

سؤالات ریاضیات

۱. به ازای چه مقداری m حاصل عبارت $\sqrt[3]{a^m \sqrt{a^4}}$ برابر a است؟
 (الف) ۲ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۵
۲. حاصل عبارت $\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}}$ کدام است؟
 (الف) $-\frac{1}{64}$ (ب) $\frac{1}{64}$ (ج) $-\frac{1}{32}$ (د) $\frac{1}{32}$
۳. حاصل $\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6}$ کدام است؟
 (الف) $a^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (ب) $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}}$ (ج) $a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$ (د) $|a|^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$
۴. حاصل عبارت $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{6}+3}$ کدام است؟
 (الف) $\sqrt{3}-1$ (ب) $\sqrt{2}-1$ (ج) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (د) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۵. حاصل عبارت $(-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128})$ کدام است؟
 (الف) $6\sqrt{2}$ (ب) $2\sqrt{2}$ (ج) $3\sqrt{2}$ (د) $5\sqrt{2}$
۶. اگر $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ac$ باشد حاصل عبارت زیر کدام است؟
 $(a+b-c)(a+c-b)(b+c-a)$
 (الف) a^3 (ب) $2-abc$ (ج) $3abc$ (د) $27abc$
۷. خلاصه شده عبارت $\frac{(4)^{0.25}}{1+\sqrt{2}} + 4^{0.25}$ کدام است؟
 (الف) $\sqrt{2}-1$ (ب) ۲ (ج) $\sqrt{2}$ (د) $1+\sqrt{2}$
۸. از رابطه $(a-2b)^2 + (b-2c)^2 = 0$ مقدار $\frac{(b+c-a)^3}{abc}$ کدام است؟
 (الف) -۸ (ب) ۸ (ج) $-\frac{1}{8}$ (د) $\frac{1}{8}$
۹. اگر $x+y=4$ باشد حاصل $64-12xy$ کدام است؟
 (الف) x^2+y^2 (ب) x^2-y^2 (ج) x^3-y^3 (د) x^3+y^3
۱۰. حاصل عبارت $3\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - \sqrt{12} - 2\sqrt{75}$ کدام است؟
 (الف) $4\sqrt{3}$ (ب) $-4\sqrt{3}$ (ج) $6\sqrt{3}$ (د) $-6\sqrt{3}$
۱۱. حاصل عبارت $\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \times \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ برابر است با:
 (الف) ۱ (ب) ۲ (ج) $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (د) $4-2\sqrt{3}$

۱۲. اگر اتحاد $\frac{3}{x(x^2-1)} = \frac{A}{x(x-1)} + \frac{B}{x^2-1}$ برقرار باشد، مقدار $A + B$ کدام است؟

- الف) 1 ب) 0 ج) -6 د) 4

۱۳. بزرگترین مقسوم علیه مشترک دو عبارت $x^4 - 1$ و $x^3 + 1$ کدام است؟

- الف) $x - 1$ ب) $x + 1$ ج) $x^2 - 1$ د) $x^2 + 1$

۱۴. یک چهارم عدد مثبتی با مکعب آن عدد برابر است. چهار برابر آن عدد کدام است؟

- الف) 1 ب) 2 ج) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{1}{4}$

۱۵. اگر $x > 0$ باشد، $x^{-\frac{3}{2}}$ کدام است؟

- الف) $\frac{x}{\sqrt{x}}$ ب) $\frac{\sqrt{x}}{x}$ ج) $\frac{\sqrt{x}}{x^2}$ د) $x\sqrt{x}$

۱۶. اگر $x + y = \sqrt{5}$ و $xy = 1$ باشد، $x^3 + y^3$ برابر است با:

- الف) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ب) $\sqrt{5}$ ج) $2\sqrt{5}$ د) $3\sqrt{5}$

۱۷. اگر $x = \sqrt[3]{5}$ و $y = \sqrt[3]{3}$ باشد حاصل $(x^2 - y^2)(x^4 + y^4 + x^2y^2)$ کدام است؟

- الف) 11 ب) 8 ج) 2 د) 12

۱۸. اگر $ab+bc+ac=0$ باشد، $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ برابر است با:

- الف) $(a + b + c)^3$ ب) $(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - 1)$ ج) $(a + b)(b + c)(c + a)$ د) $27abc$

۱۹. اگر $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ باشد، x^2 برابر است با:

- الف) $\sqrt{2}$ ب) $\sqrt[3]{2}$ ج) $\sqrt[3]{4}$ د) 2

۲۰. اگر $a^2 + b^2 + c^2 + 3 = 2(a + b + c)$ مقدار c چقدر است؟

- الف) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

۲۱. حاصل $\sqrt[6]{4 + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3} - 1} \cdot \sqrt[3]{4}$ کدام است؟

- الف) 1 ب) 2 ج) 3 د) 4

۲۲. اگر $x = \sqrt[3]{1 + \sqrt{2}} - \sqrt[3]{1 - \sqrt{2}}$ باشد، مقدار $x^3 - 3x$ کدام است؟

- الف) 1 ب) $\sqrt{2}$ ج) 2 د) $2\sqrt{2}$

۲۳. اگر $x < 0$ باشد، حاصل $2\sqrt[3]{x^3} + \sqrt[4]{x^4}$ کدام است؟

- الف) $3x$ ب) x ج) $-x$ د) $-3x$

۲۴. حاصل $\sqrt[3]{2 - \sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9 + 4\sqrt{5}}$ کدام است؟

- الف) $-\sqrt{2}$ ب) -1 ج) 1 د) $\sqrt{2}$

۲۵. بزرگترین عامل مشترک دو عبارت $x^2 - 2xy - 15y^2$ و $x^2 + 7xy + 12y^2$ کدام است؟

- الف) $x - 2y$ ب) $x + 3y$ ج) $x + 4y$ د) $x + 6y$

۲۶. حاصل $(-10\sqrt{36})^{\frac{5}{3}}$ کدام است؟

- الف) -9 ب) $+9$ ج) -3 د) $+3$

۲۷. عبارت $x^6 + 4x^2 + 5$ را به حاصلضرب دو عبارت تجزیه کرده ایم. اگر یکی از عبارت ها $x^2 + 1$ باشد،

عبارت دیگر کدام است؟

- الف) $x^4 + x^2 + 5$ ب) $x^4 - x^2 + 5$
ج) $x^4 - 2x^2 + 5$ د) $x^4 + 2x^2 + 5$

۲۸. حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11}+\sqrt{18}} + \frac{1}{\sqrt{18}+\sqrt{25}}$ کدام است؟

- الف) $\frac{2}{7}$ ب) $\frac{3}{7}$ ج) $\frac{1}{2}$ د) $\frac{2}{3}$

۲۹. حاصل عبارت $\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6 + 4\sqrt{2}}$ کدامیک از مقادیر زیر است؟

- الف) $\sqrt{2}$ ب) 2 ج) $2\sqrt{2}$ د) 4

۳۰. اگر $x = \sqrt[13]{2^{15}}$ باشد، حاصل $\sqrt[5]{x^2} \cdot \sqrt[3]{x}$ برابر است با:

- الف) ۱۶ ب) 8 ج) 4 د) 2

۳۱. حاصل کسر $\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{3}}}$ برابر است با:

- الف) $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ ب) $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ ج) $\sqrt{2}$ د) $\sqrt{3}$

۳۲. توان x در عبارت $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ عبارت است از:

- الف) $\frac{31}{32}$ ب) $\frac{15}{16}$ ج) $\frac{7}{8}$ د) $\frac{3}{4}$

۳۳. اگر اتحاد $x^2 + ax + b = (x - 1)(x + 4)$ برقرار باشد، $2a+b$ کدام است؟

- الف) 0 ب) 1 ج) 2 د) 3

۳۴. اگر $\tan x + \cot x = 3$ باشد، حاصل $\tan^3 x + \cot^3 x$ برابر است با:

- الف) 18 ب) 24 ج) 27 د) 15

۳۵. در حاصل عبارت $(x-1)(x+2)(x-3)(x+5)$ ضریب x^3 را معین کنید.

- الف) 1 ب) 3 ج) -1 د) -3

۳۶. اگر $\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} = 1$ باشد، مقدار $\frac{x^2+x-1}{x}$ را بدست آورید.

- الف) -3 ب) 3 ج) -1 د) 1

۳۷. حاصل عبارت $4\sqrt{0.25\sqrt{0.25\sqrt{0.25\sqrt{0.25}}}}$ کدام است؟

- الف) 1 ب) $\sqrt[8]{2}$ ج) $\sqrt[16]{0.25}$ د) $\sqrt[8]{4}$

۳۸. حاصل کسر $\frac{1}{3\sqrt[3]{3}+2\sqrt[3]{9}+4}$ برابر است با:

- الف) $\sqrt[3]{9}-2$ ب) $\sqrt[3]{3}+2$ ج) $\sqrt[3]{9}+2$ د) $\sqrt[3]{3}-2$

۳۹. بزرگترین مقسوم علیه مشترک $(abc - bc^2)^2$ و $(a^2c - ac^2)^2$ کدام است؟

- الف) $(a-c)^2$ ب) $b(a-c)^2$ ج) $b^2(a-c)^2$ د) $c^2(a-c)^2$

۴۰. اگر $\sqrt[3]{x} = \frac{5}{6}$ باشد، \sqrt{x} برابر است با:

- الف) $\frac{\sqrt{15}}{6}$ ب) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ ج) $\frac{4\sqrt{30}}{6}$ د) $\frac{5\sqrt{30}}{36}$

۴۱. حاصل عبارت $(\sqrt{3}+2)^9(\sqrt{3}-2)^{11}$ کدامیک از مقادیر زیر است؟

- الف) $7-4\sqrt{3}$ ب) $4\sqrt{3}-7$ ج) $2\sqrt{3}-5$ د) $5-2\sqrt{3}$

۴۲. حاصل عبارت $\sqrt{13+2\sqrt{30}} + \sqrt{13-2\sqrt{30}}$ را به دست آورید.

- الف) $2\sqrt{3}$ ب) $2\sqrt{10}$ ج) $2\sqrt{13}$ د) $2\sqrt{30}$

۴۳. حاصل کسر $\frac{\sqrt{5}+2\sqrt{25}+\sqrt{125}}{\sqrt{20}+\sqrt{100}+\sqrt{80}}$ کدام است؟

- الف) 1 ب) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ ج) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ د) $\sqrt{5}$

۴۴. معکوس عدد $\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}$ را بدست آورید:

- الف) $\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}$ ب) $\frac{\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}}{2}$ ج) $\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}$ د) $\frac{\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}}{2}$

۴۵. عددی باضافه ۱۸، دو برابر آن عدد است. این عدد کدام است؟

الف) 14 ب) 21 ج) 28 د) 36

۴۶. به ازای کدام مقدار m مجموع مجذورات دو ریشه حقیقی معادله $2x^2 - mx + m - 1 = 0$ برابر ۴ است؟

الف) -6 ب) -2 ج) +2 د) +6

۴۷. معادله $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

الف) 1 ب) 2 ج) 4 د) هیچ

۴۸. به ازای چه مقادیری از m ، معادله $(m^2 - 1)x + m + 1 = 0$ ممنوع است؟

الف) $m = 1$ ب) $m = -1$ ج) $m = \pm 1$ د) $m = 0$

۴۹. به ازای چه مقداری از a و b معادله $(a + b + 1)x + a - 1 = 0$ مبهم می شود؟

الف) $a = b = 1$ ب) $a = b = -2$ ج) $a = 1, b = 2$ د) $a = 1, b = -2$

۵۰. تعداد جواب های معادله $x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$ کدام است؟

الف) جواب حقیقی ندارد ب) یک ریشه مضاعف دارد

ج) دو ریشه گویا دارد د) دو ریشه گنگ دارد

۵۱. در یک عدد دو رقمی اگر جای رقم ها را عوض کنیم ۴۵ واحد به آن افزوده می شود. تفاضل رقم دهگان و یکان کدام است؟

الف) 5 ب) 3 ج) 4 د) 2

۵۲. دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ به ازای چه مقداری از m غیر ممکن است؟

الف) -5 ب) -3 ج) 3 د) 5

۵۳. از رابطه $(a-2b)^2 + (b-2c)^2 = 0$ مقدار $\frac{(b+c-a)^3}{abc}$ کدامست؟

الف) -8 ب) 8 ج) $\frac{1}{8}$ د) $-\frac{1}{8}$

۵۴. دو ریشه معادله $x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0$ عبارتند از $x = \pm 1$ ، معادله درجه دومی که ریشه هایش در ریشه دیگر این معادله باشد، کدامست؟

الف) $x^2 - 5x - 1 = 0$ ب) $x^2 + 2x - 2 = 0$

ج) $x^2 + 5x - 1 = 0$ د) $x^2 - 2x - 1 = 0$

۵۵. اگر \hat{x} و \hat{x}' ریشه های معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند، حاصل $|\sqrt{\hat{x}} - \sqrt{\hat{x}'}|$ عبارتست از:

- الف) $\sqrt{2}$ (ب) $\sqrt{3}$ (ج) 2 (د) 3

۵۶. در معادله $ax^2 + bx + a = 0$ اگر یکی از ریشه ها سه برابر ریشه دیگر باشد، حاصل $\frac{b^2}{a^2}$ چقدر است؟

- الف) $\frac{16}{3}$ (ب) $\frac{16}{9}$ (ج) $\frac{3}{16}$ (د) $\frac{9}{16}$

۵۷. معادله $\frac{x^2-9}{x+2} = \frac{x-3}{x^2-4}$ چند جواب دارد؟

- الف) 1 (ب) 2 (ج) 3 (د) 4

۵۸. مجموع ریشه های معادله $(x-1)^2 + 2(x-1) - m^2 - 5 = 0$ کدام است؟

- الف) -2 (ب) 0 (ج) $2m$ (د) m

۵۹. مجموع ریشه های معادله $x^4 - 5x^2 - 72 = 0$ برابر است با :

- الف) 5 (ب) 0 (ج) 25 (د) 10

۶۰. اگر بین ریشه های معادله $x^2 + (2m+1)x - 31 = 0$ رابطه $x'x''^2 = 31$ برقرار باشد آنگاه m برابر است با:

- الف) 13 (ب) -14 (ج) $13/5$ (د) $-15/5$

۶۱. اگر \sqrt{a} و \sqrt{b} ریشه های معادله $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشند حاصل $a^3 + b^3$ کدامست؟

- الف) 312 (ب) 314 (ج) 324 (د) 322

۶۲. اگر معادله $x^2 + ax + b - 1 = 0$ دارای ریشه مضاعف $x' = x'' = 2$ باشد، $a+b$ کدامست؟

- الف) 1 (ب) -1 (ج) 9 (د) -9

۶۳. در معادله $x^2 - 3x + 4a - 2 = 0$ اگر ریشه ها عکس قرینه هم باشند، a برابر با کدامیک از مقادیر زیر است؟

- الف) 4 (ب) $\frac{1}{4}$ (ج) -4 (د) $\frac{3}{4}$

۶۴. معادله $(x^2 + \sqrt{x} + 1)^2 + x^2 + \sqrt{x} - 1 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

- الف) 4 (ب) 3 (ج) 2 (د) 1

۶۵. حدود m برای آنکه معادله درجه دوم $x^2 - x + m = 0$ دارای دو ریشه مثبت باشد عبارتست از:

- الف) $m < \frac{1}{2}$ (ب) $0 < m < \frac{1}{4}$ (ج) $m > 0$ (د) $m < 0$ یا $m > \frac{1}{4}$

۶۶. مجموع مربعات ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$ چقدر است؟

- الف) $5 + 2\sqrt{6}$ (ب) 5 (ج) $2 + \sqrt{5}$ (د) 6

۶۷. مجموعه همه جوابهای نامعادله $\frac{2\sqrt{x}+2}{3\sqrt{x}+1} > 1$ برابر کدام مجموعه است؟

- الف) $(-\infty, 1]$ (ب) $(-\infty, 1)$ (ج) $(0, 1)$ (د) $[0, 1)$

۶۸. اگر $a > 0$ و دو معادله $x^2 + 4x + a = 0$ و $x^2 + x - 2a = 0$ دارای یک ریشه مشترک باشند، آنگاه این ریشه مشترک کدام یک از جوابهای زیر است؟

- الف) -3 (ب) -1 (ج) 1 (د) 3

۶۹. اگر به ازای همه مقادیر m ، $4x^2 - 2mx + 4m^2 \geq 0$ باشد، آنگاه حدود m کدام است؟

- الف) $[0, +\infty)$ (ب) $(-\infty, 0]$ (ج) $(-\infty, +\infty)$ (د) \emptyset

۷۰. معادله درجه دومی که ریشه های آن $2 - \sqrt{4 - a}$ و $2 + \sqrt{4 - a}$ باشد کدام است؟

- الف) $x^2 - 4x + a = 0$ (ب) $x^2 + ax - 4 = 0$
ج) $x^2 + 4x - a = 0$ (د) $x^2 - ax + 4 = 0$

۷۱. مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۹۲۵ می باشد. مجموع این دو عدد کدامست؟

- الف) 41 (ب) 43 (ج) 45 (د) 47

۷۲. نسبت دو عدد $x+1$ و $y-2$ برابر نسبت دو عدد $1-x$ و $y+2$ است. اگر $y=1$ باشد، x برابر است با:

- الف) 3 (ب) 2 (ج) -2 (د) -3

۷۳. از دستگاه معادلات
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ y + z + t = 9 \\ z + t + x = 8 \\ t + x + y = 7 \end{cases}$$
 مقدار $x+z$ چقدر است؟

- الف) 2 (ب) 4 (ج) 5 (د) 7

۷۴. نسبت دو عدد برابر $\frac{3}{5}$ و مجموع مربعاتشان ۱۶۶۶ می باشد. مجموع دو عدد عبارت است از:

- الف) 45 (ب) 54 (ج) 56 (د) 65

۷۵. حاصلضرب دو عدد فرد متوالی ۳۲۳ است. مجموع این دو عدد کدام است؟

- الف) 32 (ب) 34 (ج) 35 (د) 36

۷۶. اگر $ab=1$ باشد همواره:

- الف) $\frac{a}{b} < 0$ (ب) $\frac{a}{b} > 0$ (ج) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (د) $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$

۷۷. معادله درجه دومی که ریشه هایش عکس ریشه های معادله $5x^2 - 13x - 1 = 0$ باشد کدام است؟

الف) $-5x^2 + 13x + 1 = 0$ (ب) $5x^2 + 13x - 1 = 0$

ج) $x^2 + 13x - 5 = 0$ (د) $x^2 - 13x + 5 = 0$

۷۸. اگر x و y دو عدد حقیقی باشد به طوریکه $0 < x < y$ ، آنگاه:

الف) $-\frac{1}{x} < -\frac{1}{y}$ (ب) $-x < -y$

ج) $x + y < 0$ (د) $-\frac{1}{y} < -\frac{1}{x}$

۷۹. اگر x' و x'' ریشه های معادله $mnx^2 + n^2x + m^2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $x'^2x'' + x'x''^2$ را معین کنید.

الف) -1 (ب) $+1$ (ج) $\frac{m+n}{mn}$ (د) mn

۸۰. معادله $\sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{x^3 - 5x^2 - 2x + 24} = 0$ چند جواب دارد؟

الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 3

۸۱. در دستگاه $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \\ x + y + z = 18 \end{cases}$ مقدار x چقدر است؟

الف) 2 (ب) 4 (ج) 6 (د) 8

۸۲. معادله $4x^4 + x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$ چند ریشه گویا دارد؟

الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 4

۸۳. در دستگاه $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{y}{3} + z = 2 \\ z + \frac{x}{2} = 2 \end{cases}$ مقدار x کدام است؟

الف) 4 (ب) 3 (ج) 2 (د) 1

۸۴. به ازای کدام مقدار m معادله $(m+1)x^2 + (m^2-9)x - 2 = 0$ دو ریشه قرینه حقیقی دارد؟

الف) -1 (ب) -3 (ج) 3 (د) 9

۸۵. اگر $\begin{cases} 2x = y = 3z \\ 2x - 3y + 4z = -6 \end{cases}$ باشد، مقدار $y+z$ چقدر است؟

الف) 9 (ب) 10 (ج) 11 (د) 12

۸۶. اگر x_1 و x_2 ریشه های معادله درجه دوم $x^2 + x - 1 = 0$ باشند و $x_2 > x_1$ باشد مقدار عبارت $5x_1^2 + 3x_2^2$ را بدست آورید.

الف) $12 + \sqrt{5}$ ب) $12 - \sqrt{5}$ ج) $24 + \sqrt{5}$ د) $24 - \sqrt{5}$

۸۷. اگر $\begin{cases} x + y = 7 \\ xy = 12 \end{cases}$ ، $|x - y|$ چقدر است؟

الف) $\frac{2}{3}$ ب) $\frac{1}{2}$ ج) 1 د) 2

۸۸. کسر $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$ در کدام فاصله زیر منفی است؟

الف) $(-\infty, 1)$ ب) $(2, 3)$ ج) $(3, 4)$ د) $(2, \infty)$

۸۹. معادله درجه دومی که ریشه هایش به ترتیب ۹ برابر ریشه های معادله $x^2 + x - 3 = 0$ باشد کدام معادله زیر است؟

الف) $x^2 + 9x - 243 = 0$ ب) $x^2 + 9x - 27 = 0$
ج) $x^2 + 18x - 243 = 0$ د) $x^2 + 18x - 27 = 0$

۹۰. جواب نامعادله $x^4 + x^2 < 4x^2 + 4$ کدام است؟

الف) $-4 < x < 4$ ب) $-2 < x < 2$
ج) $x > 2$ یا $x < -2$ د) $x > 4$ یا $x < -4$

۹۱. اگر رابطه $x_1^2 + x_2^2 = 12$ بین ریشه های معادله $x^2 - 2kx - 2 = 0$ برقرار باشد، مقدار k کدام است؟

الف) $\pm\sqrt{2}$ ب) $\pm\sqrt{3}$ ج) ± 2 د) ± 3

۹۲. تعداد ریشه های معادله $x^4 - 3x^2 + 1 = 0$ چندتا است؟

الف) دو ریشه قرینه ب) چهار ریشه منفی
ج) دو ریشه منفی و دو ریشه مثبت د) ریشه حقیقی ندارد

۹۳. معادله $x^4 + mx^2 = 5$ چند ریشه حقیقی دارد؟

الف) دو ریشه ب) چهار ریشه
ج) بستگی به m دارد د) ریشه حقیقی ندارد

۹۴. فاصله دو خط $3x - 4y = 5$ و $6x - 8y = 20$ کدام است؟

الف) 1 ب) 5 ج) 2 د) $2\sqrt{5}$

۹۵. به ازای کدام مقدار m سه خط $x=2$ و $y=x-1$ و $y=2mx+5$ در یک نقطه متقارند؟

الف) -1 ب) -2 ج) 1 د) 2

۹۶. اگر دو خط $y=x+2$ و $y=mx-2$ بر نیمساز ربع دوم همدیگر را قطع کنند m کدام است؟

الف) 2 ب) 3 ج) -2 د) -3

۹۷. مبدأ مختصات به کدامیک از خطوط زیر نزدیک تر است؟

الف) $x + 2y = 1$ ب) $3x + y = 1$

ج) $3x + 2y = 1$ د) $2x + 2y = 1$

۹۸. اگر خط $x+my=4$ با محورهای مختصات مثلثی به مساحت 8 واحد تشکیل دهد m کدام است؟

الف) $m = \pm 1$ ب) $m = \pm 2$ ج) $m = \pm 3$ د) $m = \pm 4$

۹۹. مساحت مربعی که معادله دو ضلع آن $x-3y+1=0$ و $x-3y+6=0$ باشد کدام است؟

الف) 4 ب) 7 ج) $\frac{5}{2}$ د) $\frac{15}{2}$

۱۰۰. مساحت مثلثی که از تقاطع $y+2x=3$ و نیمسازهای بین محورهای مختصات ایجاد می شود کدام است؟

الف) 3 ب) 4 ج) $3\sqrt{2}$ د) $4\sqrt{2}$

۱۰۱. اگر دو خط $2x+ky=3$ و $x-y=5$ روی نیمساز ربع دوم و چهارم یکدیگر را قطع کنند مقدار k کدام است؟

الف) $\frac{4}{5}$ ب) $\frac{-4}{5}$ ج) $\frac{3}{5}$ د) $\frac{-3}{5}$

پاسخ های ریاضیات

۱- (الف)

$$\sqrt[3]{a^m \sqrt{a^4}} = a \Rightarrow a^m \sqrt{a^4} = a^2 \Rightarrow m = 2$$

۲- (د)

$$\left(-\frac{1}{32}\right)^{\frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{64}\right)^{\frac{5}{6}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{5 \times \frac{4}{5}} - \left(-\frac{1}{2}\right)^{6 \times \frac{5}{6}} = \frac{1}{16} - \frac{1}{32} = \frac{1}{32}$$

۳- (ج)

$$\sqrt[9]{a^3} \cdot \sqrt[8]{x^6} = a^{\frac{1}{3}} \cdot |x|^{\frac{3}{4}}$$

۴- (ج)

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{6} + 3} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}(\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

۵- (الف)

$$-\sqrt{98} + \sqrt{50} + \sqrt{128} = -7\sqrt{2} + 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

۶- (الف)

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc \Rightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$$

$$\Rightarrow (a - b)^2 + (a - c)^2 + (b - c)^2 = 0 \Rightarrow a = b = c$$

$$(a + b - c)(a + c - b)(b + c - a) = a \cdot a \cdot a = a^3$$

۷- (ب)

$$\frac{4^{0.25}}{1 + \sqrt{2}} + 4^{0.25} = \frac{\sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} + \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 2)}{1 + \sqrt{2}} = \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})(\sqrt{2} - 1) = 2(2 - 1) = 2$$

۸- (ج)

$$(a - 2b)^2 + (b - 2c)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2b \\ b = 2c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4c \\ b = 2c \end{cases}$$

۹- (د)

$$x + y = 4 \Rightarrow x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 64$$

$$x^3 + y^3 + 12xy = 64 \Rightarrow x^3 + y^3 = 64 - 12xy$$

۱۰- (ج)

$$3\sqrt{48} + 2\sqrt{27} - \sqrt{12} - 2\sqrt{75} = 12\sqrt{3} + 6\sqrt{3} - 2\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

۱۱- (ج)

$$\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} \times \sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{2+\sqrt{3}}(2-\sqrt{3}) = \sqrt{2+\sqrt{3}} \times \sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{4-3} \sqrt{2-\sqrt{3}} \\ = \sqrt{2-\sqrt{3}}$$

(ب) - ۱۲

$$\frac{3}{x(x^2-1)} = \frac{A}{x(x-1)} + \frac{B}{x^2-1} \Rightarrow A(x+1) + Bx = 3 \\ \Rightarrow \begin{cases} A+B=0 \\ A=3 \end{cases}$$

(ب) - ۱۳

$$\begin{cases} x^4-1 = (x^2-1)(x^2+1) = (x-1)(x+1)(x^2+1) \\ x^3+1 = (x+1)(x^2-x+1) \end{cases} \Rightarrow \text{م. م. ب} = x+1$$

(ب) - ۱۴

$$\frac{1}{4}x = x^3 \Rightarrow \frac{1}{4} = x^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2$$

(ج) - ۱۵

$$x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}}{x^2}$$

(ج) - ۱۶

$$x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y) = (\sqrt{5})^3 - 3\sqrt{5}(1) = 2\sqrt{5}$$

(د) - ۱۷

$$\begin{cases} x = \sqrt[3]{5} \Rightarrow x^3 = 5 \\ y = \sqrt[3]{3} \Rightarrow y^3 = 3 \end{cases} \Rightarrow (x^2-y^2)(x^4+y^4+x^2y^2) = x^6-y^6 = 25-9 = 16$$

(الف) - ۱۸

$$a^2+b^2+c^2 \pm ab \pm ac \pm bc = a^2+b^2+c^2 \\ a^3+b^3+c^3-3abc = (a+b+c)(a^2+b^2+c^2) = (a+b+c)(a+b+c)^2 \\ = (a+b+c)^3$$

(د) - ۱۹

$$\frac{a^2+b^2+2ab}{a^2+b^2} \times \frac{a^2+b^2+2ab-2ab}{(a+b)^2} = 1$$

(ب) - ۲۰

$$a^2+b^2+c^2+3-2a-2b-2c=0 \\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=0 \Rightarrow a=b=c=1$$

(ب) - ۲۱

$$\begin{aligned} \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} &= \sqrt[6]{(\sqrt{3}+1)^2} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{\sqrt{3}+1} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} \cdot \sqrt[3]{4} \\ &= \sqrt[3]{3-1} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{8} = 2 \end{aligned}$$

(د) - ۲۲

$$x = \sqrt[3]{1+\sqrt{2}} - \sqrt[3]{1-\sqrt{2}} \Rightarrow x^3 = 1 + \sqrt{2} - (1 - \sqrt{2}) - 3(-1)(x) \Rightarrow x^3 - 3x = 2\sqrt{2}$$

(ب) - ۲۴

$$\sqrt{2-\sqrt{5}} \times \sqrt[6]{9+4\sqrt{5}} = \sqrt[3]{2-\sqrt{5}} \times \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = \sqrt[3]{4-5} = -1$$

(ب) - ۲۵

$$\begin{cases} x^2 - 2xy - 15y^2 = (x - 5y)(x + 3y) \\ x^2 + 7xy + 12y^2 = (x + 3y)(x + 4y) \end{cases} \Rightarrow \text{م. م. ب} = x + 3y$$

(ج) - ۲۶

$$\left(-\sqrt[10]{3^6}\right)^{\frac{5}{3}} = \left(-3^{\frac{6}{10}}\right)^{\frac{5}{3}} = -3^1 = -3$$

(ب) - ۲۷

$$x^2 + 1 + 4x^2 + 4 = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1) + 4(x^2 + 1) = (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 5)$$

(ب) - ۲۸

$$\frac{\sqrt{4}-\sqrt{11}}{4-11} + \frac{\sqrt{11}-\sqrt{18}}{11-18} + \frac{\sqrt{18}-\sqrt{25}}{18-25} = \frac{\sqrt{4}-\sqrt{25}}{-7} = \frac{2-5}{-7} = \frac{-3}{-7} = \frac{3}{7}$$

(ب) - ۲۹

$$\sqrt{4-2\sqrt{2}} \times \sqrt[4]{6+4\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{2-\sqrt{2}} \times \sqrt{2+\sqrt{2}} = \sqrt{2} \times \sqrt{4-2} = 2$$

(ج) - ۳۰

$$x \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[5]{x^2} = x^1 \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}} = x^{\frac{26}{15}} = \left(2^{\frac{15}{13}}\right)^{\frac{26}{15}} = 2^2 = 4$$

(الف) - ۳۱

$$\frac{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}{1+\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{1+\sqrt{2+\sqrt{3}}}{1+\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

(ج) - ۳۲

$$\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{x^4 \cdot x} \cdot x}} = \sqrt[8]{x^7} = x^{\frac{7}{8}}$$

(ج) - ۳۳

$$x^2 + ax + b = x^2 + 3x - 4 \Rightarrow a = 3, b = -4 \Rightarrow 2a + b = 2$$

۳۴- (الف)

$$\begin{aligned} \cot gx + tgx = 3 &\Rightarrow \cot^3 x + tg^3 x + 3tgx \cdot \cot gx (\cot gx + tgx) \\ &= 27 \Rightarrow \cot^3 x + tg^3 x + 3x^2 = 27 \Rightarrow \cot^3 x + tg^3 x = 27 \end{aligned}$$

۳۵- (ب)

$$x^3 \text{ ضرب } (-1 + 2 - 3 + 5) = 3$$

۳۶- (ب)

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2} = 1 &\Rightarrow x + x^2 + 3x(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^2}) = 1 \Rightarrow x + x^2 + 3x = 1 \Rightarrow x^2 + x - 1 \\ &= -3x \Rightarrow \frac{x^2 + x - 1}{x} = -3 \end{aligned}$$

۳۷- (ب)

$$\begin{aligned} 4 \sqrt{2.5} \sqrt[5]{2.5} \sqrt{2.5} \sqrt{2.5} &= \sqrt{4 \sqrt{2.5} \sqrt[5]{2.5} \sqrt{2.5}} = \sqrt{\sqrt{4 \sqrt{2.5} \sqrt[5]{2.5}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{4 \sqrt{2.5}}}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}} \\ &= \sqrt[8]{2} \end{aligned}$$

۳۸- (الف)

$$\frac{1}{\sqrt[3]{9^2} + 2\sqrt[3]{9} + 4} \times \frac{\sqrt[3]{9} - 2}{\sqrt[3]{9} - 2} = \frac{\sqrt[3]{9} - 2}{9 - 8} = \sqrt[3]{9} - 2$$

۳۹- (د)

$$\Rightarrow \begin{cases} (abc - bc^2)^2 = b^2 c^2 (a - c)^2 \\ (a^2 c - ac^2)^2 = a^2 c^2 (a - c)^2 \end{cases} \Rightarrow \text{م. م. ب} = c^2 (a - c)^2$$

۴۰- (د)

$$\sqrt[3]{x} = \frac{5}{6} \Rightarrow x = \frac{5^3}{6^3} \Rightarrow \sqrt{x} = \frac{5}{6} \sqrt{\frac{5}{6}} = \frac{5\sqrt{30}}{36}$$

۴۱- (ب)

$$\begin{aligned} (\sqrt{3} + 2)^9 (\sqrt{3} - 2)^{11} &= (\sqrt{3} + 2)^2 \cdot (\sqrt{3} - 2)^2 = (3 - 4)^9 \cdot (\sqrt{3} - 2)^2 = -1(3 + 4 - 4\sqrt{3}) \\ &= -7 + 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

۴۲- (ب)

$$\sqrt{13 + 2\sqrt{30}} + \sqrt{13 - 2\sqrt{30}} = \sqrt{10} + \sqrt{3} + (\sqrt{10} - \sqrt{3}) = 2\sqrt{10}$$

۴۳- (الف)

$$\frac{\sqrt{5} + 2\sqrt{25} + \sqrt{125}}{\sqrt{20} + \sqrt{100} + \sqrt{80}} = \frac{\sqrt{5} + 10 + 5\sqrt{5}}{2\sqrt{5} + 10 + 4\sqrt{5}} = \frac{10 + 6\sqrt{5}}{10 + 6\sqrt{5}} = 1$$

۴۴- (ب)

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4-2\sqrt{2}}} = \frac{\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}}{\sqrt[3]{16-8}} = \frac{\sqrt[3]{4+2\sqrt{2}}}{2}$$

۴۵- (الف)

$$\frac{5}{7}x + 18 = 2x \Rightarrow \frac{9}{7}x = 18 \Rightarrow x = 14$$

۴۶- (ب)

$$2x^2 - mx + m - 1 = 0$$

$$x'^2 + x''^2 = 4 \Rightarrow S^2 - 2P = 4 \Rightarrow \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 2 \frac{m-1}{2} = 4$$

$$\frac{m^2}{4} - m + 1 = 4 \Rightarrow m^2 - 4m - 12 = 0 \Rightarrow m = -2, 6$$

چون برای $m=6$ معادله جواب حقیقی ندارد پس فقط $m=-2$ قابل قبول است.

۴۷- (د)

طرفین معادله را در $x-1$ ضرب می کنیم داریم:

$$(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x^5 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

پس تنها جواب معادله $x^5 - 1 = 0$ ، $x=1$ می باشد و معادله اصلی یعنی

$$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0 \text{ جواب حقیقی ندارد.}$$

۴۸- (الف)

$$m^2 - 1 = 0 \Rightarrow m = \pm 1$$

برای $m=1$ معادله غیر ممکن و برای $m=-1$ معادله مبهم است.

۴۹- (د)

$$(a+b+1)x + a - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a+b+1=0 \\ a-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$$

۵۰- (الف)

$$x^2 + (1 + \sqrt{2})x + \sqrt{3} = 0$$

$$\Delta = (1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{3} = 1 + 2 + 2\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$$

$$\Delta \approx 3 + 2 \times \frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{7} = \frac{5}{8} - \frac{6}{8} < 0$$

۵۱- (الف) عدد دورقمی را به صورت \overline{ab} فرض می کنیم.

$$\overline{ba} = 45 + \overline{ab} \Rightarrow 10b + a = 45 + 10a + b \Rightarrow 9(b-a) = 45 \Rightarrow b-a = 5$$

۵۲- (د)

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m-3}{4} = \frac{3}{m+1} \neq \frac{m}{2} \Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 12 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow m = -3, 5$$

اما به ازای $m = -3$ دستگاه مبهم و به ازای $m = 5$ غیر ممکن است.

۵۳- (ج)

$$(a - 2b)^2 + (b - 2c)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a - 2b = 0 \\ b - 2c = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 4c, b = 2c$$

$$\Rightarrow \frac{(b + c - a)^3}{abc} = \frac{(2c + c - 4c)^3}{4c \times 2c \times c} = -\frac{c^3}{8c^3} = -\frac{1}{8}$$

۵۴- (د)

$$x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^4 - 2x^2 + 1 - 2x^2 + 2x = 0$$

$$(x^2 - 1)^2 - 2x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 1 - 2x) = 0$$

۵۵- (الف)

$$A = |\sqrt{x'} - \sqrt{x''}| \Rightarrow A^2 = x' + x'' - 2\sqrt{x'x''}$$

$$A^2 = S - 2\sqrt{P} = 4 - 2\sqrt{1} = 4 - 2 = 2 \Rightarrow A = \sqrt{2}$$

۵۶- (الف)

$$ax^2 + bx + a = 0$$

$$x' = 3x''$$

$$x'x'' = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow 3x''^2 = 1$$

$$x' + x'' = -\frac{b}{a} \Rightarrow 4x'' = -\frac{b}{a} \Rightarrow 16x''^2 = \frac{b^2}{a^2} \Rightarrow \frac{16}{3} = \frac{b^2}{a^2}$$

۵۷- (ج)

$$\frac{x^2 - 9}{x + 2} = \frac{x - 3}{x^2 - 4} \Rightarrow \frac{(x - 3)(x + 3)}{x + 2} = \frac{x - 3}{(x + 2)(x - 2)} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ (x + 3)(x - 2) = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + x - 7 = 0$$

۵۸- (ب)

$$(x - 1)^2 + 2(x - 1) - m^2 - 5 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 + 2x - 2 - m^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 - m^2 - 6 = 0 \quad x' + x'' = 0$$

۵۹- (ب)

$$\text{مجموع ریشه ها} = -\frac{b}{a} = 0$$

۶۰- (د)

$$x^2 + (2m + 1)x - 31 = 0$$

$$x'x''^2 = 31 \Rightarrow x'x''x''' = 31 \Rightarrow -31x'' = 31 \Rightarrow x'' = -1$$

با قرار دادن در معادل داریم:

$$1 - (2m + 1) - 31 = 0 \Rightarrow 2m = -31 \Rightarrow m = -15/5$$

۶۱- (د)

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 3, \sqrt{ab} = 1 \Rightarrow ab = 1$$

$$a + b + 2\sqrt{ab} = 9 \Rightarrow a + b = 9 - 2 = 7$$

$$a^3 + b^3 = S^3 - 3SP = 7^3 - 3 \times 7 \times 1 = 322$$

۶۲- (الف)

$$\begin{cases} x' = x'' = -\frac{a}{2} \Rightarrow 2 = -\frac{a}{2} \Rightarrow a = -4 \\ x' = 2 \Rightarrow 4 + 2a + b - 1 = 0 \Rightarrow 4 - 8 + b - 1 = 0 \Rightarrow b = 5 \end{cases}$$

۶۳- (ب)

$$x^2 - 3x + 4a - 2 = 0$$

$$x'x'' = -1 \Rightarrow \frac{4a - 2}{1} = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

۶۴- (ج)

$$x^2 + x - 1 = 0$$

$$x' + x'' = -1, x'x'' = -1$$

$$(x' + 1)(x'' + 1) = x'x'' + x'' + x' + 1 = -1 + (-1) + 1 = -1$$

۶۵- (ب)

$$x^2 - x + m = 0$$

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow 1 - 4m > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow m > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \Rightarrow 1 > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < m < \frac{1}{4}$$

۶۶- (ب)

$$x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \sqrt{6} = 0$$

$$x'^2 + x''^2 = S^2 - 2P = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - 2\sqrt{6} = 3 + 2 + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5$$

۶۷- (د)

$$\frac{2\sqrt{x} + 2}{3\sqrt{x} + 1} > 1 \Rightarrow 2\sqrt{x} + 2 > 3\sqrt{x} + 1 \quad 1 > \sqrt{x} \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

۶۸- (الف)

$$\begin{cases} x^2 + 4 + a = 0 \\ x^2 + x - 2a = 0 \end{cases}$$

$$3x + 3a = 0 \Rightarrow a = -x \Rightarrow x^2 + 4x - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x + 3) = 0 \Rightarrow x = -3 \quad (x \neq 0)$$

۶۹- (ج)

$$4x^2 - 2mx + 4m^2 = x^2 - 2mx + m^2 = 3x^2 + 3m^2$$

$$= (x - m)^2 + 3(x^2 + m^2) \geq 0$$

۷۰- (الف)

$$\begin{cases} x' = 2 - \sqrt{4 - a} \\ x'' = 2 + \sqrt{4 - a} \end{cases} \quad \begin{cases} x' + x'' = 4 \\ x' x'' = a \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + P = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + a = 0$$

۷۱- (ب)

$$(x + y)^2 + (x - y)^2 = 2(x^2 + y^2)$$

$$(x + y)^2 + 1 = 2 \times 925 \Rightarrow (x + y)^2 = 1849 \Rightarrow x + y = 43$$

۷۲- (ج)

$$\frac{x + 1}{y - 2} = \frac{1 - x}{y + 2}$$

$$y = 1 \Rightarrow \frac{x + 1}{-1} = \frac{1 - x}{3} \Rightarrow 3x + 3 = -1 + x \Rightarrow x = -2$$

۷۳- (ب)

هر چهار معادله را با هم جمع می کنیم:

$$3(x + y + z + t) = 30 \Rightarrow x + y + z + t = 10 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & (\text{از معادله دوم}) \\ z = 3 & (\text{از معادله چهارم}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + z = 1 + 3 = 4$$

۷۴- (ج)

$$\begin{cases} x = 3k \\ y = 5k \end{cases} \Rightarrow 9k^2 + 25k^2 = 1666 \Rightarrow k^2 = 49 \Rightarrow k = 7$$

$$\Rightarrow 3k + 5k = 8k = 56$$

۷۵- (د)

$$(x - 1)(x + 1) = 323 \Rightarrow x^2 = 324 \Rightarrow x = 18$$

$$\Rightarrow (x - 1) + (x + 1) = 2x = 2 \times 18 = 36$$

۷۶- (ب) چون $ab=1$ پس a و b متضادالعلامه هستند و داریم:

$$\frac{a}{b} > 0$$

۷۷- (ج)

$$5x^2 - 13x - 1 = 0$$

$$x = \frac{1}{y} \Rightarrow \frac{5}{y^2} - \frac{13}{y} - 1 = 0 \Rightarrow y^2 + 13y - 5 = 0$$

۷۸- (الف)

$$0 < x < y \Rightarrow \frac{x}{xy} < \frac{y}{xy} \Rightarrow \frac{1}{y} < \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{1}{y} > -\frac{1}{x}$$

۷۹- (الف)

$$mnx^2 + n^2 + m^2 = 0$$

$$x'^2 x'' + x' x''^2 = x' x'' (x' + x'') = \frac{m^2}{mn} \times \frac{-n^2}{mn} = -1$$

۸۰- (ج)

$$\sqrt{x^2 - x - 6} + \sqrt{x^3 - 5x^2 - 2x - 24} = 0$$

$$x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = -2, 3$$

۸۱- (ب)

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = t \Rightarrow \begin{cases} x = 2t \\ y = 3t \\ z = 4t \end{cases}$$

$$x + y + z = 18 \Rightarrow 2t + 3t + 4t = 18 \Rightarrow t = 2 \Rightarrow x = 2 \times 2 = 4$$

۸۲- (ج)

$$4x^4 + x^3 - 3x^2 - x - 1 = 0$$

$$4x^4 - 3x^2 - 1 + x^3 - x = 0$$

$$(x^2 - 1)(4x^2 + 1) + x(x^2 - 1) = 0$$

$$(x^2 - 1)(4x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

و پیرانتز دوم ریشه حقیقی ندارد.

۸۳- (ج)

اگر سه معادله را با هم جمع کنیم داریم:

$$2\left(\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z\right) = 6 \Rightarrow \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + z = 3 \Rightarrow \frac{x}{2} + 2 = 3 \Rightarrow x = 2$$

۸۴- (ج)

$$b = 0 \Rightarrow (m^2 - 9) = 0 \Rightarrow m = \pm 3$$

$$\Delta > 0$$

اما به ازای $m = -3$ داریم $\Delta < 0$ پس $m = 3$ جواب مسأله است.

۸۵- (د)

$$\begin{cases} 2x = y = 3z \\ 2x - 3y + 4z = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3z \\ -2y + 4z = -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -6z + 4z = -6 \Rightarrow z = 3, y = 9 \Rightarrow y + z = 12$$

۸۶- (الف)

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 5x_1^2 + 3x_1^2 = 3(S^2 - 2P) + 2x_1^2 = 3(1 + 2) + 2 \times \frac{1 + 5 + 2\sqrt{5}}{4} = 9 + 3 + \sqrt{5} = 12 + \sqrt{5}$$

۸۷- (ج)

$$(x + y)^2 - (x - y)^2 = 4xy$$

$$49 - (x - y)^2 = 4x \times 12 \Rightarrow |x - y| = 1$$

۸۸- (ج)

ریشه ها $x=1,2,3,4$ می باشند و عبارت در $+\infty$ مثبت است. سپس علامت عبارت مورد نظر بصورت زیر می باشد:

$$\begin{array}{cccccc} -\infty & 1 & 2 & 3 & 4 & +\infty \\ \hline & + & - & + & - & + \end{array}$$

۸۹- (الف)

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$y = 9x \Rightarrow x = \frac{y}{9} \Rightarrow \frac{y^2}{81} + \frac{y}{9} - 3 = 0 \Rightarrow y^2 + 9y - 243 = 0$$

۹۰- (ب)

$$x^4 + x^2 < 4x^2 + 4 \Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) < 0 \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < x < 2$$

۹۱- (الف)

$$x^2 - 2kx - 2 = 0$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 12 \Rightarrow S^2 - 2P = 12 \Rightarrow 4k^2 + 4 = 12 \Rightarrow k = \pm \sqrt{2}$$

۹۲- (ج)

$$x^4 - 3x^2 + 1 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 > 0, \frac{c}{a} > 0, -\frac{b}{a} > 0$$

پس در این معادله برای x^2 دو جواب مثبت دارد. پس برای x دو ریشه مثبت و دو ریشه منفی خواهیم داشت.

۹۳- (الف)

$$x^4 + mx^2 - 5 = 0$$

چون $\frac{c}{a} < 0$ پس برای x^2 یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت خواهیم داشت. ریشه منفی برای x^2 قابل قبول نیست و از ریشه مثبت، دو ریشه برای x به دست می آید که قرینه یکدیگرند.

۹۴- (الف)

$$\begin{cases} 3x - 4y = 5 \\ 6x - 8y = 20 \end{cases} \Rightarrow 3x - 4y = 10 \Rightarrow d = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow d = \frac{|10 - 5|}{\sqrt{9 + 16}} = 1$$

۹۵- (الف)

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$y = 2mx + 5 \Rightarrow 1 = 4m + 5 \Rightarrow m = -1$$

۹۶- (د)

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow x + 2 = -x \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}, y = mx - 2$$

$$\Rightarrow 1 = -m - 2 \Rightarrow m = -3$$

۹۷- (ج)

$$x + my = 4 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 4 \\ 4 & m \end{vmatrix}$$

$$S = \left| \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4}{m} \right| = 8 \Rightarrow |m| = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

۹۹- (ج)

$$\begin{cases} x - 3y + 1 = 0 \\ x - 3y + 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{|6 - 1|}{\sqrt{1 + 9}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

$$S = d^2 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$$

۱۰۰- (الف)

$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} y + 2x = 3 \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 \\ -3 \end{vmatrix}$$

$$S = \frac{\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}}{2} = \text{مساحت مثلث}$$