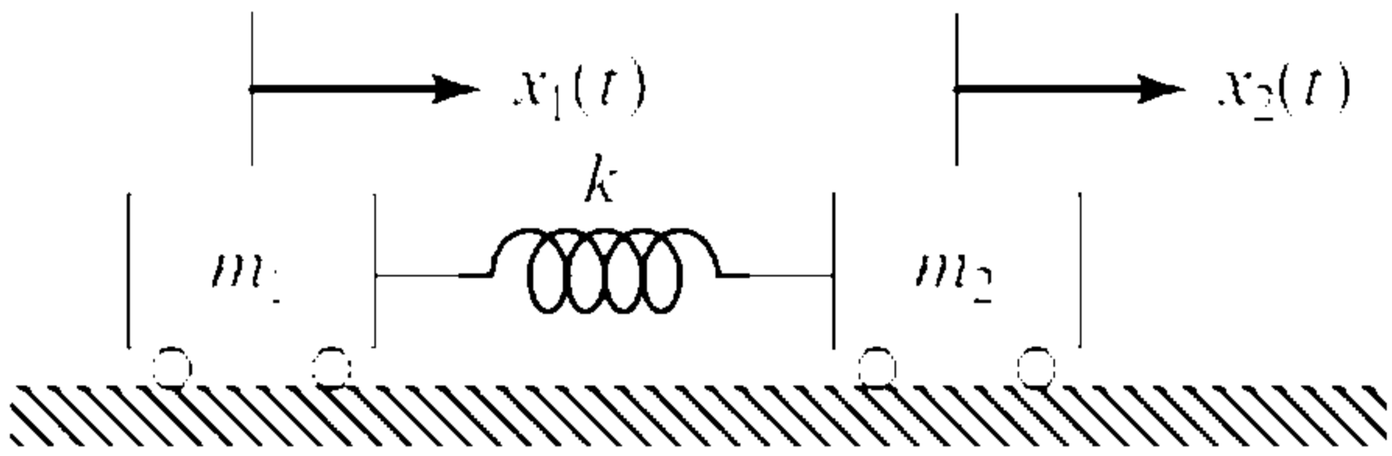
$k = 5000N/m, l = 1\,m, m = 10kg, M_0 = 100N - m.$



۴- مطابق شکل دو واگن به جرم های m_1 و m_2 توسط فنری با ثابت K به هم متصل شده اند. ۳،۵۰ نمره

الف- فرکانس های طبیعی و شکل های مد سیستم ارتعاشی را بدست آورید.

ب- اگر واگن به جرم m_1 تحت ضربه ی $F_0\delta(t)$ قرار گیرد، با استفاده از تبدیل لاپلاس پاسخ واگن ها بیابید.



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۵- معادله ی ارتعاش سیستم دو درجه آزادی نامیرا به صورت زیر بیان شده است. با استفاده از تحلیل مدی، پاسخ این سیستم را بیابید. ($x_1(0)=1$ و بقیه شرایط اولیه صفراست). ۲،۸۰ نمره

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}+\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2+k_3 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}=\vec{F}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$x_1(0)=1 \quad \underline{x}(0)\begin{Bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \dot{\vec{x}}(0)\begin{Bmatrix} \dot{x}_1(0) \\ \dot{x}_2(0) \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$m1=10, m_2=1, k1=30, k2=5, k3=0,$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت وسیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه آهن-جریه-خودرو- ۱۳۱۵۰۷۰

بارم هر سوال ۲/۸۰ می باشد.

۱-

الف- رفتار مفید: شنیدن با ارتعاش پرده گوش می باشد. تنفس با نوسان ریه ها می باشد.

رفتار مضر: شکست محور روتور به دلیل نامیزانی - شکست پل ها به دلیل پدیده تشدید

ب-طراحی باشد طوری باشد تا فرکانس نیروی تحریک دور از فرکانس طبیعی سیستم باشد تا پدیده تشدید رخ ندهد.

ج-کاهش لگاریتمی آهنگ کاهش دامنه ارتعاشات آزاد میرا را نشان می دهد و با استفاده از آن می توان میرایی سیستم را اندازه گرفت.

د-

$$K.E = \frac{1}{2}mx^{2} - \frac{1}{2}I\theta^{2} \qquad U = \frac{1}{2}K_{1}(R\theta)^{2} - \frac{1}{2}(x)^{2} \qquad x = r\theta \rightarrow$$

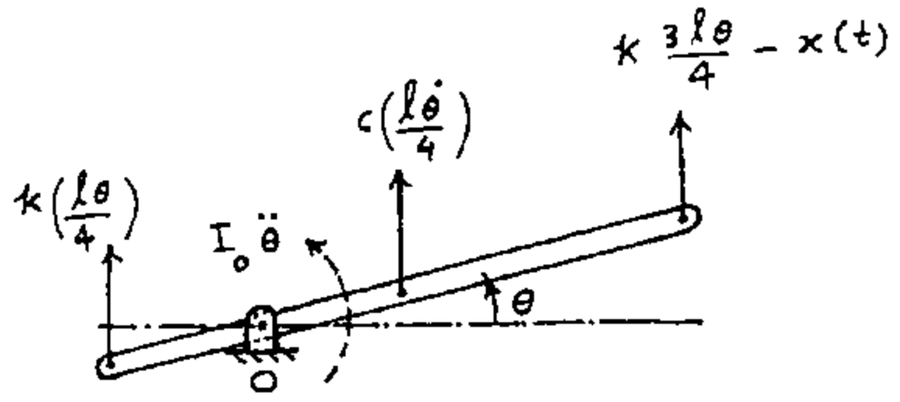
$$K.E = \frac{1}{2}m(r\theta)^{2} - \frac{1}{2}I\theta^{2} \qquad U = \frac{1}{2}K_{1}(R\theta)^{2} - \frac{1}{2}(r\theta)^{2}$$

$$\frac{d}{dt}(K.E - U) = 0 \rightarrow mr^{2}\theta\,\theta - I\theta\,\theta - K_{1}R^{2}\theta\,\theta - K_{2}r^{2}\theta\,\theta = 0 \rightarrow \omega_{n} = \sqrt{\frac{K_{1}R^{2} - K_{2}r^{2}}{mr^{2} - I}}$$

$$I_0\,\ddot{\theta} = -k\,\frac{\ell\,\theta}{4}\,(\frac{\ell}{4}) - c\,\frac{\ell}{4}\,\dot{\theta}\,(\frac{\ell}{4}) - k\left|\frac{3\,\ell}{4}\,\theta - x(t)\right|\,\frac{3\,\ell}{4}$$

$$\text{i.e.,}\quad I_0\,\ddot{\theta} + \frac{1}{16}\,c\,\ell^2\,\dot{\theta} + \frac{5}{8}\,k\,\ell^2 = \frac{3}{4}\,k\,\ell\,x(t) = \frac{3}{4}\,k\,\ell\,x_0\sin\omega\,t \qquad (1)$$

$$\text{where}\quad I_0 = \frac{1}{12}\,m\,\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{7}{48}\,m\,\ell^2 = \frac{7}{48}\,(10)\,(1^2) = 1.4583\ \text{kg—m}^2 \qquad (2)$$



Using given data, Eq. (1) can be expressed as

$$1.4583\,\ddot{\theta} + \frac{1}{16}\,(500)\,(1^2)\,\dot{\theta} + \frac{5}{8}\,(1000)\,(1^2)\,\theta = \frac{3}{4}\,(1000)\,(1)\,(0.01)\sin 10\,t$$

$$\text{i.e.,}\quad 1.4583\,\ddot{\theta} + 31.25\,\dot{\theta} + 625.0\,\theta = 7.5\sin 10\,t \qquad (3)$$

Steady state angular displacement of the bar is given by Eq. (3.28) with:

$$\Theta = \frac{7.5}{\left\{\left[625.0 - 1.4583\,(10^2)\right]^2 + 31.25^2\,(10^2)\right\}^{\frac{1}{2}}} = 0.01311\ \text{rad}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{31.25\,(10)}{625.0 - 1.4583\,(10^2)}\right) = 0.5779\ \text{rad}$$

$$\therefore\ \theta(t) = \Theta\sin(\omega\,t - \phi) = 0.01311\sin(10\,t - 0.5779)\ \text{rad}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

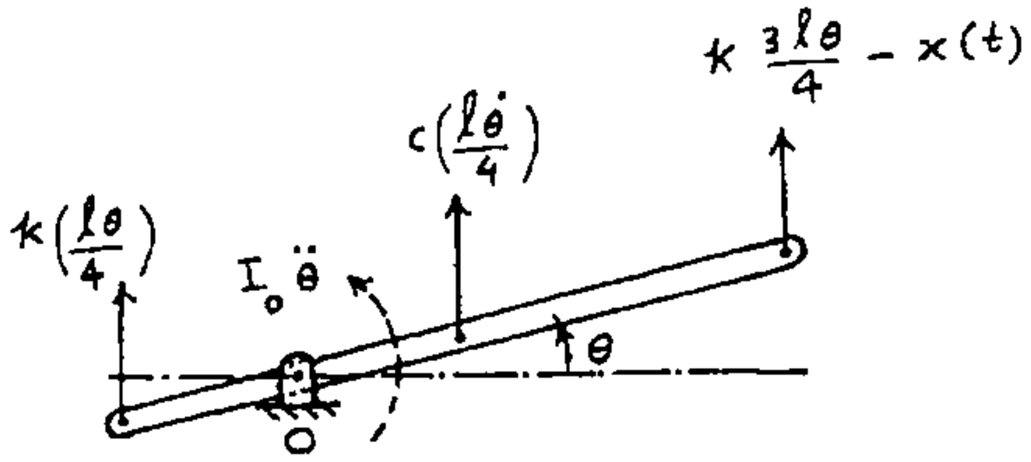
رشته تحصیلی /کد درس : مهندسی هوافضا-مکانیکها حرارت وسیالات-جامدات-ساخت و تولید-رباتیک-مهندسی راه آهن-جریه-خودرو- ۱۳۱۵۰۷۰

-۳

$$I_0\,\ddot{\theta} = -k\,\frac{\ell\,\theta}{4}\,(\frac{\ell}{4}) - c\,\frac{\ell}{4}\,\dot{\theta}\,(\frac{\ell}{4}) - k\left|\frac{3\,\ell}{4}\,\theta - x(t)\right|\,\frac{3\,\ell}{4}$$

$$\text{i.e.,}\quad I_0\,\ddot{\theta} + \frac{1}{16}\,c\,\ell^2\,\dot{\theta} + \frac{5}{8}\,k\,\ell^2 = \frac{3}{4}\,k\,\ell\,x(t) = \frac{3}{4}\,k\,\ell\,x_0\sin\omega\,t \qquad (1)$$

$$\text{where}\quad I_0 = \frac{1}{12}\,m\,\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 = \frac{7}{48}\,m\,\ell^2 = \frac{7}{48}\,(10)\,(1^2) = 1.4583\ \text{kg-m}^2 \qquad (2)$$



Using given data, Eq. (1) can be expressed as

$$1.4583\,\ddot{\theta} + \frac{1}{16}\,(500)\,(1^2)\,\dot{\theta} + \frac{5}{8}\,(1000)\,(1^2)\,\theta = \frac{3}{4}\,(1000)\,(1)\,(0.01)\sin 10\,t$$

$$\text{i.e.,}\quad 1.4583\,\ddot{\theta} + 31.25\,\dot{\theta} + 625.0\,\theta = 7.5\sin 10\,t \qquad (3)$$

Steady state angular displacement of the bar is given by Eq. (3.28) with:

$$\Theta = \frac{7.5}{\left\{\left[625.0 - 1.4583\,(10^2)\right]^2 + 31.25^2\,(10^2)\right\}^{\frac{1}{2}}} = 0.01311\ \text{rad}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{31.25\,(10)}{625.0 - 1.4583\,(10^2)}\right) = 0.5779\ \text{rad}$$

$$\therefore\ \theta(t) = \Theta\sin(\omega\,t - \phi) = 0.01311\sin(10\,t - 0.5779)\ \text{rad}$$

۴- صفحه ی ۳۱۰ کتاب نیز توجه شود

$$m_1\ddot{x}_1 - k(x_1 - x_2) = 0 \qquad (-m_1\omega^2 - k)X_1 - kX_2 = 0$$

$$m_2\ddot{x}_2 - k(x_2 - x_1) = 0 \qquad -kX_1 + (-m_2\omega^2 + k)X_2 = 0$$

$$\omega^2\left[m_1m_2\omega^2 - k(m_1 - m_2)\right] = 0 \qquad \omega_1 = 0 \quad \text{and} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k(m_1 - m_2)}{m_1m_2}}$$

$$\begin{bmatrix} (-m_1\omega^2 - k) & -k \\ -k & (-m_2\omega^2 - k) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}^{(1)} = a_1 \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \qquad \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix}^{(2)} = a_2 \begin{Bmatrix} 1 \\ -0.5 \end{Bmatrix}$$

۵-

$$\overline{X}^{(1)^T}[m]\overline{X}^{(1)} = 1 \Rightarrow (X_1^{(1)})^2 \{1 \quad 2\} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \end{Bmatrix} = 1$$

or $X_1^{(1)} = 0.2673$

$$\overline{X}^{(2)^T}[m]\overline{X}^{(2)} = 1 \Rightarrow (X_1^{(2)})^2 \{1 \quad -5\} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -5 \end{Bmatrix} = 1$$

or $X_1^{(2)} = 0.1690$

Thus the modal matrix becomes

$$[X] = \begin{bmatrix} \overline{X}^{(1)} & \overline{X}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.1690 \\ 0.5346 & -0.8450 \end{bmatrix}$$

Using

$$\vec{x}(t) = [X]\vec{q}(t)$$

Equation (E.1) can be expressed as (see Eq. (6.112)):

$$\ddot{\vec{q}}(t) + [\omega^2]\vec{q}(t) = \vec{Q}(t) = \vec{0}$$

$$\ddot{q}_i(t) + \omega_i^2 q_i(t) = 0, \qquad i = 1, 2 \qquad q_i(t) = q_{i0} \cos \omega_i t + \frac{\dot{q}_{i0}}{\omega_i} \sin \omega_i t$$

$$\vec{q}(0) = \begin{Bmatrix} q_{10}(0) \\ q_{20}(0) \end{Bmatrix} = [X]^T[m]\,\vec{x}(0)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.5346 \\ 0.1690 & -0.8450 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2.673 \\ 1.690 \end{Bmatrix}$$

$$\dot{\vec{q}}(0) = \begin{Bmatrix} \dot{q}_{10}(0) \\ \dot{q}_{20}(0) \end{Bmatrix} = [X]^T[m]\dot{\vec{x}}(0) = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$q_1(t) = 2.673 \cos 1.5811t$$

$$q_2(t) = 1.690 \cos 2.4495t$$

Using Eqs. (E.4), we obtain the displacements of the masses m_1 and m_2 as

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.2673 & 0.1690 \\ 0.5346 & -0.8450 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 2.673 \cos 1.5811t \\ 1.690 \cos 2.4495t \end{Bmatrix}$$

or

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.7145 \cos 1.5811t + 0.2856 \cos 2.4495t \\ 1.4280 \cos 1.5811t - 1.4280 \cos 2.4495t \end{Bmatrix}$$

93-94-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** یک ۱

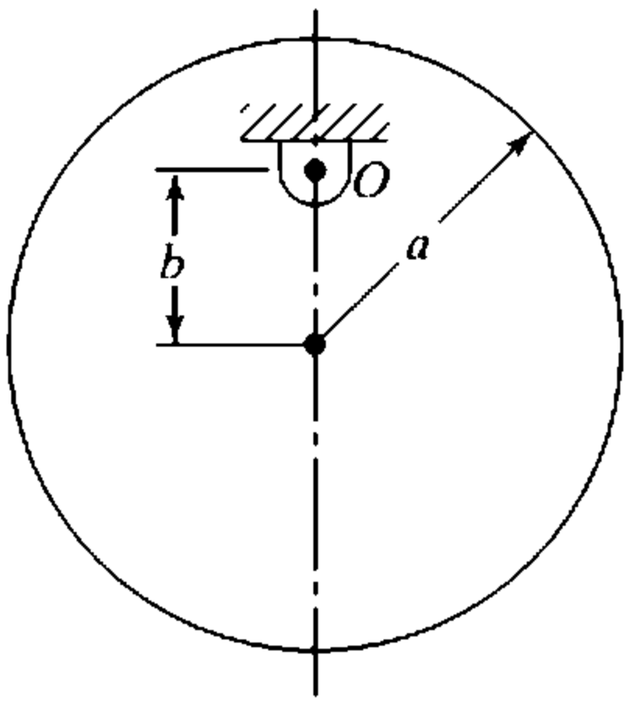
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : - مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی هوا فضا هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- ارتعاش آزاد و ارتعاش اجباری و پدیده تشدید در یک سیستم ارتعاشی به چه معناست؟ ۲،۸۰ نمره

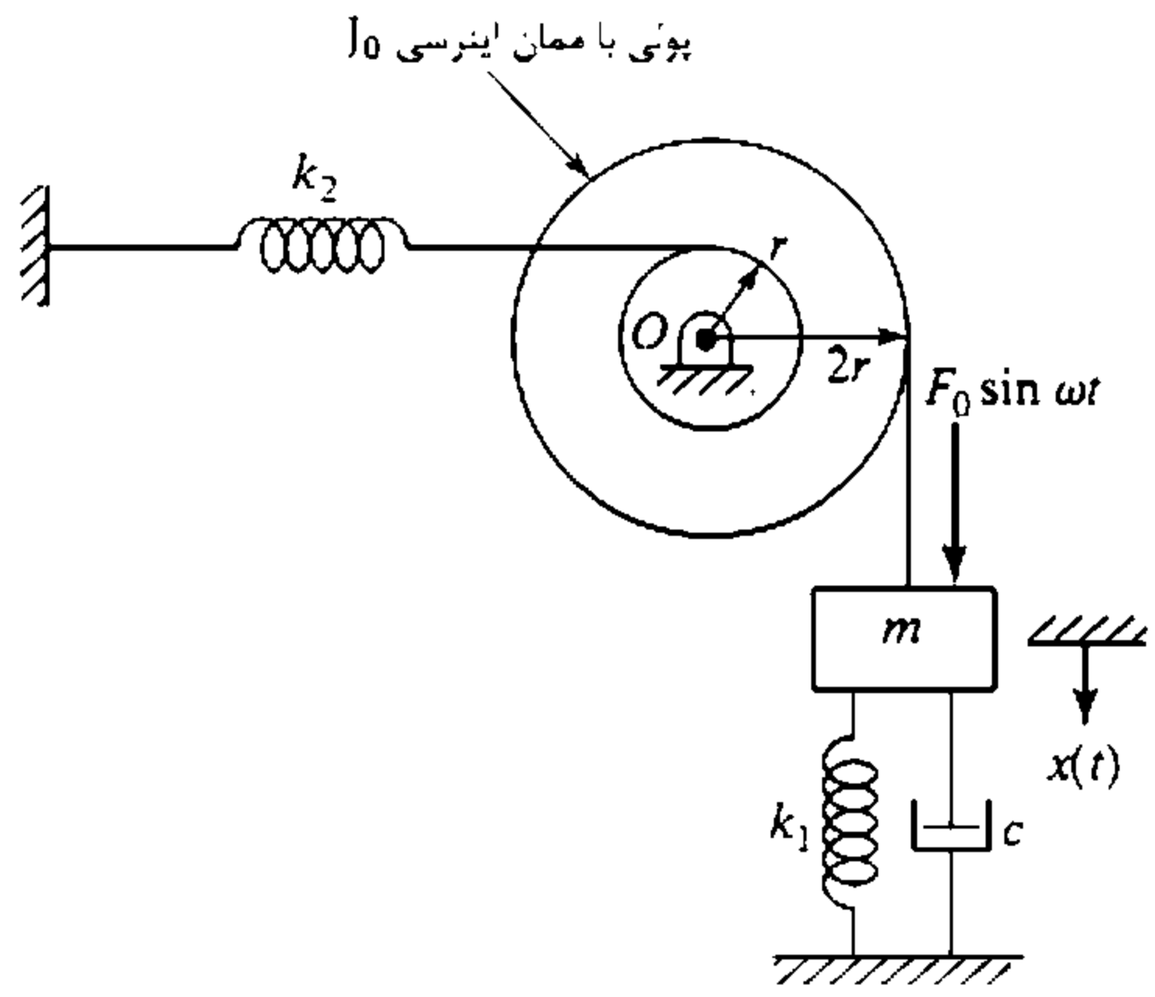
ب- یک دیسک دایره ای یکنواخت به جرم m ، در نقطه O لولا شده است. فرکانس طبیعی این سیستم را بیابید. همچنین مقدار b را طوری بدست آورید تا فرکانس نوسان به ماکزیمم مقدار خود برسد.



۲- پاسخ حالت پایدار سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. ۲،۸۰ نمره

$$k_1 = 1000N/m\ ,\ k_2 = 500N/m\ ,\ c = 500N-s/m,$$

$$m = 10kg\ ,\ r = 5cm\ ,\ J_0 = 1kg-m^2, F_0 = 50N\ ,\ \omega = 20rad/s.$$

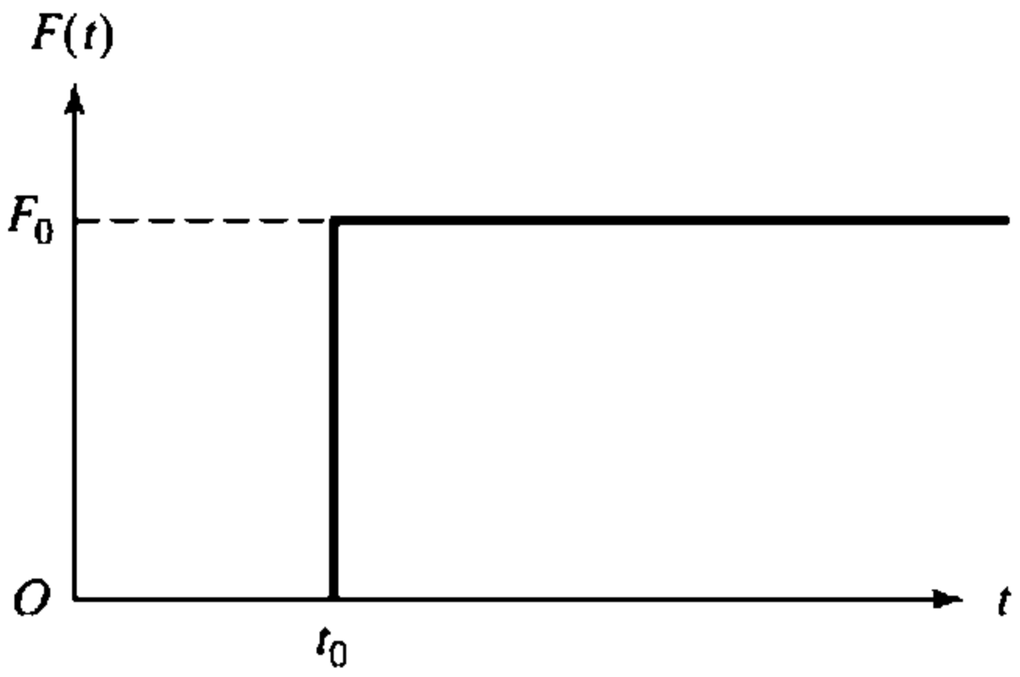


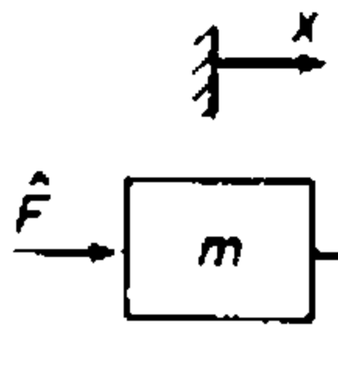
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳- پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی جرم-فنر نامیرا نشان داده شده را به نیروی برانگیزش زیر بدست آورید. ۲،۸۰ نمره





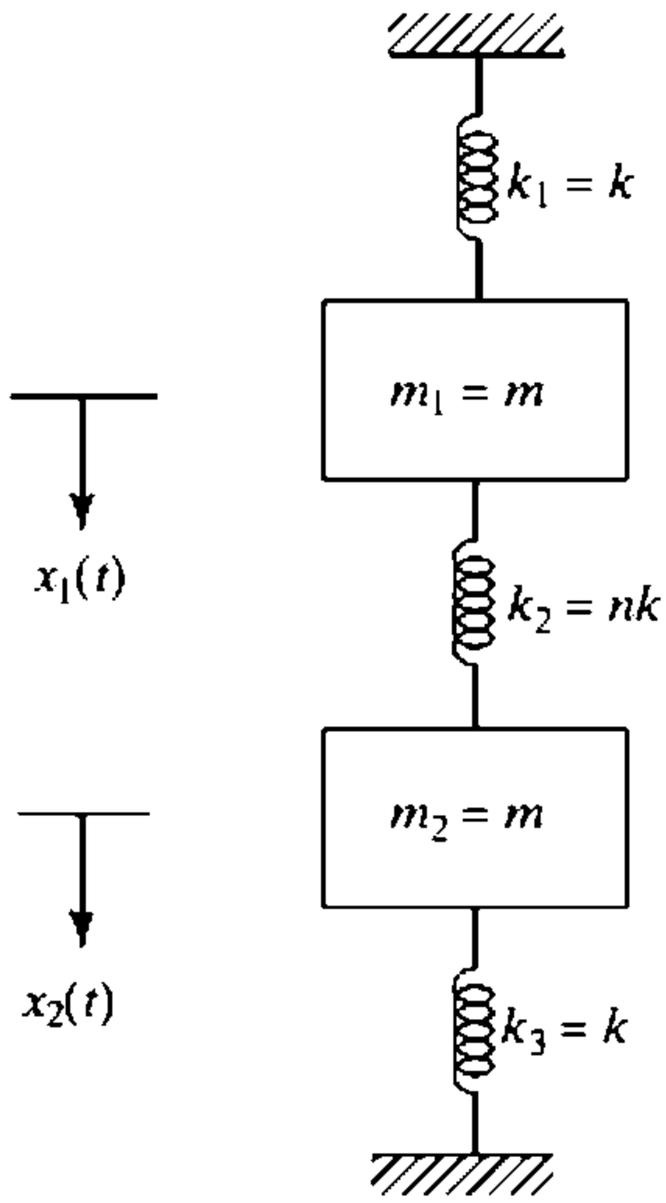
تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۴- الف- یک سیستم با n درجه آزادی چند فرکانس طبیعی دارد؟ ۲،۸۰ نمره

ب- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، معادله حرکت سیستم را نوشته و فرکانس های طبیعی و شکل مدهای آن را بیابید. ($n=1$)

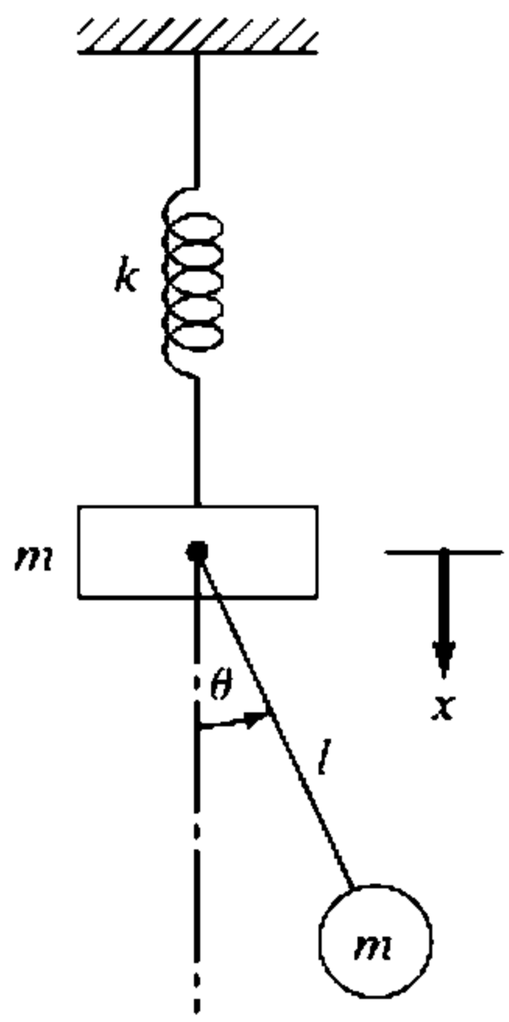


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی خودرو، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی هوا فضا - هوا فضا، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از روش لاگرانژ، معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. (از مختصات عمومی x و θ استفاده کنید). ۲،۸۰ نمره



تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید ، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی راه آهن – جریه - مهندسی خودرو ، مهندسی هوافضا مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۱ -

الف-ارتعاشی که در غیاب برانگیزش خارجی باشد ارتعاش آزاد و ارتعاش تحت تاثیر نیروی های خارجی را ارتعاش اجباری می نامیم. همچنین اگر فرکانس نیروی تحریک به فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی نزدیک باشد پدیده تشدید اتفاق می افتد.

ب-

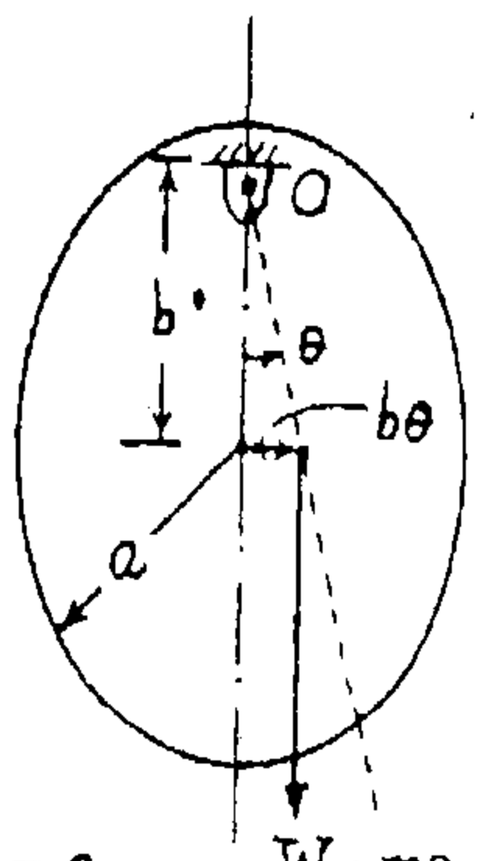
$$J_0 = J_G + mb^2 = \frac{1}{2}ma^2 + mb^2$$

Equation of motion:

$$J_0\,\ddot{\theta} + mgb\,\theta = 0$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{mgb}{J_0}} = \sqrt{\frac{2gb}{a^2+2b^2}}$$

$$\frac{\partial \omega_n}{\partial b} = \frac{1}{2}\left(\frac{2gb}{a^2+2b^2}\right)^{-\frac{1}{2}}\left\{\frac{(a^2+2b^2)(2g)-2gb(4b)}{(a^2+2b^2)^2}\right\} = 0$$



i.e., $b = \pm \frac{a}{\sqrt{2}}$

$$\omega_n\Big|_{b=+a/\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2g\,\frac{a}{\sqrt{2}}}{a^2+2(a^2/2)}} = \sqrt{\frac{g}{\sqrt{2}\,a}}$$

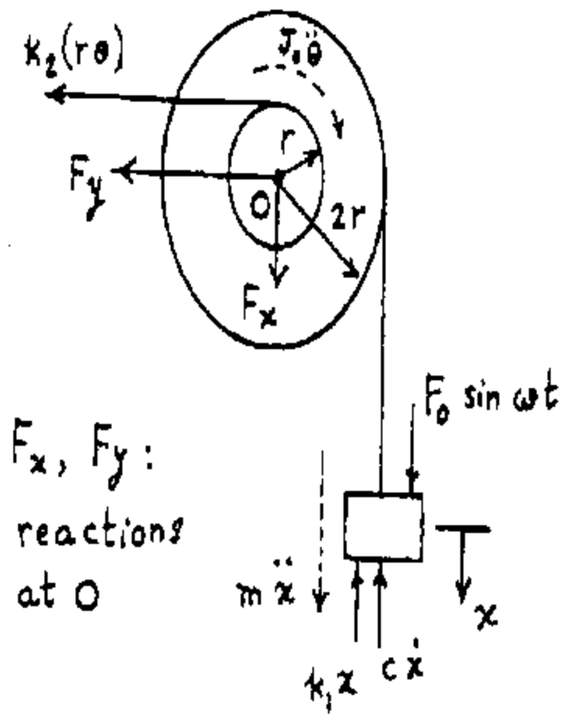
$b = -a/\sqrt{2}$ gives imaginary value for ω_n.

Since $\omega_n = 0$ when $b = 0$, we have $\omega_n|_{max}$ at $b = \frac{a}{\sqrt{2}}$.

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید ، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی راه آهن – جریه - مهندسی خودرو ، مهندسی هوافضا مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰



Equation of motion for rotation of pulley about O:

$$-k_2(\theta r)r - J_0\ddot{\theta} - k_1 x(2r) - c\dot{x}(2r) + F_0 \sin \omega t\,(2r) - m\ddot{x}(2r) = 0 \quad (1)$$

where $\theta = x/(2r)$. Equation (1) can be rearranged as:

$$\left(\frac{J_0}{2r} + 2mr\right)\ddot{x} + 2cr\dot{x} + \left(2k_1 r + \frac{1}{2}k_2 r\right)x = 2rF_0 \sin \omega t \quad (2)$$

For given data, Eq. (2) becomes

$$11\ddot{x} + 50\dot{x} + 112.5x = 5 \sin 20t \quad (3)$$

Steady state response is given by Eq. (3.25):

$$x_p(t) = X \cos(\omega t - \phi)$$

where $X = \dfrac{5}{\left[\left\{112.5 - 11(20^2)\right\}^2 + \left\{50(20)\right\}^2\right]^{\frac{1}{2}}} = 0.001136$ m

and $\phi = \tan^{-1}\left(\dfrac{50(20)}{112.5 - 11(20^2)}\right) = -0.2291$ rad $= -13.1287^\circ$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات ، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید ، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی راه آهن – جریه - مهندسی خودرو ، مهندسی هوافضا مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۳ –
به مثال حل شده صفحات ۲۴۰-۲۴۱ کتاب مراجعه شود.
۴ –
n فرکانس طبیعی دارد.
ب- به مثال حل شده صفحه ۲۹۵ کتاب توجه شود.
۵-
تمرین صفحه ۴۰۳ کتاب

92-93-3

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

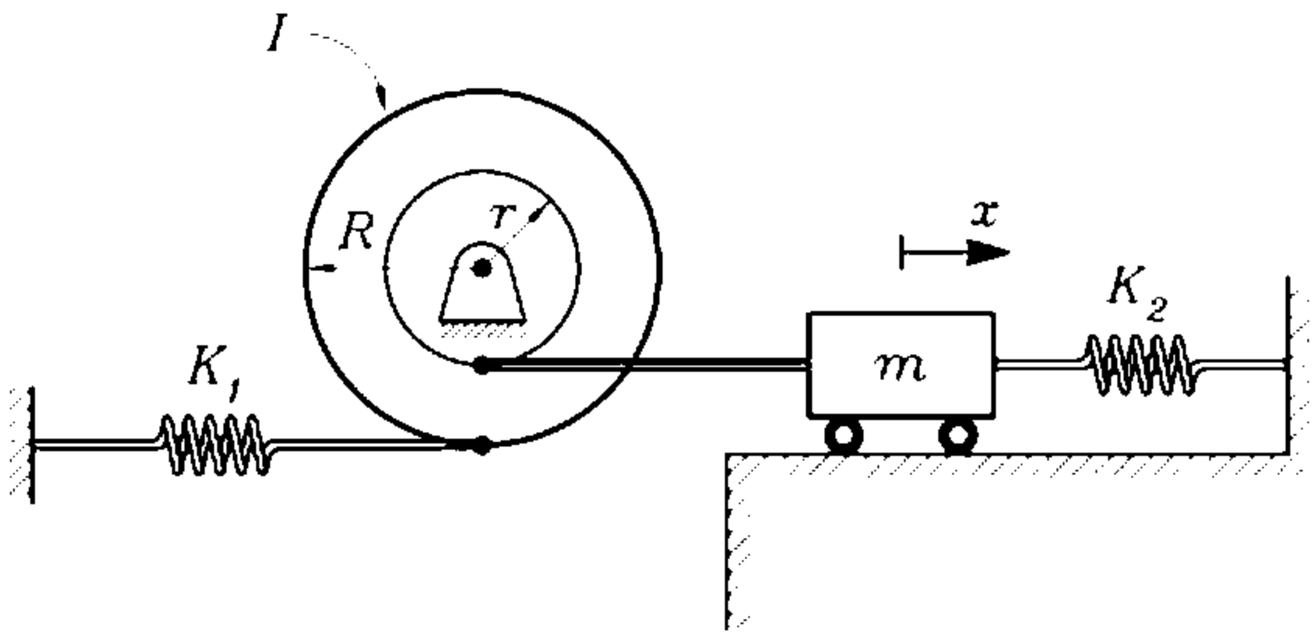
استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، مطلوبست محاسبه ی: ۲،۸۰ نمره

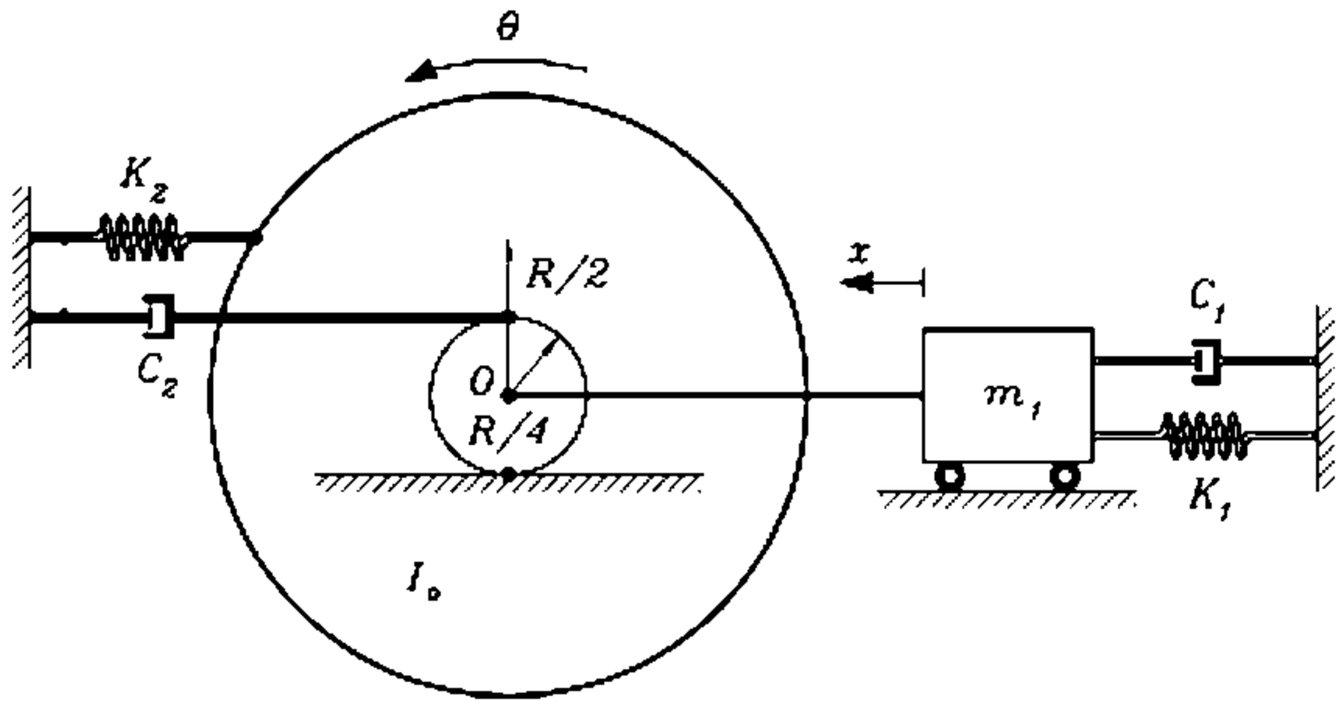
الف- سختی معادل سیستم در مکان جرم m

ب- جرم معادل در این نقطه

ج- فرکانس طبیعی سیستم



۲- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده، معادله حرکت را بنویسید و فرکانس طبیعی آن را بدست آورید. ۲،۸۰ نمره

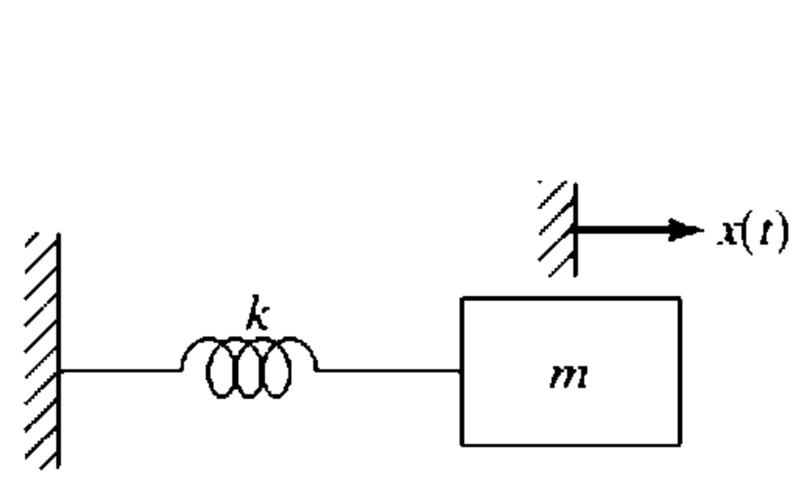


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۳- پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی جرم-فنر نامیرا نشان داده شده را به نیروی برانگیزش زیر بدست آورید. ۲،۸۰ نمره

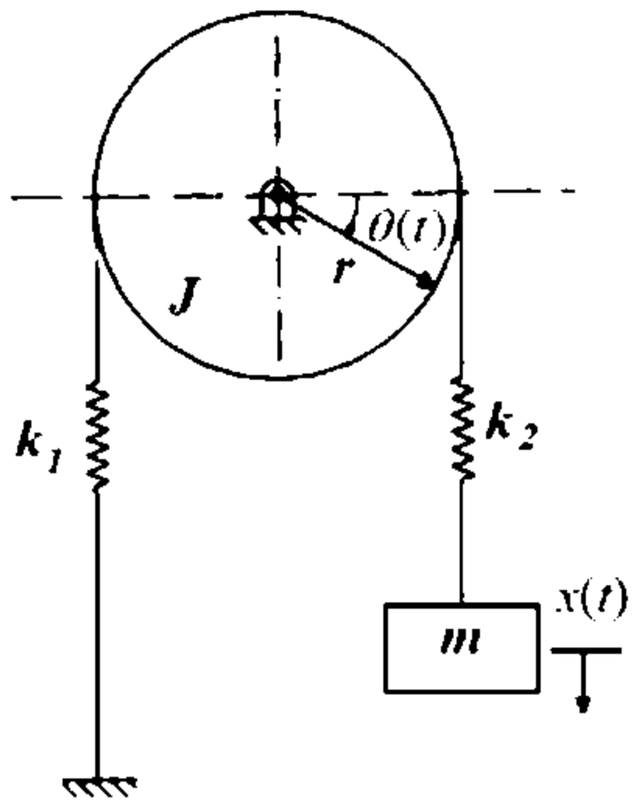


۴- سیستم ارتعاشی مقابل را در نظر بگیرید. با فرض آنکه $k_1 = k_2 = 100N/m$ ، $m = 1kg$ ، $J = 0.01kg.m^2$ **و** $r = 0.1m$ **باشد:** ۲،۸۰ نمره

الف- معادلات دیفرانسیل حرکت را بدست آورید و به شکل ماتریسی بنویسید.

ب- فرکانس های طبیعی سیستم را پیدا کنید.

ج- شکل مودهای طبیعی سیستم را تعیین کنید.

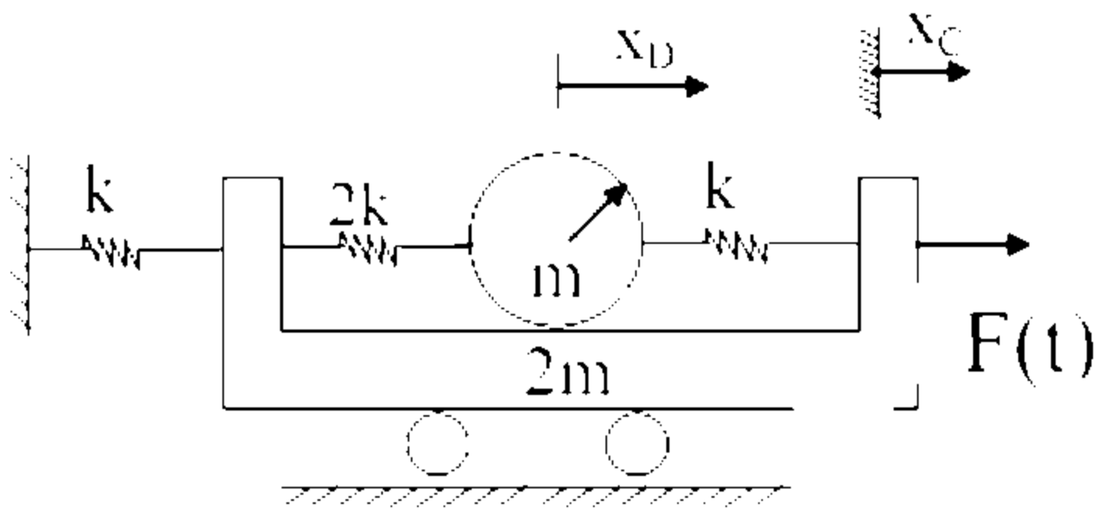


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۵- با استفاده از روش لاگرانژ، معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. (حرکت دیسک بدون لغزش می باشد- مختصات مطلق حرکت ارابه و دیسک x_C و x_D می باشد. جرم ارابه را $2m$ و جرم دیسک را m در نظر بگیرید). ۲،۸۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- نمره ۲،۸۰

$$T=\frac{1}{2}J_1\dot{\theta}_1^2+\frac{1}{2}(m_.)\dot{x}^2 \qquad \dot{\theta}_1=\frac{\dot{x}}{r_1}$$

$$T=\frac{1}{2}\left[\frac{J_1}{r_1^2}+m_.\right]\dot{x}^2=\frac{1}{2}m_{eff}\dot{x}^2$$

$$U=\frac{1}{2}k_1(RO_1)^2+\frac{1}{2}[k_2]x^2=\frac{1}{2}k_{eff}x^2 \qquad f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_{eff}}{m_{eff}}}$$

۲- صفحه۱۹ نمره ۲،۸۰

۳- نمره ۲،۸۰

$$x(t)=\frac{F_0}{m\omega_n}\int_0^t \sin\omega_n(t-\xi)\,d\xi$$

$$h(t)=\frac{1}{m\omega_n}\sin\omega_n t \qquad =\frac{F_0}{k}(1-\cos\omega_n t)$$

۴- صفحه۱۴۷ نمره ۲،۸۰

۵- نمره ۲،۸۰

$$V=\frac{1}{2}Kx^2C+\frac{1}{2}(3K)(xc-x_D)^2$$

$$T=\frac{1}{2}(2m)\dot{x}_C^2+\frac{1}{2}(mr^2)(\frac{\dot{x}_D}{r})^2+\frac{1}{2}m\dot{x}_D^2$$

$$W=F(x_D) \qquad \delta w=F\delta x_D$$

$$L=T-V\Rightarrow\frac{\partial L}{\partial\dot{x}_C}=2m\dot{x}_C \qquad \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{x}_C})=2m\ddot{x}_C \qquad \frac{\partial L}{\partial x_C}=-4Kx_C+3Kx_D$$

$$\frac{\partial L}{\partial\dot{x}_D}=2m\dot{x}_D; \qquad \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial\dot{x}_D})=2m\ddot{x}_D \qquad \frac{\partial L}{\partial x_D}=-3k(x_D-x_C) \qquad Q_D=F$$

$$\begin{cases}2m\ddot{x}_C+4kx_C-3kx_D=0\\2m\ddot{x}_D+3kx_D-3kx_C=+F\end{cases}$$

92-93-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

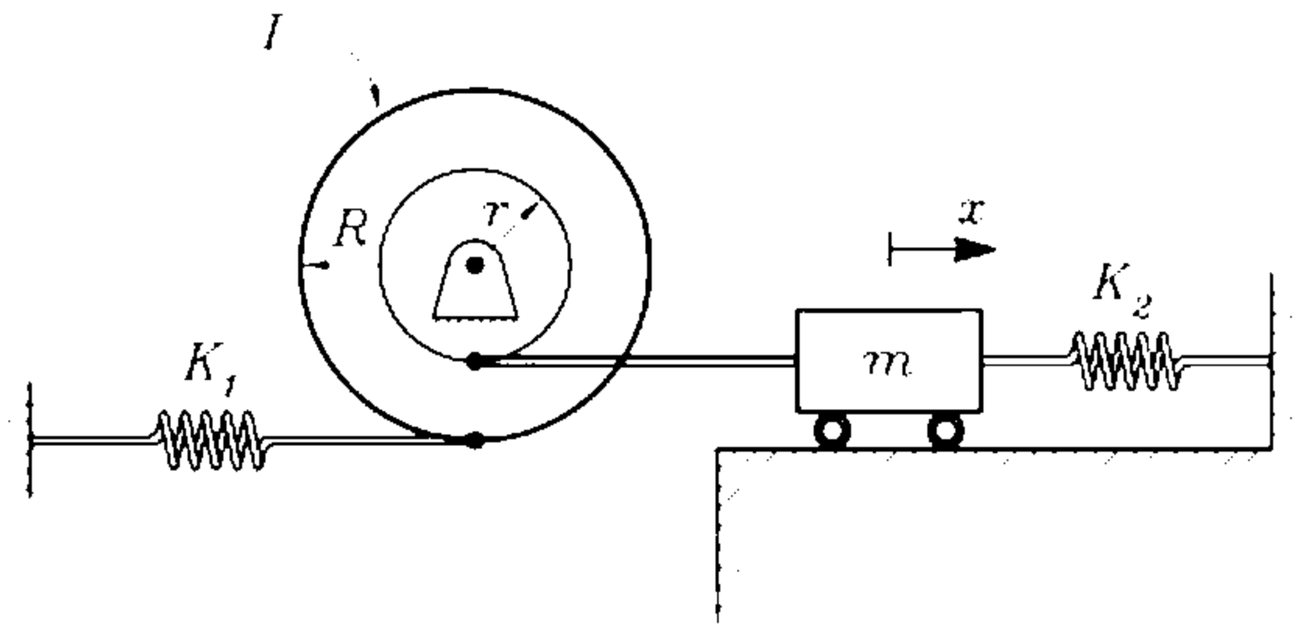
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

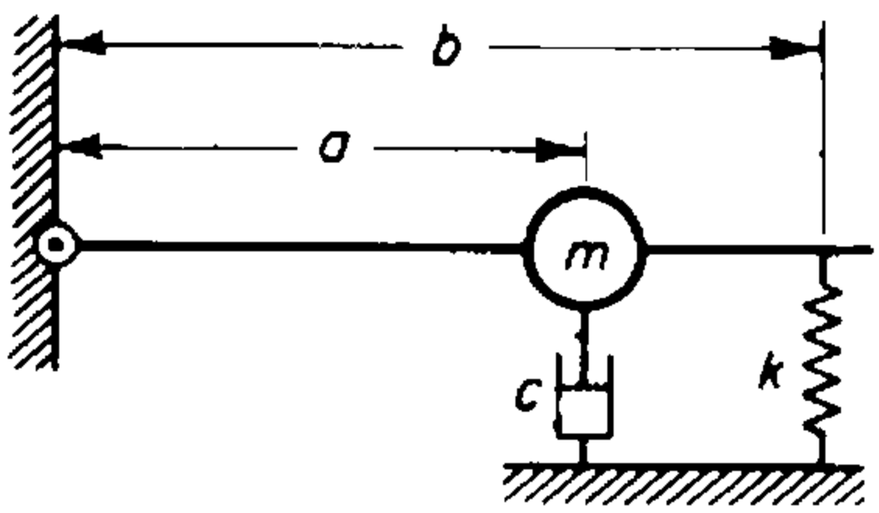
استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- یک سیستم با n درجه آزادی، چند فرکانس طبیعی دارد؟ ۲،۸۰ نمره

ب- فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. (ممان اینرسی دیسک برابرI می باشد)

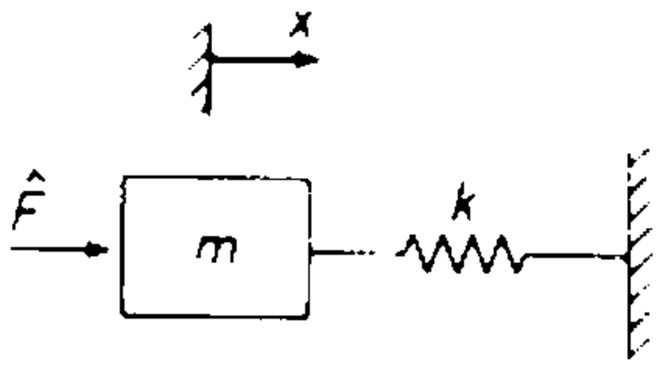


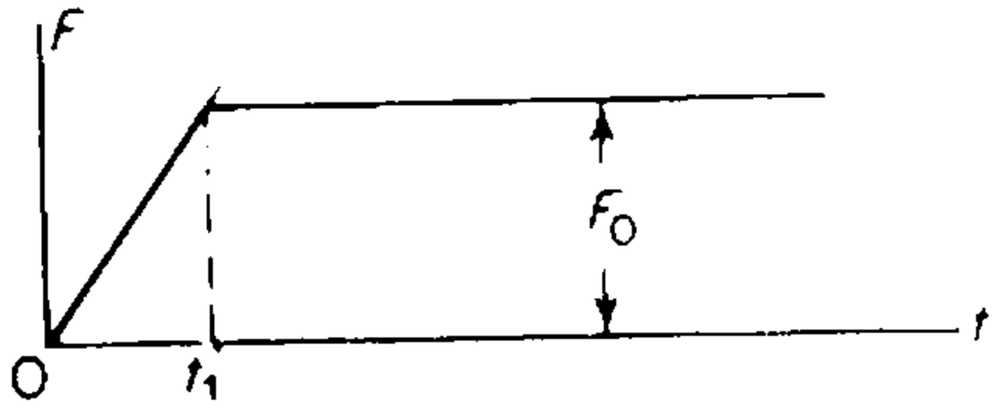
۲- الف- معادله دیفرانسیل حرکت سیستم ارتعاشی زیر را نوشته و ضریب میرایی بحرانی آن را بیابید. ۳،۵۰ نمره



ب- نشان دهید که برای سیستم جرم- فنر میرا، دامنه قله در نسبت فرکانسی $\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1-2\zeta^2}$ روی می دهد.

۳- پاسخ زمانی سیستم ارتعاشی یک درجه آزادی جرم-فنر نامیرا نشان داده شده را به نیروی برانگیزش زیر بدست آورید. ۲،۸۰ نمره



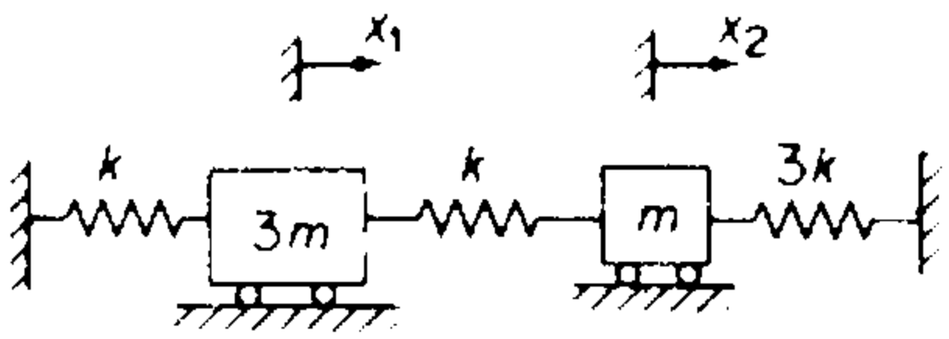


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** ۱ یک

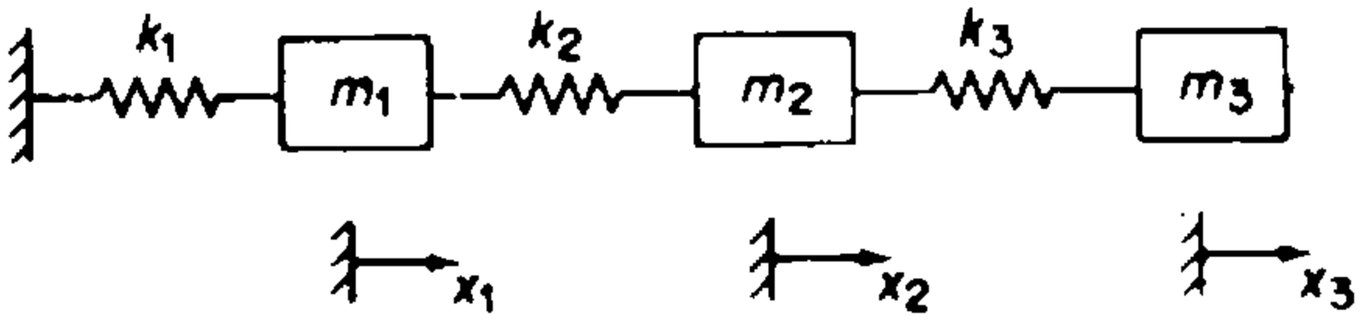
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

۴- برای سیستم ارتعاشی نشان داده شده با استفاده از ضرایب تاثیر سفتی، ماتریس سفتی را بیابید، همچنین معادله حرکت سیستم را نوشته و فرکانس های طبیعی و شکل های مد آن را بیابید. ۲،۸۰ نمره



۵- با استفاده از روش لاگرانژ، معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. ۲،۱۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

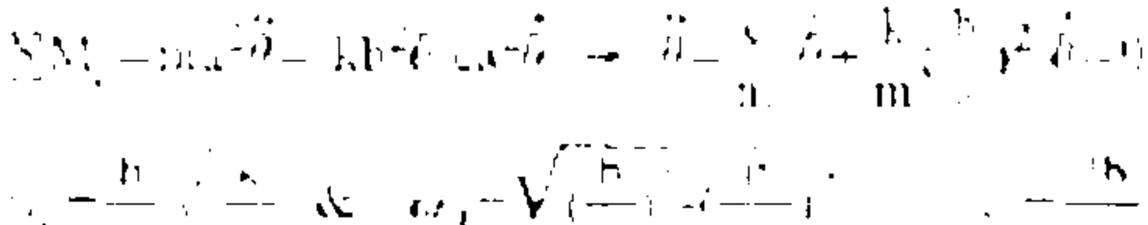
۱- الف- n تا فرکانس طبیعی دارد. **۲،۸۰ نمره**

ب- با محاسبه ی انرژی جنبشی و پتانسیل و با استفاده از رابطه $\frac{d}{dt}(U+K.E)=0$ می توان فرکانس طبیعی سیستم را محاسبه نمود.

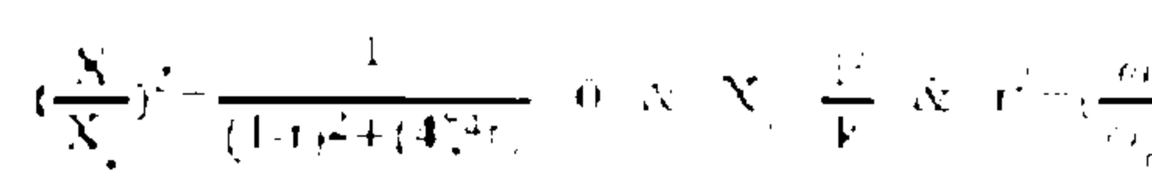
$$U=\frac{1}{2}k.x^2+\frac{1}{2}k\left(R\frac{x}{r}\right)^2 \qquad K.E=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}I\left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2$$

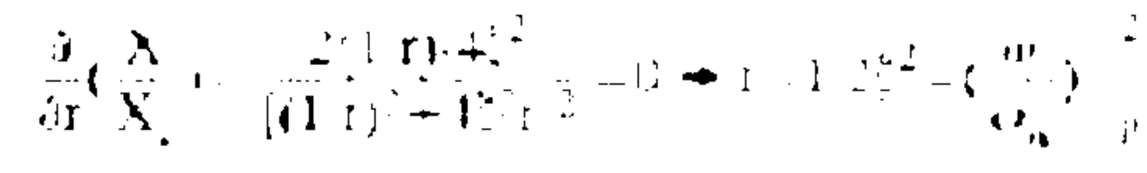
$$\omega_n=\sqrt{\frac{k_1+k_2\frac{R^2}{r^2}}{m+\frac{I}{r^2}}}$$

۲- الف- **۳،۵۰ نمره**



ب-





۳- به حل مثال صفحه ۱۱۳ کتاب مراجعه شود. **۲،۸۰ نمره**

۴- **۲،۸۰ نمره**

$$m\begin{bmatrix}3 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{x}_1 & \ddot{x}_2\end{Bmatrix}^T+k\begin{bmatrix}2 & -1\\ -1 & 1\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x_1 & x_2\end{Bmatrix}^T=\begin{Bmatrix}0 & 0\end{Bmatrix}^T$$

$$\lambda=m\frac{\omega^2}{k} \rightarrow \begin{vmatrix}2-3\lambda & -1\\ -1 & 1-\lambda\end{vmatrix}=0 \rightarrow 3\lambda^2-14\lambda+7=0$$

$$\lambda=\begin{cases}0.570=m\dfrac{\omega_1^2}{k} \rightarrow \dfrac{X_1}{X_2}_1=4-\lambda_1=0.614\\ 4.096=m\dfrac{\omega_2^2}{k} \rightarrow \dfrac{X_1}{X_2}_2=4-\lambda_2=-1.618\end{cases}$$

۵- به حل مثال صفحه ۲۴۹ کتاب مراجعه شود. **۲،۱۰ نمره**

92-93-1

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

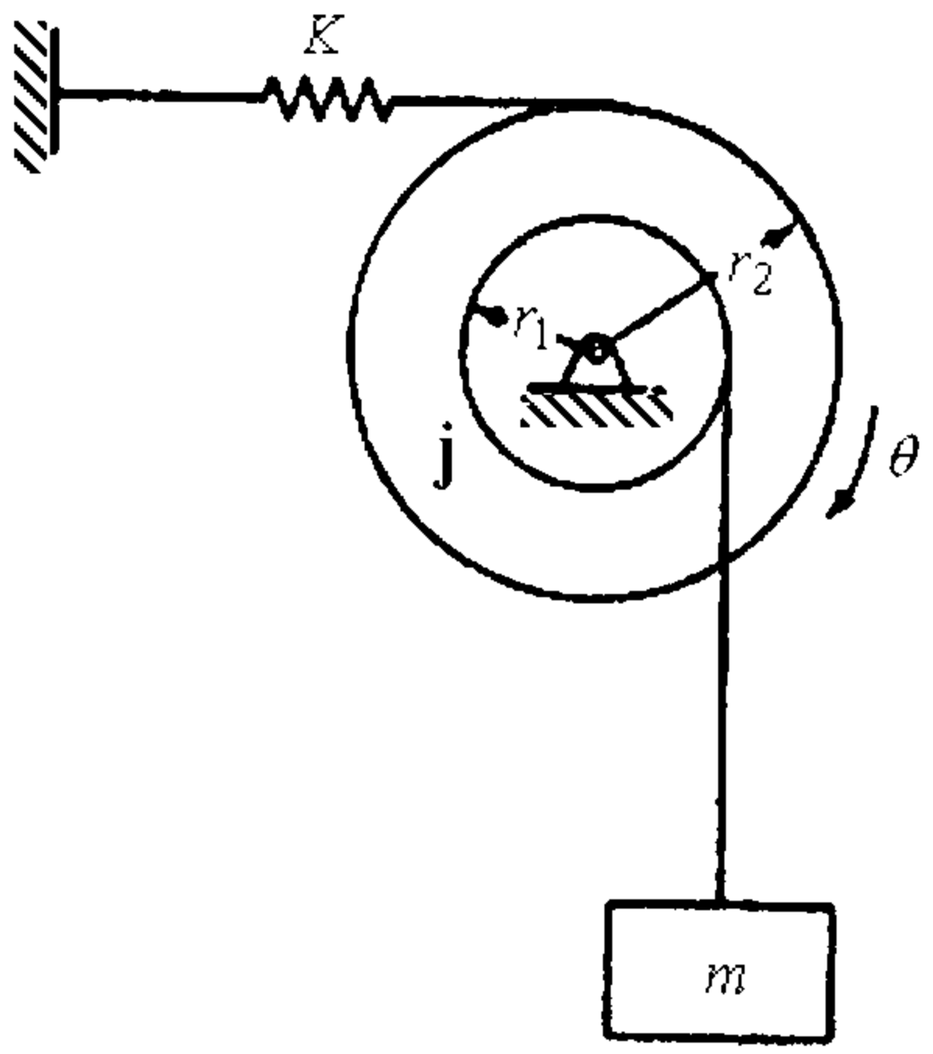
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

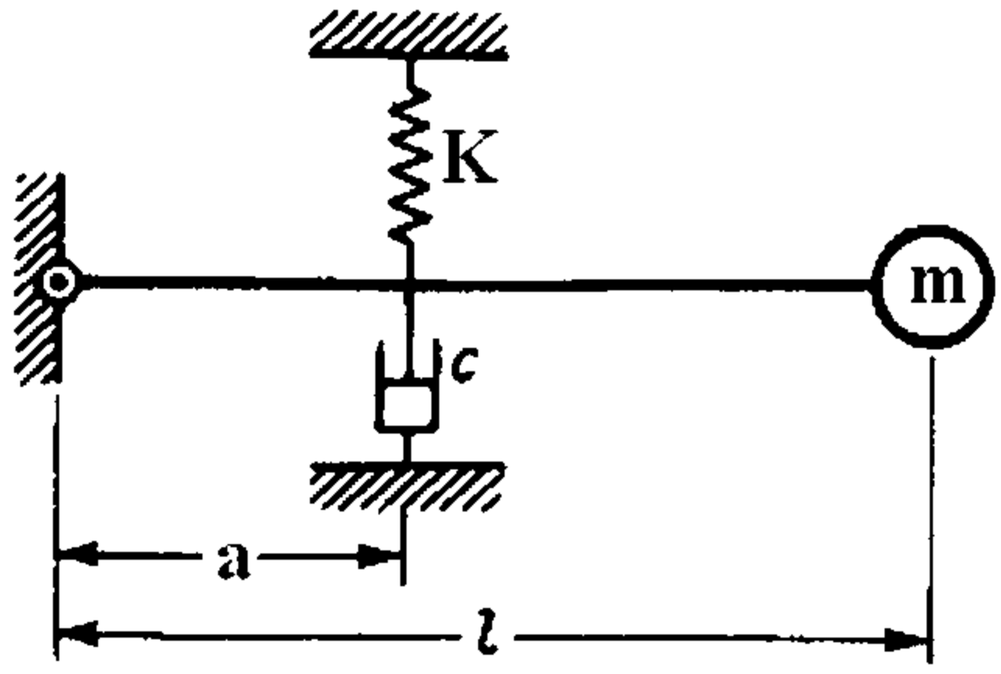
استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- الف- ارتعاش آزاد ، ارتعاش اجباری و پدیده تشدید در یک سیستم ارتعاشی به چه معناست؟ ۲،۸۰ نمره

ب- با استفاده از روش انرژی فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. (ممان اینرسی قطبی دیسک را j در نظر بگیرید)



۲- الف- معادله دیفرانسیل حرکت سیستم ارتعاشی زیر را نوشته و ضریب میرایی بحرانی آن را بیابید. ۳،۵۰ نمره



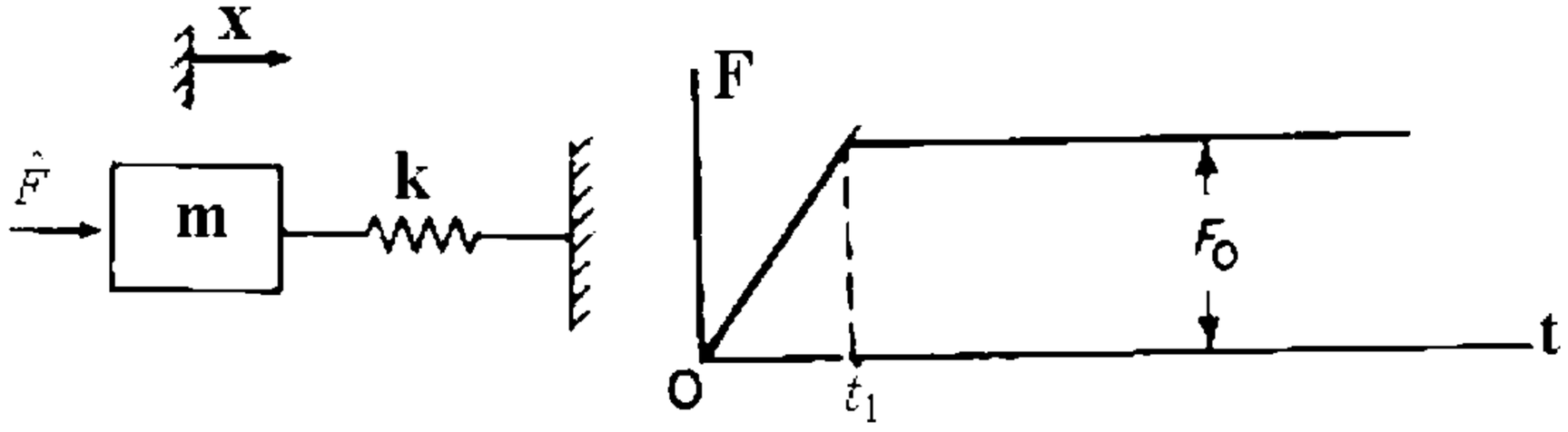
ب- نشان دهید که برای سیستم جرم- فنر میرا، دامنه قله در نسبت فرکانسی $\frac{\omega}{\omega_n} = \sqrt{1-2\zeta^2}$ **روی می دهد.**

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** ۱ یک

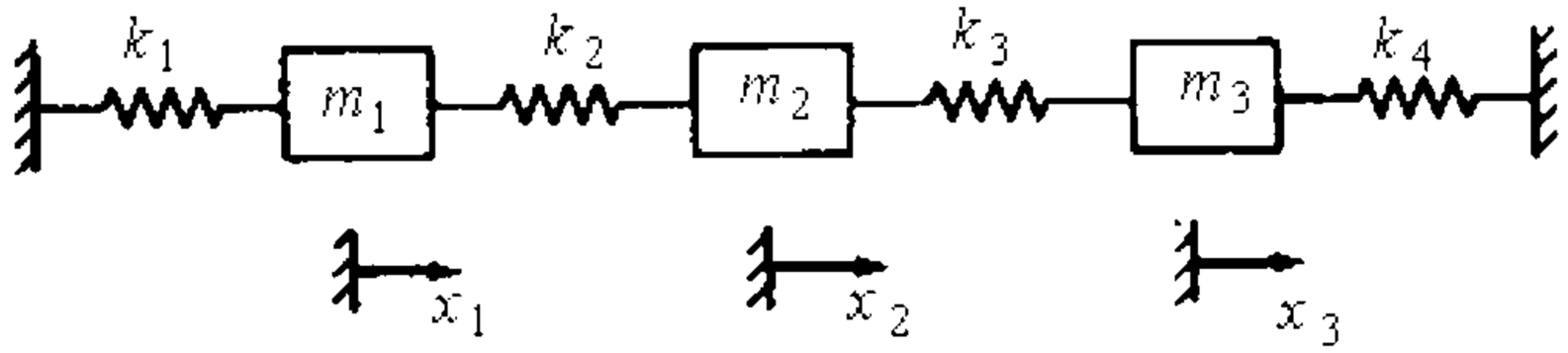
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی خودرو، مهندسی راه آهن - جریه، مهندسی رباتیک، مهندسی مکانیک گرایش حرارت و سیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت و تولید، مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات، مهندسی هوا فضا - هوا فضا۱۳۱۵۰۷۰

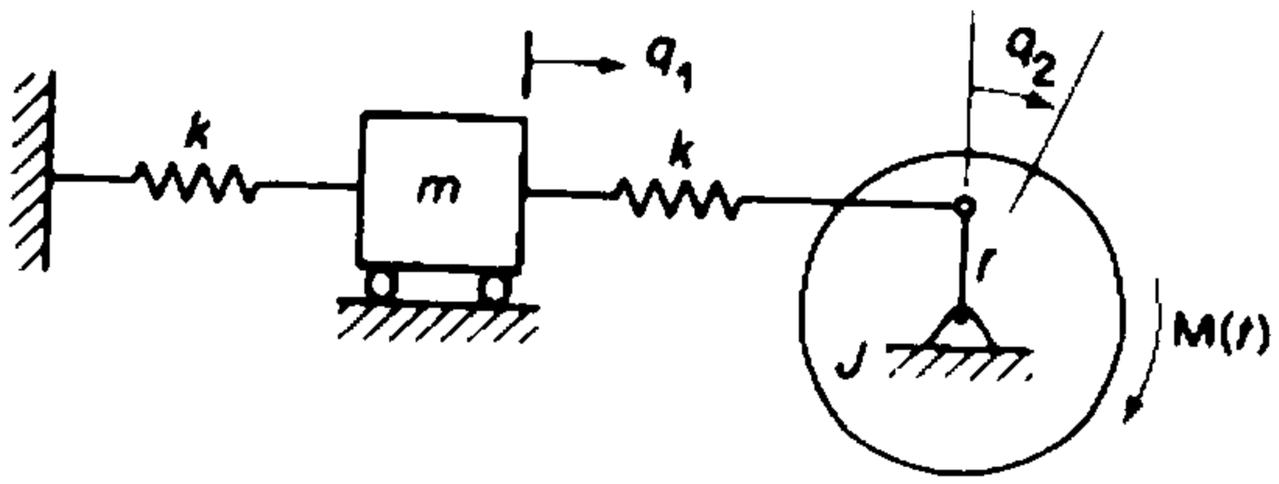
۳- پاسخ زمانی یک سیستم ارتعاشی جرم-فنر نامیرا را به نیروی برانگیزش زیر بدست آورید. ۲،۸۰ نمره



۴- سیستم سه درجه آزادی زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از مفهوم ضریب های تاثیر سفتی ماتریس سفتی را بیابید و معادله حرکت سیستم ارتعاشی را بیابید. ۲،۸۰ نمره



۵- با استفاده از روش لاگرانژ، معادله حرکت سیستم ارتعاشی زیر را بدست آورید. ۲،۱۰ نمره



تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن – جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از: مجاز است.

جواب سوال ۱

الف-ارتعاشی که در غیاب برانگیزش خارجی باشد ارتعاش آزاد و ارتعاش تحت تاثیر نیروی های خارجی را ارتعاش اجباری می نامیم. همچنین اگر فرکانس نیروی تحریک به فرکانس طبیعی سیستم ارتعاشی نزدیک باشد پدیده تشدید اتفاق می افتد.

ب-

فرض نمائید سیستم بادامنه θ از وضع تعادل استاتیکی بطورهارمونیک ارتعاش می کند.

انرژی سینتیک وپتانسیل برابر است با:

$$T = \frac{1}{2} J\theta'^2 + \frac{1}{2} m (r_1\theta')^2 \quad , \quad U = \frac{1}{2} k (r_2\theta)^2$$

چون حرکت هارمونیک فرض شده است، پس $\theta = A\sin(\omega_n t + \varphi)$ درنتیجه داریم

$$T = \frac{1}{2} (J + mr_1^2)\omega_n^2 A^2 \cos^2(\omega_n t + \varphi) \ , \ U = \frac{1}{2} kr_2^2 A^2 \sin^2(\omega_n t + \varphi)$$

مقدار ماکزیمم این کیمت‌ها عبارتند از :

$$T_{max} = \frac{1}{2} (J + m_1 r_1^2)\omega_n^2 A^2 \ , \ U_{max} = \frac{1}{2} kr_2^2 A^2$$

بابرابر قراردادن این دو ، فرکانس طبیعی بدست می‌آید

$$\omega_n = \sqrt{\frac{kr_2^2}{J + mr_1^2}}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن – جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از: مجاز است.

جواب سوال۲

$$\sum M_{\cdot} = -ac(a\dot{\theta}) - ak(a\theta) = ml^2\ddot{\theta} \qquad \theta = \frac{c}{ml^2}(\frac{a}{l})^2\dot{\theta} + \frac{k}{ml^2}(\frac{a}{l})^2\theta = 0$$

اگر $\theta = e^{st}$ باشد داریم،

$$s_{1,2} = \frac{c}{2m}(\frac{a}{l})^2 \pm \sqrt{(\frac{ca^2}{2ml^2})^2 - \frac{k}{m}(\frac{a}{l})^2}$$

برای میرایی بحرانی

$$\frac{c_c a^2}{2ml^2} = (\frac{a}{l})\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \cdot c_c = 2(\frac{l}{a})\sqrt{km}$$

$$(\frac{X}{X_{\cdot}})^2 = \frac{1}{(1-r)^2 + (4\xi^2 r)} = 0 \quad \& \quad X_{\cdot} = \frac{F}{k} \quad \& \quad r^2 = (\frac{\omega}{\omega_n})^2$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\frac{X}{X_{\cdot}}) = \frac{2(1-r) - 4\xi^2}{[(1-r)^2 + 4\xi^2 r]^2} = 0 \rightarrow r = 1 - 2\xi^2 = (\frac{\omega}{\omega_n})^2 \qquad (\frac{\omega}{\omega_n})_p = \sqrt{1-2\xi^2}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن – جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از: مجاز است.

جواب سوال۳

$$\sum M_{\cdot}=-ac(a\dot{\theta})-ak(a\theta)=ml^{2}\ddot{\theta} \qquad \ddot{\theta}=\frac{c}{m}(\frac{a}{l})^{2}\dot{\theta}+\frac{k}{m}(\frac{a}{l})^{2}\theta=0$$

اگر $\theta=e^{rt}$ باشد داریم،

$$s_{1,2}=\frac{c}{2m}(\frac{a}{l})^{2}\pm\sqrt{(\frac{ca^{4}}{2ml^{2}})-\frac{k}{m}(\frac{a}{l})^{2}}$$

برای میرایی بحرانی

$$\frac{c_{c}a^{2}}{2ml^{2}}=(\frac{a}{l})\sqrt{\frac{k}{m}} \rightarrow c_{c}=2(\frac{l}{a})\sqrt{km}$$

$$(\frac{X}{X_{\cdot}})^{2}=\frac{1}{(1-r)^{2}+(4\xi^{2}r)}=0 \quad \& \quad X_{\cdot}=\frac{F}{k} \quad \& \quad r^{2}=(\frac{\omega}{\omega_{n}})^{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}(\frac{X}{X_{\cdot}})=\frac{2(1-r)-4\xi^{2}}{[(1-r)^{2}+4\xi^{2}r]^{2}}=0 \rightarrow r=1-2\xi^{2}=(\frac{\omega}{\omega_{n}})_{p}^{2} \qquad (\frac{\omega}{\omega_{n}})_{p}=\sqrt{1-2\xi^{2}}$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن – جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از: **مجاز است.**

$$f(t) = F_0(t/t_1)$$

$$h(t) = \frac{1}{m\omega_n} \sin \omega_n t = \frac{\omega_n}{k} \sin \omega_n t$$

$$x(t) = \frac{\omega_n}{k} \int_0^t \frac{F_0 \xi}{t_1} \sin \omega_n (t - \xi)\, d\xi$$

$$= \frac{F_0}{k} \left(\frac{t}{t_1} - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_1} \right), \qquad t < t_1$$

$$x(t) = -\frac{F_0}{k} \left[\frac{(t - t_1)}{t_1} - \frac{\sin \omega_n (t - t_1)}{\omega_n t_1} \right]$$

$$x(t) = \frac{F_0}{k} \left[1 - \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n t_1} + \frac{1}{\omega_n t_1} \sin \omega_n (t - t_1) \right] \qquad t > t_1$$

تعداد سؤالات: تستی: تشریحی: ۵ زمان آزمون (دقیقه): تستی: -- تشریحی: ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن – جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از: مجاز است.

جواب سوال ۴

$x_1 = 1.0$ and $x_2 = x_3 = 0$

$$f_1 = k_1 + k_2 = k_{11}$$
$$f_2 = -k_2 = k_{21}$$
$$f_3 = 0 = k_{31}$$

$x_2 = 1$, and $x_1 = x_3 = 0$.

$$f_1 = -k_2 = k_{12}$$
$$f_2 = k_2 + k_3 = k_{22}$$
$$f_3 = -k_3 = k_{32}$$

$x_3 = 1$ and $x_1 = x_2 = 0$.

$$f_1 = 0 = k_{13}$$
$$f_2 = -k_3 = k_{23}$$
$$f_3 = k_3 + k_4 = k_{33}$$

$$K = \begin{bmatrix} (k_1 + k_2) & -k_2 & 0 \\ -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 \\ 0 & -k_3 & (k_3 + k_4) \end{bmatrix}$$

تعداد سؤالات: تستی: **تشریحی:** ۵ **زمان آزمون (دقیقه): تستی:** -- **تشریحی:** ۱۲۰

نام درس: ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/ کُد درس: مهندسی خودرو ، مهندسی راه آهن – جریه ، مهندسی رباتیک ، مهندسی مکانیک گرایش حرارت وسیالات، مهندسی مکانیک گرایش ساخت وتولید،مهندسی مکانیک گرایش مکانیک جامدات ، مهندسی هوافضا۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از: **مجاز است.**

جواب سوال۵

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \qquad i = 1, 2, \cdots N$$

$$T = \tfrac{1}{2} m\dot{q}_1^2 + \tfrac{1}{2} J\dot{q}_2^2$$

$$U = \tfrac{1}{2} kq_1^2 + \tfrac{1}{2} k(rq_2 - q_1)^2$$

$$\delta W = \mathfrak{M}(t)\, \delta q_2 \qquad \therefore Q_2 = \mathfrak{M}(t)$$

$$m\ddot{q}_1 + 2kq_1 - krq_2 = 0$$

$$J\ddot{q}_2 - krq_1 + kr^2 q_2 = \mathfrak{M}(t)$$

91-92-2

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

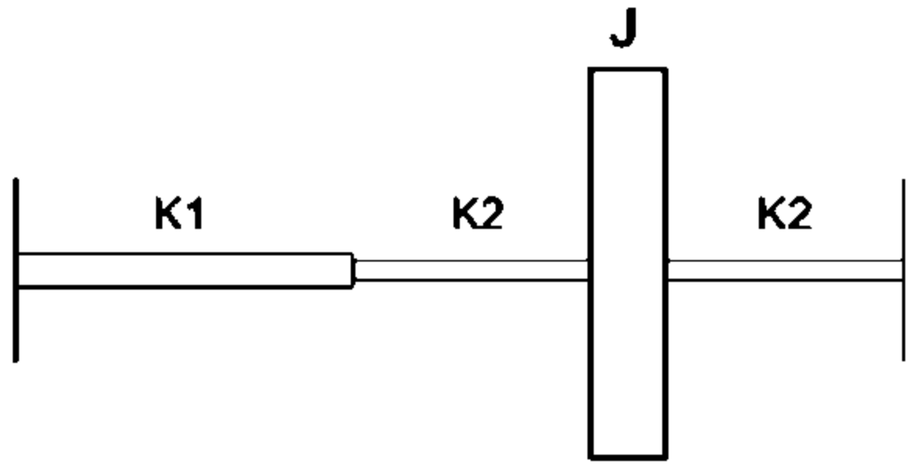
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک ،.مهندسی خودرو،مهندسی هوا فضا - هوا فضا،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده ، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- جرم m به انتهای فنری با سختی k بسته شده است. بسامد طبیعی سامانه در این حالت ۹۴ cpm می باشد. هنگامی که جرم ۰،۴۵۳ کیلوگرم به جرم اولیه افزوده شود بسامد طبیعی تا ۷۶،۷ کاهش پیدا می کند. جرم m و سختی k را بیابید. ۱،۷۰ نمره

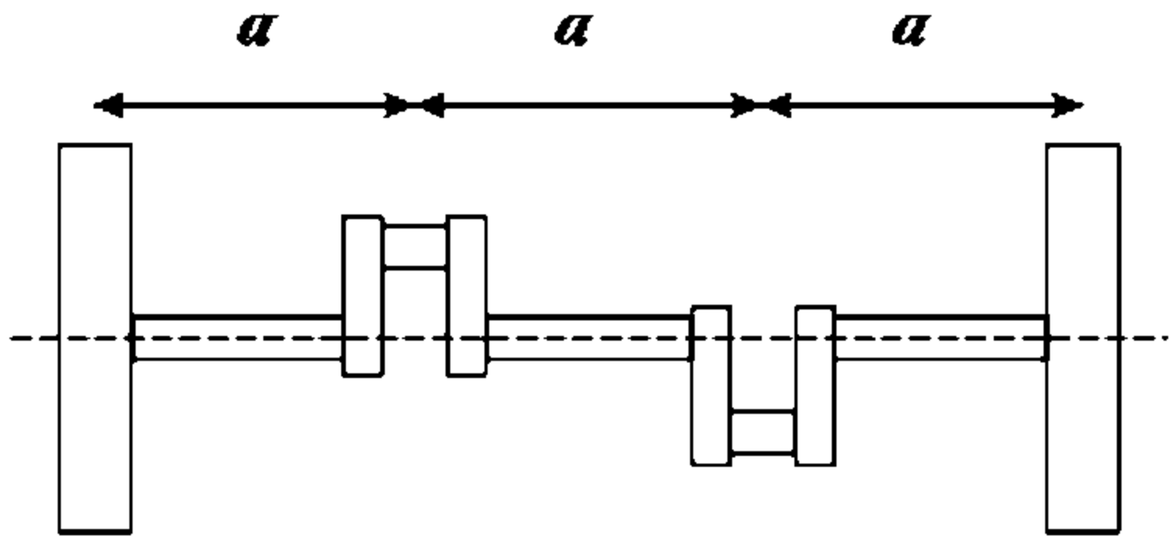
۲- سختی پیچشی موثر و زمان تناوب طبیعی را برای محور زیر به دست آورید: ۲،۵۵ نمره



۳- یک سامانه جرم و فنر با میرایی لزج را در نظر بگیرید که از موقعیت تعادل کشیده و رها می شود. اگر دامنه آن در هر نوسان ۵ درصد کاهش یابد میرایی بحرانی سامانه چه مقدار است؟ ۱،۷۰ نمره

۴- قطعه از یک دستگاه به جرم ۱،۹۵ کیلوگرم در یک فضای لزج مرتعش می شود. اگر نیروی هماهنگ ۲۴،۴۶ با دامنه تشدید ۱،۲۷ سانتی متر و با زمان تناوب ۰،۲۵ ثانیه آن را مرتعش نماید، ضریب میرایی سامانه را بیابید: ۱،۷۰ نمره

۵- در مجموعه زیر هر لنگ دارای جرم W بوده و در فاصله خارج از مرکز r قرار گرفته است. به منظور میزان شدن مجموعه چه جرمی باید روی هر دیسک در فاصله شعاعی r نصب گردد؟ ۱،۷۰ نمره

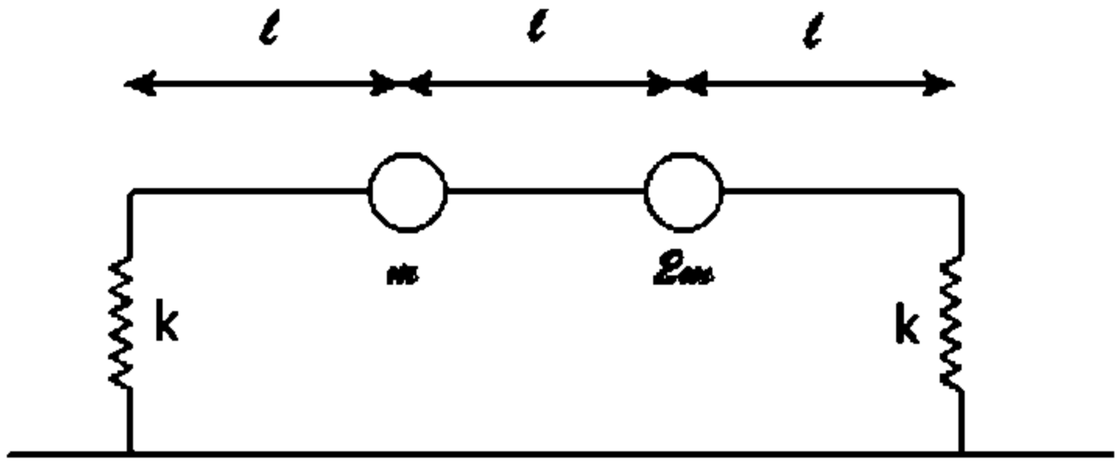


تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** ۱ یک

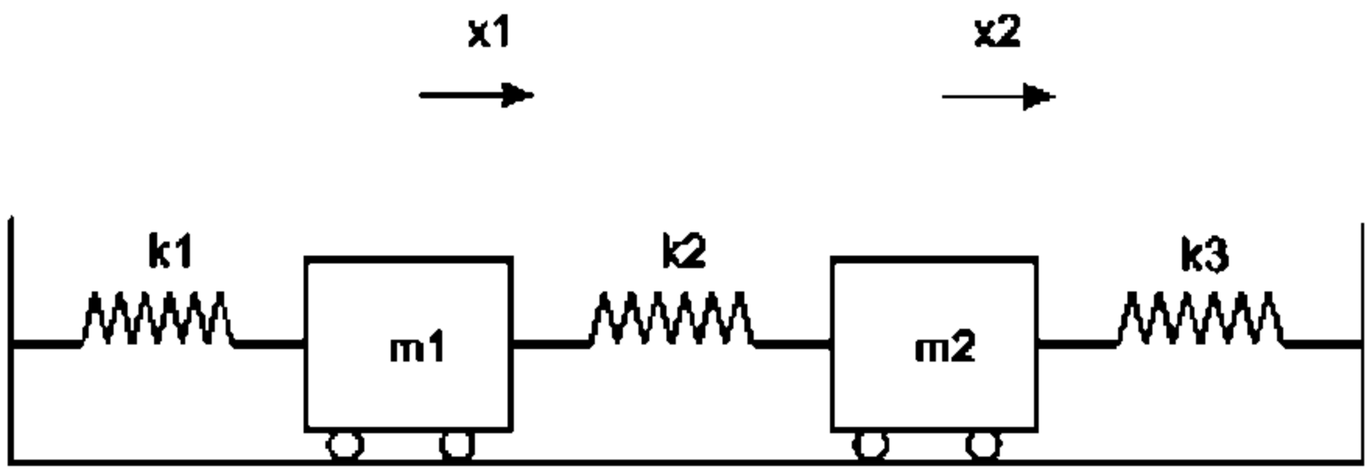
عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک ،.مهندسی خودرو،مهندسی هوا فضا - هوا فضا،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۶- با در نظر گرفتن جابجایی های x1 و x2 به ترتیب در جرم های m و ۲m معادله ماتریسی حرکت سامانه شکل زیر را به دست آورید: ۲،۵۵ نمره



۷- برای سامانه جرم و فنر شکل زیر ماتریس تغییر شکل را بیابید ۲،۱۰ نمره



تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک ،.مهندسی خودرو،مهندسی هوا فضا - هوا فضا،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

استفاده از ماشین حساب ساده ، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- $\frac{k}{m} = (2\pi f)^2 = (\frac{2\pi \times 94}{60})^2 \rightarrow k = 87.5\ N/m$ نمره ۱،۷۰

$$\frac{m + 0.453}{m} = \left(\frac{94}{76.7}\right)^2 \rightarrow m = 0.90kg$$

۲- با در نظر گرفتن مقادیر TL و TR در طرفین چپ و راست لختی J خواهیم داشت: ۲،۵۵ نمره

$$T_L = \frac{1}{\left(\frac{1}{k1} + \frac{1}{k2}\right)} = \theta$$

$$T_R = k2\theta$$

$$T = T_L + T_R\left(\frac{1}{\left(\frac{1}{k1} + \frac{1}{k2}\right)} + k2\right)\theta = k\theta$$

$$k_{eff} = \frac{k1k2}{k1 + k2} + k2$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{J}} = \sqrt{\frac{\frac{k1k2}{k1 + k2} + k2}{J}}$$

۳- $\delta = \ln\left(\frac{1}{0.95}\right) = 0.051$ ۱،۷۰ نمره

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 0.051 \rightarrow \xi = 0.0082$$

۴- داریم: ۱،۷۰ نمره

$$X = \frac{F}{c\omega_n} = \frac{F\tau}{2\pi c}$$

$$c = \frac{F\tau}{2\pi X} = \frac{24.46(0.2)}{2\pi(1.27 \times 10^{-2})} = 61.3\ N.s/m$$

۵- با توجه به سه برابر شدن فاصله دو وزنه نسبت به لنگی ها لازم است که جرم آنها یک سوم برابر شود. مکان نصب وزنه سمت راست در شعاع r روی دیسک راست به سمت بالا و مکان وزنه سمت چپ در شعاع r روی دیسک چپ به سمت پایین می باشد. ۱،۷۰ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۰ **تشریحی :** ۷ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۰ **تشریحی :** ۱۲۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : ارتعاشات مکانیکی

رشته تحصیلی/کد درس : مهندسی مکانیک ،.مهندسی خودرو،مهندسی هوا فضا - هوا فضا،مهندسی راه آهن - جریه،مهندسی رباتیک۱۳۱۵۰۷۰

۶- $m\ddot{x}1 + 2m\ddot{x}2 = -k(2x1 - x2) - k(2x2 - x1)$ **۲،۵۵ نمره**

در این جا لازم است که لختی دورانی حول مرکز جرم محاسبه گردد:

$$I_{cm} = m\left(\frac{2l}{3}\right)^2 + 2m\left(\frac{l}{3}\right)^2 = \frac{2ml^2}{3}$$

با نوشتن معادله گشتاور حول مرکز جرم داریم:

$$\frac{2ml^2}{3}\left(\frac{x1 - x2}{l}\right) = k(2x2 - x1)\left(\frac{4l}{3}\right) - k(2x1 - x2)\left(\frac{5l}{3}\right)$$

در نهایت معادله ماتریسی سامانه به صورت زیر به دست می آید

$$m\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & -2\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\ddot{x}1\\ \ddot{x}2\end{Bmatrix} + k\begin{bmatrix}1 & 1\\ 14 & -13\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x1\\ x2\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix}$$

۷- $F1 = -k1x1 - k2(x1 - x2)$ **۲،۱۰ نمره**

$$F2 = -k3x2 - k2(x2 - x1)$$

$$\begin{Bmatrix}F1\\ F2\end{Bmatrix}\begin{bmatrix}-k1 - k2 & k2\\ k2 & -k2 - k3\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}x1\\ x2\end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix}x1\\ x2\end{Bmatrix} = [k]^{-1}\begin{Bmatrix}F1\\ F2\end{Bmatrix}$$

$$[k] = -\frac{1}{k1k2 + k1k3 + k2k3}\begin{bmatrix}k2 + k3 & k2\\ k2 & k1 + k2\end{bmatrix}$$